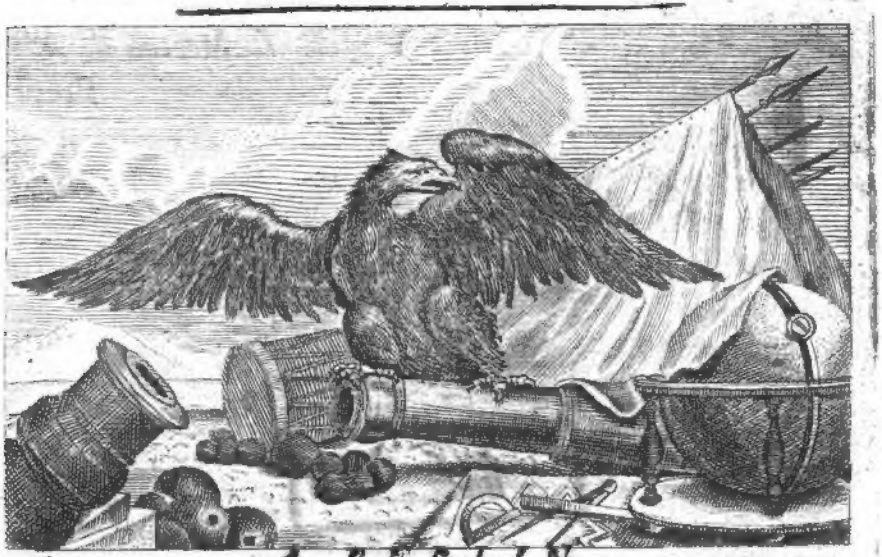
# HISTOIRE
## DE
# L'ACADEMIE ROYALE
## DES
# SCIENCES
## ET
# BELLES LETTRES.

*ANNE'E MDCCL.*



*A BERLIN.*

CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour & de l'Academie Royale.
MDCCLII.

Permis d'imprimer.

*P. L. Moreau de Maupertuis*,
Président

# HISTOIRE
## DE
# L'ACADEMIE.

Comme cette partie de nos Mémoires, qui porte le nom d'HISTOIRE, dépend uniquement des circonſtances, entant qu'elles préſentent des faits aſſez intéreſſans pour la compoſer, on n'en a point mis à la tête des deux derniers Volumes, qui ne conſiſtent que dans les Mémoires. Il ſeroit en effet ſuperflu de donner le récit de chaque Aſſemblée publique, lorsqu'elles n'ont rien que de commun avec celles qui les ont précédé. D'ailleurs l'Académie a publié au commencement de cette année un Volume purement Hiſtorique; où reprenant l'Hiſtoire de cette Compagnie depuis ſon origine, elle l'a continuée jusqu'à préſent, en rapportant tout ce qui eſt digne de quelque remarque, & en y joignant les Diſcours, prononcés dans les ſolemnités, & les differentes Pieces, ou Documens, qui juſtifient les faits inſérés dans cette Hiſtoire.

Ce ſixième Volume, qui ſuivant l'ordre des années auxquelles appartiennent les Mémoires, eſt pour l'année MDCCL.

n'auroit point non plus de partie Hiſtorique, ſi l'on ne s'étoit cru dans l'obligation de porter quelque atteinte à l'ordre Chronologique, plutôt que de différer de deux années à faire mention d'une des plus brillantes Aſſemblées, que l'Académie ait euës jusqu'à préſent. C'eſt celle du 19. Janvier MDCCLII. qui a été honorée de la préſence de LL. AA. RR. & SS. Monſeigneur le Prince *FREDERIC GUILLAUME*, fils aîné du Prince de Pruſſe, Monſeigneur le Prince *HENRI*, frère du Roi, Madame la Ducheſſe de *BRUNSWICK*, Madame la Princeſſe *AMELIE*, Monſeigneur le Duc de *BRUNSWICK*, M. le Prince & Madame la Princeſſe héréditaire de *DARMSTADT*, MM. les Princes *FERDINAND*, & *FRANCOIS* de *BRUNSWICK*, frères de la Reine, & MM. les Princes *LOUIS* & *FREDERIC* de *WURTEMBERG*. La préſence de ces auguſtes Perſonnes, & les ſujets intéreſſans ſur lesquels devoit rouler la ſéance, avoient attiré pluſieurs Dames du premier rang, au nombre desquelles étoient celles qui compoſent la Cour de Madame la Ducheſſe, & de Madame Amelie; auſſi bien que MM. les Princes de *LOBKOWITZ* & de *LOOS*, les Feld-Maréchaux, Généraux, Miniſtres d'Etat, Miniſtres Etrangers, en un mot une affluence extraordinaire de perſonnes diſtinguées de la Cour & de la Ville, toûjours plus conſidérable dans une ſaiſon où les divertiſſemens publics en attirent beaucoup dans la Capitale, tant des Provinces, que des Païs étrangers.

On va donner ici les Pieces luës dans cette Aſſemblée publique, en ſuivant l'ordre de leur lecture. Deux Eloges acheveront de former cette Hiſtoire; celui de M. le Maréchal de *SCHMETTAU*, & celui de M. *ELSNER*. Ils ont auſſi paru mériter de ne pas demeurer aſſujettis à l'ordre des tems.

ELOGE

# ELOGE
## DE
## M. DE LA METTRIE. (*)

*Julien Offray de la Mettrie* nâquit à Saint-Malo le 25. de Decembre 1709. de *Julien Offray de la Mettri* & de *Marie Gaudron*, qui vivoient d'un Commerce aſſez conſidérable pour procurer une bonne éducation à leur fils. Ils l'envoyérent au Collége de Coutance pour faire ſes humanités, d'où il paſſa à Paris dans le Collége du Pleſſis; il fit ſa rhétorique à Caën, & comme il avoit beaucoup de génie & d'imagination, il remporta tous les prix de l'éloquence; il étoit né Orateur; il aimoit paſſionément la Poëſie & les belles-lettres; mais ſon Pére qui crut qu'il y avoit plus à gagner pour un Eccléſiaſtique que pour un Poëte, le deſtina a l'Egliſe; il l'envoya l'année ſuivante au Collége du Pleſſis, où il fit ſa Logique ſous Mr. *Cordier*, qui étoit plus Janſéniſte que Logicien.

C'eſt le caractère d'une imagination ardente de ſaiſir avec force les objets qu'on lui préſente, comme c'eſt le caractère de la jeuneſſe d'être prévenû des premières opinions qu'on lui inculque; tout autre diſciple auroit adopté les ſentimens de ſon Maître, ce n'en fut pas aſſez pour le jeune *la Mettrie*; il devint Janſéniſte, & compoſa un Ouvrage qui eut vogue dans le parti.



(*) Lû par M. le Conſeiller Privé *Darget*.

En 1725. il étudia la Phyſique au Collége d'Harcourt, & y fit de grands progrés. De retour en ſa Patrie, le Sieur *Hunault*, Medecin de Saint-Malo, lui conſeilla d'embraſſer cette profeſſion; on perſuada le Pére, on l'aſſura que les remédes d'un Medecin médiocre rapportoient plus que les abſolutions d'un bon Prêtre. D'abord le jeune *la Mettrie* s'appliqua à l'Anatomie, il diſſéqua pendant deux hivers; après quoi il prit en 1725. à Reims, le bonnet de Docteur, & y fut reçû Medecin.

En 1733. il fut étudier à Leide ſous le fameux *Boerhaawe*. Le Maître étoit digne de l'Ecolier, & l'Ecolier ſe rendit bientôt digne du Maître Mr. *la Mettrie* appliqua toute la ſagacité de ſon eſprit à la connaiſſance & à la cure des infirmités humaines; & il devint grand Medecin dès-qu'il voulût l'être. En 1734. il traduiſit dans ſes momens de loiſir le Traité du Feu de M. *Boerhaawe*, ſon *aphrodiſiacus*; & y joignit une diſſertation ſur les maladies Vénériennes, dont lui-même étoit l'Auteur. Les vieux Medecins s'élevérent en France contre un Ecolier qui leur faiſoit l'affront d'en ſavoir autant qu'eux. Un des plus célébres Medecins de Paris lui fit l'honneur de critiquer ſon ouvrage: (marque certaine qu'il étoit bon.) *La Mettrie* répliqua, & pour confondre d'autant plus ſon Adverſaire en 1736. il compoſa un Traité du vertige eſtimé de tous les Medecins impartiaux.

Par un malheureux effet de l'imperfection humaine, une certaine baſſe jalouſie eſt devenuë un des attributs des gens de lettres; elle irrite l'eſprit de ceux qui ſont en poſſeſſion des réputations contre les progrés des naiſſans génies; cette rouïlle s'attache aux talens ſans les détruire, mais elle leur nuit quelquefois. M. *la Mettrie* qui avançoit à pas de géant dans la carrière des Sciences, ſouffrit de cette jalouſie, & ſa vivacité l'y rendit trop ſenſible.

Il traduiſit à Saint-Malo les Aphorismes de *Boerhaawe*, la Matiére Médicale, les Procédés Chymiques, la Théorie Chymique, & les Inſtitutions du même Auteur; il publia presque en même tems un Abregé de *Sydenham*. Le jeune Medecin avoit appris par une expérience

périence prématurée que, pour vivre tranquille, il vaut mieux traduire que compoſer ; mais c'eſt le caractère du génie de s'échaper à la réfléxion. Fort de ſes propres forces, ſi je peux m'exprimer ainſi, & rempli des recherches de la nature qu'il faiſoit avec une dextérité infinie, il voulut communiquer au public les découvertes utiles qu'il avoit faites. Il donna ſon Traité ſur la petite Vérole, ſa Medecine pratique, & ſix Volumes de Commentaires ſur la Phyſiologie du Sieur *Boerhaave ;* tous ces ouvrages parurent à Paris, quoique l'Auteur les eut compoſés à Saint-Malo. Il joignoit à la Théorie de ſon Art une pratique toûjours heureuſe ; ce qui n'eſt pas un petit éloge pour un Medecin.

En 1742. M. *la Mettrie* vint à Paris, attiré par la mort de M. *Hunault* ſon ancien Maitre ; les Sieurs *Morand* & *Sidobre* le placerent auprés du Duc de Grammont, & peu de jours après ce Seigneur lui obtint le brevet de Medecin des Gardes ; il accompagna ce Duc à la guerre, & fut avec lui à la Bataille de Dettingue, au Siége de Fribourg, & à la Bataille de Fontenoy, où il perdit ſon Protecteur qui y fut tué d'un coup de canon.

M. *la Mettrie* reſſentit d'autant plus vivement cette perte que ce fut en même tems l'ecueil de ſa fortune. Voici ce qui y donna lieu. Pendant la Campagne de Fribourg, M. *la Mettrie* fut attaqué d'une fiévre chaude : une maladie eſt pour un Philoſophe une école de Phyſique ; il crût s'appercevoir que la Faculté de penſer n'étoit qu'une ſuite de l'organiſation de la machine, & que le dérangement des reſſorts influoit conſidérablement ſur cette partie de nous-même que les Métaphyſiciens appellent l'Ame. Rempli de ces idées pendant ſa convaleſcence, il porta hardiment le flambeau de l'expérience dans les ténébres de la Métaphyſique ; il tenta d'expliquer à l'aide de l'Anatomie, la texture déliée de l'entendement, & il ne trouva que de la Mécanique où d'autres avoient ſuppoſé une eſſence ſupérieure à la matière. Il fit imprimer ſes conjectures philoſophiques ſous le titre

d'*Hiſtoire Naturelle de l'Ame.* L'Aumônier du Régiment ſonna le tocſin contre lui ; & d'abord tous les dévots criérent.

Le vulgaire des Eccléſiaſtiques eſt comme Don-Quichotte, qui trouvoit des avantures merveilleuſes dans des événemens ordinaires ; ou comme ce fameux Militaire, qui trop rempli de ſon Siſtême, trouvoit des colomnes dans tous les livres qu'il liſoit. La pluspart des Prêtres examinent tous les Ouvrages de Littérature, comme ſi c'étoient des Traités de Théologie ; remplis de ce ſeul objet ils voyent des héréſies partout ; de là viennent tant de faux jugemens, & tant d'accuſations formées, pour la pluspart mal à propos, contre les Auteurs. Un livre de Phyſique doit être lû avec l'eſprit d'un Phyſicien ; la Nature, la Vérité, eſt ſon Juge ; c'eſt-elle qui doit l'abſoudre ou le condamner ; un livre d'Aſtronomie veut être lû dans un même ſens. Si un pauvre Medecin prouve qu'un coup de bâton fortement appliqué ſur le crane dérange l'eſprit, ou bien qu'à un certain degré de chaleur la raiſon s'égare, il faut lui prouver le contraire, ou ſe taire. Si un Aſtronome habile démontre malgré Joſué, que la Terre & tous les Globes celeſtes tournent autour du Soleil, il faut ou mieux calculer que lui, ou ſouffrir que la Terre tourne.

Mais les Théologiens, qui par leurs appréhenſions continuelles pourroient faire croire aux foibles que leur cauſe eſt mauvaiſe, ne s'embaraſſent pas de ſi peu de choſe. Ils s'obſtinerent à trouver des ſemences d'héréſies dans un Ouvrage qui traitoit de phyſique ; l'Auteur eſſuya une perſécution affreuſe, & les Prêtres ſoutinrent qu'un Medecin accuſé d'héréſie ne pouvoit pas guérir les Gardes Françoiſes.

A' la haine des dévots ſe joignit celle de ſes rivaux de gloire ; celle-ci ſe ralluma ſur un ouvrage de M. *la Mettrie*, intitulé *la Politique des Medecins.* Un homme plein d'artifice & dévoré d'ambition aſpiroit à la place vacante de premier Medecin du Roy de France ; il crut pour y parvenir qu'il luy ſuffiſoit d'accabler de ridicule ceux de ſes Confréres qui pouvoient prétendre à cette charge ; il fit un libelle contre eux, & abuſant de la facile amitié de M. *la Mettrie*, il le ſéduiſit

fit à lui prêter la volubilité de ſa plume & la fécondité de ſon imagination; il n'en fallut pas d'avantage pour achever de perdre un homme peu connu, contre lequel étoient toutes les apparences, & qui n'avoit de protection que ſon Mérite.

M. *la Mettrie*, pour avoir été trop ſincére comme Philoſophe, & trop officieux comme Ami, fut obligé de renoncer à ſa Patrie. Le Duc *de Duras* & le Vicomte *du Chaila* lui conſeillerent de ſe ſouſtraire à la haine des Prêtres & à la vengeance des Medecins; il quitta donc en 1746. les hôpitaux de l'Armée où M. *de Sechelles* l'avoit placé, & vint philoſopher tranquillement à Leide. Il y compoſa ſa *Penelope*, Ouvrage polémique contre les Medecins, où, à l'exemple de Democrite, il plaiſantoit ſur la vanité de ſa profeſſion: ce qu'il y eut de ſingulier, c'eſt que les Medecins dont la charlatanerie y eſt dépeinte au vray, ne pûrent s'empecher d'en rire eux-mêmes en le liſant; ce qui marque bien qu'il ſe trouvoit dans l'Ouvrage plus de gaïeté que de malice.

M. *la Mettrie* ayant perdu de vuë ſes hôpitaux & ſes malades s'adonna entiérement à la Philoſophie ſpéculative; il fit ſon *Homme machine*; ou plûtôt il jetta ſur le papier quelques penſées fortes ſur le Matérialisme, qu'il s'étoit ſans doute propoſé de rédiger. Cet Ouvrage qui devoit déplaire à des gens qui par état ſont ennemis déclarés des progrés de la raiſon humaine, révolta tous les Prêtres de Leide contre l'Auteur; Calviniſtes, Catholiques & Luthériens oublierent en ce moment que la Conſubſtantiation, le Libre-Arbitre, la Meſſe des Morts, & l'infaillibilité du Pape les diviſoient; ils ſe réünirent tous pour perſécuter un Philoſophe qui avoit de plus le malheur d'être François, dans un tems où cette Monarchie faiſoit une guerre heureuſe à Leurs Hautes Puiſſances.

Le titre de Philoſophe & de malheureux fut ſuffiſant pour procurer à M. *la Mettrie* un aſile en Pruſſe, avec une penſion du Roy; il ſe rendit à Berlin au mois de Fevrier de l'année 1748. où il fut reçu Membre de l'Académie Royale des Sciences. La Medecine le revendiqua

vendiqua à la Métaphyſique, & il fit un Traitté de la Diſſenterie & un autre de l'Aſtme, les meilleurs qui ayent été écrits ſur ces cruelles maladies. Il ébaucha differens ouvrages ſur des matières de Philoſophie abſtraite qu'il s'étoit propoſé d'examiner ; & par une ſuite des fatalités qu'il avoit éprouvé, ces Ouvrages lui furent dérobés ; mais il en demanda la ſuppreſſion auſſi-tôt qu'ils parurent.

M. *la Mettrie* mourut dans la maiſon de Milord *Tirconnel*, Miniſtre Plénipotentiaire de France, auquel il avoit rendu la vie. Il ſemble que la Maladie, connoiſſant à qui elle avoit à faire, ait eû l'adreſſe de l'attaquer d'abord au cerveau pour le terraſſer plus ſûrement ; il prit une fiévre chaude avec un délire violent ; le Malade fut obligé d'avoir recours à la Science de ſes Collégues, & il n'y trouva pas la reſſource qu'il avoit ſi ſouvent, & pour lui & pour le public, trouvée dans la ſienne propre.

Il mourut le 11. de Novembre 1751. agé de 43. Ans. Il avoit épouſé *Louïſe Charlotte Dréauno*, dont il ne laiſſa qu'une fille agée de 5. Ans & quelques mois.

M. *la Mettrie* étoit né avec un fond de gayeté naturelle intariſſable ; il avoit l'eſprit vif, & l'imagination ſi féconde qu'elle faiſoit croître des fleurs dans le terrein aride de la Medecine. La nature l'avoit fait Orateur & Philoſophe ; mais un préſent plus précieux encore qu'il reçut d'elle, fut une Ame pure & un Coeur ſerviable. Tous ceux auxquels les pieuſes injures des Théologiens n'en impoſent pas, regrettent en M. *la Mettrie* un honnête homme & un ſavant Medecin.

DIS-

# DISCOURS
## DE
## M. DE LALANDE.

*MESSIEURS,*

En me donnant une place dans votre illuſtre Compagnie, vous avez joint les liens de la reconnaiſſance à tant d'autres qui m'uniſſoient à vous.

Mais ai-je contracté l'obligation de venir vous l'exprimer d'une manière digne de vous? Non! *MESSIEURS.* Si j'ai donc à me plaindre aujourdhuy, quel que ſoit l'éxcés de ma ſenſibilité, elle ne ſera point la ſource de mes plaintes, & je me verrai ſans regret forcé de reſter dans des bornes que vous même me preſcrivez; puisque le titre ſeul, ſous lequel vous daignez m'admettre parmi vous, préſente une idée ſi differente.

En effet que devez-vous attendre de la plupart de ceux qui ſacrifient leurs veilles aux ſublimes recherches du Mouvement des Aſtres, ſi ce n'eſt l'expoſition ſéche & aride de quelque Apparition celeſte, embarraſſée, s'il le faut, de quelques formules Algébriques, c'eſt à dire, un langage qui n'a rien de commun avec celui de l'Eloquence & du Goût?

Cependant, *MESSIEURS*, comme la faveur dont vous venez de m'honorer, eſt bien capable de mettre dans la bouche la plus inanimée quelques paroles de reconnaiſſance; j'ai crû, que ſans m'engager dans une entrepriſe, dont l'objet doit être pour moi ſi étranger; je

vous devais tout au moins un témoignage public du zéle & de l'ardeur avec laquelle je déſire me rendre digne à l'avenir de cet ineſtimable bonheur.

Quoique vous ſeuls, *MESSIEURS*, ſembliez en ignorer le prix, il n'eſt perſonne d'entre vous qui n'ait appris, par ſa propre expérience, à juger des ſentiments qu'il doit aujourd'huy m'inſpirer. Mais ſurtout quels doivent être les miens ? Moy né dans le fond d'une Province éloignée de la Capitale, c'eſt à dire, loin de ce centre d'activité, qui force, pour ainſi dire, la Nature à produire les grands-hommes, & qui les cultive au ſortir de ſes mains ; Moy, qui n'avois presque goûté cet aimable ſéjour que pour accuſer le malheur de ma naiſſance qui ſemblait me l'avoir interdit ; enfin Moy, qui ne ſongeois gueres qu'à l'abandonner pour toûjours, lorsque je me ſuis vû heureuſement transporté parmi vous, par un Roy, qui ne met aucunes bornes à la haute protection qu'il accorde aux Sciences Mathématiques. C'eſt alors que placé ſous vos yeux pour entreprendre un travail, qui par l'importance de ſon objet méritoit infiniment votre attention, j'ai commencé à vous appartenir, avant même que vous eûſſiez accordé à mon empreſſement ce caractère d'adoption ſpéciale dont vous daignez enfin me revêtir.

Je n'irai plus dans cette heureuſe Ville, que plein de l'admiration dont me remplit la vuë de vôtre illuſtre Académie, mêler ma voix à tant d'autres qui y ont porté déjà le bruit de vôtre nom.

Mais non ! J'irai plutôt, réüniſſant tous mes efforts & m'élevant, s'il m'eſt poſſible, au deſſus de moy-même, montrer à l'Univers tout ce que peut l'aſſiduité & le travail encouragé par le ſuffrage d'une auſſi brillante Académie ; heureux, ſi je puis à ce prix juſtifier un jour le choix par lequel vous daignez écarter en ma faveur le préjugé ſi naturel de mon incapacité & de mon âge !

L'un & l'autre ne ſçauroient ſans doute m'inſpirer aucune défiance ; ſi marchant dans la carriére où s'eſt fait admirer ſi longtems celui

celui qui préſide à cette illuſtre Academie, je pouvais me flatter d'une partie de ſes ſuccés: mais autant il étoit difficile d'allier toutes les qualités néceſſaires à remplir dignement cette place éminente, autant il ſeroit téméraire d'aſpirer a ſuivre les traces d'un ſemblable modéle. En le voyant, au ſortir des Armées, briller dans ces fameuſes Académies qui nourriſſent au milieu de la France, l'une l'Eſprit, (a) & l'autre le Génie, (b) aller braver la Nature dans ſes myſtères les plus cachés, & dans ſes plus inſupportables rigueurs; (c) raiſonner en Philoſophe, (d) inventer en Géometre, (e) parler en Orateur, (f) & mériter enfin la faveur d'un ſi juſte Monarque; je n'apprens que trop qu'il ne peut me reſter en partage que l'admiration & le ſilence.

Rien ne doit, néanmoins, contribuer à animer mon eſpérance & à ſeconder mes efforts, comme les exemples brillants & les admirables leçons auxquelles j'aurai part deſormais de la manière la plus immédiate. Ouï, *MESSIEURS*, en reſpirant au milieu de vous, il me ſemble que je vai reſpirer une partie des diſpoſitions qui doivent en quelque ſorte me rapprocher de vous.

Temoin déjà, avec toute l'Europe, de l'eclat & de la perfection que les Sciences acquiérent chaque jour entre vos mains, je deviens un Exemple de votre zéle à exciter les talens inconnus, a les ſoutenir dans leur naiſſance, à les encourager dans leurs progrés.

Il eſt vrai, *MESSIEURS*, que c'eſt ici, comme une des principales fonctions de votre Miniſtère dans l'Etat; vous qui ne vivez que pour le bien de la Patrie, pourriez-vous ne pas prendre un ſoin particulier de tout ce qui ſemble annoncer des diſpoſitions capables de remplir la moindre partie d'un objet auſſi grand?

 Mais

(a) L'Academie Françoiſe. (b) L'Academie des Sciences.

(c) Voyage de Laponie pour la figure de la terre.

(d) *Eſſay de Philoſophie Morale, Venus Phyſique*, &c.

(e) *Eſſay de Cosmologie, Diſcours ſur la Parallaxe de la Lune, Figure des Aſtres, Aſtronomie nautique*, &c.

(f) Grand nombre de beaux Diſcours & de Pieces de Littérature.

Mais c'eſt ſurtout dans la diſtribution que vous faites aux Etrangers de vos ſoins, que vous paraiſſez, *MESSIEURS*, les plus attachés à tout ce qui peut aider au progrés des Sciences ; tantôt vous élevant au deſſus du préjugé des Nations, vous ne refuſez point d'adopter dans les peuples les moins éclairés, ce qui peut mériter de l'être ; tantôt au deſſus de cette eſpece de jalouſie, qui déſunit presque toûjours ceux que la diverſité des Climats a ſéparés, vous recherchez la vérité parmi ces hommes qui vous ſemblent moins attachés à la connaitre & à la cultiver, qu'à l'enſevelir dans des Ornemens étrangers, & vous la recevez de leurs mains. Toûjours ainſi occupés du ſoin de répandre de plus en plus dans l'Univers, le goût du vrai & de cette application ſolide, qui caractériſe ſurtout votre illuſtre Académie ; vous ſçavez en éloigner cet art dangereux & ſéduiſant du bel Eſprit, qui ne conſiſte qu'à donner un prix à ce qui n'en ſçaurait avoir en ſoy-méme.

Ainſi ce n'eſt pas aſſez que votre art merveilleux ait ſçû ſe rendre utile, & même néceſſaire, au milieu des horreurs de la Guerre ; vous voulez que dans des jours plus tranquilles la Patrie joüiſſe encore du fruit de vos moindres momens. Qu'ils ſont précieux ces momens, mais auſſi qu'ils ſont flatteurs pour vous, *MESSIEURS*, lorsque d'*ILLUSTRES PRINCESSES*, dont l'Eſprit, le goût, & le diſcernement ſuffit pour former la preuve la plus complette & la plus déciſive du prix de vos occupations, daignent venir jusqu'au milieu de vous, vous témoigner par leur préſence & par leur attention la bienveuïllance, dont elles honorent vos travaux, & l'eſtime quelles accordent à vos ſuccés !

Vous étes donc tout à la fois, *MESSIEURS*, le flambeau de la Patrie & celui de l'Humanité, Dépoſitaires de la plus grande partie de la ſplendeur d'un Etat ; chargés tout à la fois d'inſtruire & déclairer les Citoiens ; de conduire l'eſprit & de régler le coeur ; vous fourniſſez a l'un ſes alimens les plus ſolides, à l'autre ſes plus nobles délaſſemens.

Parmi

Parmi les plus célébres Académies en fut-il jamais une qui oſa, comme la vôtre, entreprendre de tempérer, par l'éclat de la plus belle Littérature, l'obſcurité des penibles ſentiers de la Philoſophie? C'eſt a vous, *MESSIEURS*, qu'il étoit reſervé de nous montrer tout le beau & l'utile de cet heureux aſſemblage, dont votre illuſtre Fondateur vous donna le premier exemple, & dont il vous transmit toute la perfection.

En effet, ſi nous regardons l'illuſtre *Leibnitz*, comme l'Auteur de la plus ſublime partie des Connaiſſances du Géometre; ne fut-il pas aux Métaphyſiciens comme un guide dans leurs ſpéculations; aux Phyſiciens comme une ſource de lumiere dans leurs raiſonnemens; aux Hiſtoriens, aux Théologiens, & aux Poëtes, un rival qui faiſait encore honneur au nom de *Leibnitz* & à celui de Chef d'une floriſſante Académie? Digne objet enfin du Choix du Monarque Auguſte, ſous la protection duquel vous commençâtes à travailler de concert dans ces champs, jusqu'alors peu cultivés; mais que l'on vit, bientôt entre vos mains, prendre une nouvelle face. Depuis cette époque ſi memorable, il ne faudrait que compter les inſtans pour appercevoir tous les pas qu'a fait votre illuſtre Académie vers ce genre de gloire, qu'elle à toujours eu devant les yeux, je veux dire, la perfection générale de toutes les Sciences.

Mais, *MESSIEURS*, votre renouvellement offre ſurtout à ma vuë un ſpectacle d'admiration. Un Roy qui voulant ſignaler les premiers inſtans de ſon repos par le goût le plus déclaré pour les beaux Arts, les place avec lui, ſur le thrône, en achevant de les tirer du Berceau; un Roy qui, las de courir de victoire en victoire, vient s'écrier avec vous dans le ſein de la paix: *Dulces ante omnia Muſæ;* Ce Roy, enfin qui non ſeulement par un prodige que tous les ſiécles ont reſervé, ce ſemble, à vos heureuſes contrées, raſſemble autour de lui plus de Héros que ne firent jamais les Dictateurs de l'Italie; plus de Philoſophes que Socrate & Pythagore; plus d'Eſprits que Mecenes & qu'Auguſte: mais qui par un autre prodige réſervé à lui ſeul, eſt de tous ces

Héros le plus grand; de tous ces Philoſophes le plus ſage; de tous ces Génies le plus ſolide, le plus aimable, & le plus beau. Grand Roy dédaigneriez-vous, quelque foible qu'il ſoit, l'hommage que vous rendent aujourd'huy, par ma voix, ces bouches conſacrées à la Vérité, & deſtinées à la montrer à tous les hommes? Ne pourroient-elles dans l'excés de leur admiration & de leur reconnaiſſance, s'unir, pour un inſtant à celles qui ſont chargées d'annoncer, dans l'Univers, les prodiges de votre Régne, & de les transmettre à la Poſtérité?

Ouï, *MESSIEURS*, ce tribut, qui encore une fois ne ſçauroit être ſuſpect, eſt le ſeul qni mérite d'être porté jusques aux pieds de ce Monarque, & de parvenir avec lui à l'immortalité.

Moins de grandeur ſuffirait pour animer nos pinceaux, ſi leurs traits pouvoient être aſſez vifs pour rendre au naturel le portrait qu'il en a ſçû graver lui-même dans l'eſprit de toutes les Nations, mais dans vos coeurs ſurtout; Peuples vraiment heureux ſous le régne d'un Prince, dont la Grandeur nait du bonheur de ſes ſujets.

Heureuſe Académie, puiſſiez-vous jouïr longtems du bonheur de voir parmi vos noms le Glorieux Nom de *FREDERIC!*

REPONSE

# RÉPONSE
## DE
# M. DE MAUPERTUIS.

*MONSIEUR,*

Nous ne ſommes plus, grace au Ciel, dans des tems où l'on eut eu beſoin d'un long diſcours pour faire connoitre l'utilité de l'entrepriſe que vous venez exécuter icy. Tous ceux qui ont quelque connoiſſance de l'Aſtronomie ſçavent de quelle importance eſt la Théorie de la Lune pour le progrés de cette Science: ceux qui ſe ſont bornés à la Géographie ſçavent combien les Obſervations de la Lune ſont utiles pour déterminer la poſition des Lieux ſur la Terre: enfin les Navigateurs ſentent encor mieux qu'ils ſont dans une dépendance continuelle de cet Aſtre. Pendant qu'il eſt la cauſe & la régle des Mouvements de la Mer, il fournit les moyens pour ſe conduire avec ſeureté ſur cet Elément; Et ſi une connoiſſance commune du Cours de la Lune ſuffit au Navigateur qui ne s'écarte pas des côtes, celui qui entreprend ces longues Navigations pendant leſquelles il ne voit que la Mer & le Ciel, doit avoir des connoiſſances bien plus exactes & plus étendues. Il ſemble que les autres Aſtres n'éclairent le Cieux que pour former le ſpectacle de l'Univers; celui-cy paroit avoir été donné à la Terre pour l'utilité de ſes habitans.

Entre tant de Bienfaits dont les Hommes ſont redevables à la Lune, il étoit aſſez naturel qu'ils pouſſaſſent la reconnoiſſance trop loin. Pendant que les Philoſophes admirent & calculent les effets réels de cet Aſtre, le Peuple lui attribuë des influences imaginaires; conſulte ſes Aſpects ſur l'adminiſtration des Remèdes dans ſes maladies, ſur l'Economie de ſon Bétail, ſur le tems où il doit ſemer ſes Grains, ou tailler ſes Arbres.

Les

Les Perſonnes Auguſtes devant qui j'ay l'honneur de parler ſont trop éclairées, pour que je croye devoir dire combien tous ces prétendus effets ſont peu fondés: Il eſt plus à propos d'expliquer le but de vos Obſervations.

On eſt déjà ſans doute aſſez prévenu pour vôtre entrepriſe, lorsqu'on ſçait qu'elle eſt formée par une Nation chez laquelle les Sciences ſont en ſi grand honneur, & ont fait de ſi grands progrés: lorsqu'on voit que *LOUIS* envoye en même tems pour l'exécuter, des Aſtronomes dans les parties Septentrionales de l'Europe, & jusqu'aux extremités Meridionales de l'Afrique; & que *FEDERIC* la partage par les ordres qu'il m'a donnés pour que vous trouviez ici tous les ſecours que ſon Académie & ſon Obſervatoire peuvent vous procurer, & pour que les mêmes Obſervations ſoient faites par ſes Aſtronomes.

Mais on peut dire que l'Allemagne a dans cette Entrepriſe un intéreſt en quelque ſorte perſonnel: Ce ſera à jamais une époque glorieuſe pour ce Païs-cy qu'un ſimple particulier ait eu aſſez d'amour pour les Sciences, & aſſez de généroſité, pour entreprendre ce que la France exécute.

En 1705. Mr. de *Kroſigk*, Conſeiller Privé de *FREDERIC I.* connoiſſant l'importance dont eſt la détermination de *la Parallaxe de la Lune*, envoya à ſes dépens au Cap de Bonne Eſpérance M. *Kolbe*, muni des meilleurs Inſtruments qu'on connût alors, pendant qu'il faiſoit faire ici par M. *Wagner* avec des Inſtrumens pareils les Obſervations correſpondantes. L'entrepriſe de cet homme illuſtre n'eut point le ſuccès qu'elle méritoit: Differens obſtacles, & la nature des Inſtrumens qui étoient bien éloignés de la perfection de ceux d'aujourd'huy, firent qu'on ne put retirer de cette opération les avantages qu'on en avoit eſpérés.

Pour connoître ces avantages, il faut expliquer ce que c'eſt que la Parallaxe de la Lune: Et comment on en déduit la diſtance de la Lune à la Terre.

Que

Que des Etres auſſi bornés que nous le ſommes, rélégués dans un coin de l'Univers, veuïllent de là meſurer la Diſtance de ces Corps que l'Etre ſuprême a placés à de ſi grands éloignements: cela paroitroit l'entrepriſe la plus téméraire, ſi l'on ne connoiſſoit le pouvoir de la Géometrie. Mais on ſçait, que tous les jours elle nous découvre la hauteur d'une Tour, ou la diſtance d'un autre Objet terreſtre inacceſſible, avec autant d'exactitude que ſi l'on eut réellement meſuré cette hauteur ou cette diſtance; une ſeule propoſition d'Euclide réſoud également ces Problèmes. Il n'eſt queſtion que d'appliquer la diſtance qu'on cherche à un Triangle dont deux Angles & un côté ſoyent connus. L'opération eſt très ſimple lorsqu'on veut meſurer la diſtance de quelqu'objet terreſtre; voici comme ce Triangle ſe forme lorsque c'eſt la diſtance de la Terre à la Lune qu'on veut découvrir.

Si cette diſtance étoit ſi grande que le globe entier de la Terre ne fut pour ainſi dire qu'un point en comparaiſon, de quelque lieu de la Terre qu'on obſervât la Lune, dans chaque inſtant on la verroit au même Lieu du Ciel; il n'y auroit aucune diverſité d'aſpect, il n'y auroit point de Parallaxe; & c'eſt ce qui a lieu à l'egard des Etoiles fixes dont la diſtance peut paſſer pour infinie. Mais il s'en faut beaucoup que la Lune ſoit auſſi éloignée de nous; ſa diſtance n'eſt que d'environ 10. fois la Circonference de la Terre, & le Diametre de la Terre eſt une quantité conſidérable par rapport à cette Diſtance. Si donc on ſuppoſe le Centre de la Terre, celuy de la Lune, & quelqu'Etoile fixe dans une même ligne droite, un Obſervateur placé dans les Régions Septentrionales de la Terre verra la Lune au deſſous de l'Etoile, tandis qu'un autre Obſervateur placé ſous le même Meridien dans les Régions Meridionales la verra au deſſus: Et les deux diſtances apparentes de la Lune à l'Etoile donneront la Parallaxe. (*)

Qu'on

(*) Nous prenons ici la Parallaxe dans un autre ſens & dans un ſens plus général qu'on ne la prend ordinairement. Ce que les Aſtronomes appellent *la Paral-*

Qu'on conçoive maintenant une Ligne droite tirée à travers de la Terre qui joigne les lieux des deux Obſervateurs: Cette ligne ſera la Baſe d'un Triangle dont les deux autres côtés ſeront les lignes tirées de chaque Obſervateur à la Lune.

Or dans ce Triangle les trois Angles, & la Baſe étant connus, l'on a la longeur de chacun des cotés & la diſtance du Centre de la Lune au Centre de la Terre : Le tout ne dépend que de la préciſion avec laquelle on connoit la poſition des Lieux des Obſervateurs, l'Angle de la Parallaxe, la grandeur & la figure de la Terre.

Mais dans cette Opération il y a une remarque à faire : C'eſt que plus la Ligne qui ſert de Baſe eſt longue, plus eſt grande l'exactitude avec laquelle on détermine la diſtance qu'on cherche. C'eſt par cette conſidération que pour bien déterminer la Diſtance de la Lune, on n'employe pas des Obſervations faites par des Aſtronomes placés à peu de degrés l'un de l'autre : Plus l'Arc du Meridien qui les ſépare eſt grand, plus on peut compter ſur la préciſion de cette Diſtance.

On eut trouvé dans l'Amérique un Arc du Meridien plus long que dans nôtre Continent, ſi l'on eut pris celuy qui paſſe par les Terres Magellaniques, & qui s'étend jusqu'aux Extrémités les plus Septentrionales: Mais ces Païs étoient trop peu habitables ou trop peu connus pour y penſer. A la verité ſans ſortir de ce Continent le Meridien qui paſſe par le Cap de Bonne Eſpérance pouvoit fournir pour vos Obſervations, un point plus avantageux que celuy que vous avez choiſi: La Lapponie Danoiſe ſe trouve ſous ce méme Meridien: & vous euſſiez pû en vous plaçant au Cap Nord allonger de 18. degrés l'Arc qui vous ſépare du Cap de Bonne Eſpérance.

Cependant ſi vous faites attention aux difficultés que des Climats auſſi rudes apportent aux Obſervations, & aux ſecours & aux com-

*laxe de la Lune*, eſt l'Angle formé à la Lune par deux lignes tirées l'une du centre de la Terre, l'autre du point de la ſurface où ſe trouve l'Obſervateur. Ici nous prenons pour la Parallaxe l'Angle formé par les lignes tirées des points de la ſurface de la Terre où ſe trouvent les deux Obſervateurs.

commodités, que vous trouverez dans une Ville où tous les Arts & toutes les Sciences fleuriſſent, vous regretterez moins cette perte ſur la diſtance dont on auroit pu vous éloigner encor. La préciſion que vous pouvez donner ici à vos Obſervations ſera peut-être préférable à ce que vous auriez gagné par une ſituation plus avantageuſe: & pour nous, dans le choix qu'on a fait de Berlin, nous trouvons l'avantage de vous avoir connu, & de vous avoir acquis pour Confrére.

Revenons à l'objet de vos Obſervations. La diſtance de la Lune à la Terre eſt un des Eléments, non ſeulement de l'Aſtronomie, mais de toute la Phyſique Celeſte: Ce fut par elle qu'on put comparer la force qui retient la Lune dans ſon Orbite avec celle qui fait tomber les Corps vers la Terre, avec la Peſanteur; & qu'on vit que ces deux forces n'étoient que la même. Cette decouverte conduiſit *Newton* à la Gravité univerſelle, & luy dévoila toute la Mechanique de l'Univers.

Mais ſi la diſtance de la Lune à la Terre étoit dès ce tems-là connue avec une préciſion ſuffiſante pour l'uſage auquel *Newton* l'appliquoit, d'autres beſoins font déſirer qu'on la connoiſſe avec plus d'exactitude; & avec toute l'exactitude poſſible.

La plus grande préciſion eſt neceſſaire pour parvenir à une Théorie complete de la Lune: avec cette Théorie on déterminera le point du Ciel où ſe doit trouver la Lune à chaque moment; la poſition de la Lune calculée pour chaque lieu, & obſervée par le Navigateur dans le lieu ou il eſt, luy donnera par la difference des heures, la difference des Meridiens: & le fameux Probleme de la Longitude ſera réſolu. Le Navigateur connoitra la diſtance où il eſt du Meridien du lieu de ſon départ avec autant de préciſion qu'il ſçait à quelle diſtance il eſt de l'Equateur, il ne ſera plus expoſé à ces funeſtes Erreurs qui naiſſent d'une eſtime incertaine, & qui cauſent tous les jours des Naufrages.

Aprés ce dernier avantage, je n'ay plus beſoin de parler d'aucun autre. L'utilité de ce qui peut conſerver la vie des hommes & aſſurer leur fortune paſſe chez eux avant tout, & leur eſt aſſez démontrée.

Mais il ſera peut-être à propos de lever icy certains doutes qui pourroient naitre, ou de répondre à quelques Queſtions qu'on pourroit faire.

La diſtance de la Lune à la Terre bien déterminée, tous ſes mouvements bien connus, ſon lieu dans le Ciel exactement marqué pour chaque inſtant; ne faudra-t-il pas encor bien des Obſervations & des calculs pour en déduire la Longitude? Et chaque Pilote ſera-t-il aſſez habile Aſtronome pour les faire? Nous avouons qu'il faudra pour cela plus de ſcience & plus de travail que jusqu'icy n'en employent les Pilotes ordinaires; mais doit-on ſe priver de tels avantages parce qu'il en coute des ſoins pour en profiter? D'ailleurs les ſpéculations les plus ſubtiles ne ſe ſont-elles pas dans presque tous les Arts converties en pratiques aſſez ſimples? Et ſi l'on eut propoſé aux premiers Hommes qui s'expoſerent ſur un Radeau la Science de la Navigation, euſſent-ils pu croire que ſes Régles devinſſent jamais aſſez faciles pour que tous les gens de Mer les connuſſent & les pratiquaſſent?

Mais, dira-t-on peut être encor; en convenant de toute l'utilité de la Théorie de la Lune, eſt-il ſeur qu'on l'obtienne par les Obſervations de la Parallaxe? Non; mais il eſt ſeur que ces Obſervations fourniſſent le meilleur moyen pour y parvenir: Et quoyque le progrés ſoit lent, quoyque le tems du ſuccés ſoit reculé & incertain, tout ce qui nous approche d'objets auſſi importants mérite les plus grands travaux d'une Nation éclairée. Peut-être ne retirerons-nous point nous-mêmes les derniers fruits de ces travaux: peut-être ne ſont-ils reſervés que pour des tems qui ſont encor fort éloignés: Mais en ſeront-ils moins précieux pour les hommes qui vivront alors? L'Amour du vray & de l'utile doit embraſſer tous les tems, & ne faire de tous les hommes qu'une même Société.

DE

# DE L'OBLIGATION
## DE SE PROCURER TOUTES LES COMMODITE'S DE LA VIE,
### CONSIDERE'E COMME UN DEVOIR DE LA MORALE.

PAR M. FORMEY.

On aura peut-être de la peine à ſe perſuader que ce que je veux faire enviſager ſous l'idée d'un Devoir, en ſoit un, & qu'il faille le propoſer aux hommes ſous ce point de vuë, comme s'ils n'etoient pas diſpoſés, non ſeulement à le réduire en pratique, mais même à le pouſſer au delà de ſes juſtes bornes. Ce ſeroit pourtant ſe tromper que d'acquieſcer à l'une & à l'autre de ces déciſions. L'obligation de ſe procurer toutes les commodités de la Vie eſt un devoir légitimement déduit des premiers principes de la Morale ; & qui plus eſt, c'eſt un devoir communèment negligé. Quelques momens d'attention ſuffiront, ſi je ne me trompe, pour en convaincre ceux qui penſent autrement.

La Morale n'eſt rien, ou elle eſt la Science du Bonheur. Quelle autre raiſon pourroit déterminer la Créature raiſonnable à réfléchir ſur la nature de ſes actions ; quel autre but pourroit-elle ſe propoſer en y faiſant régner un certain ordre, qui paroit d'abord tenir de la gêne & de la contrainte, ſinon d'en être récompenſée par un état préférable à celui où elle demeureroit en négligeant ces précautions ? Auſſi tous les Philoſophes qui ont fait de la Morale leur objet, ont-ils parlé à leurs

Diſciples du Bonheur, du Souverain Bien, comme de la derniere fin à laquelle ils devoient tendre. Il n'etoit pas difficile en effet de connoître une fin que la Nature a écrite en gros caractères dans le coeur de tous les hommes. Mais il s'en failoit bien qu'il fut auſſi aiſé de trouver les moyens qui conduiſent à cette fin, parce que la Nature, gardant le ſilence à cet égard, laiſſe à l'homme le ſoin de conſulter l'Expérience & la Raiſon, pour ſe demêler avec ſuccès de cette grande entrepriſe.

C'eſt donc ici que commencent tous ces Edifices, qu'on appelle *Syſtèmes*, & qu'on diſtingue par les noms de leurs Architectes. Il y en a eu par centaines, comme le témoignent les Philoſophes anciens; mais au fonds ils peuvent être réduits à trois principaux. On a voulu rendre l'homme heureux par l'Inſenſibilité, par la Volupté, & par la Vertu. Je ſortirois des bornes de mon Plan, ſi je faiſois ici l'analyſe & la comparaiſon de ces Syſtèmes. Je laiſſe donc indécis, laquelle de ces trois routes mene effectivement au Bonheur; mais ſi l'obligation de ſe procurer toutes les commodités de la Vie découle également de ces trois Sources, j'aurai eu raiſon d'avancer que c'eſt un devoir légitimement déduit des premiers principes de la Morale.

J'entens par cette obligation, (car il eſt eſſentiel de commencer par la définir,) l'attention que nous devons apporter à écarter de la portée de nos ſens, & des idées de nôtre eſprit, tout ce qui altère, inquiéte, aigrit, & fait des impreſſions facheuſes, pour y ſubſtituer les choſes propres à produire des effets doux & agréables. Il ne s'agit donc ici, ni des prétentions outrées des Paſſions, ni de cette molleſſe entre les bras de laquelle l'homme s'endort ſi volontiers. Je ne cherche à mettre l'homme dans une ſituation riante, qu'autant qu'elle eſt propre à faciliter la pratique de ſes devoirs; car ſi je le détournois de ſes devoirs, je le rendrois malheureux, & je ne pourrois plus me vanter de lui donner une leçon de Morale. Je donnerai dans la ſuite de ce Diſcours quelques Exemples qui acheveront de fixer les juſtes

limites

limites de cette obligation. Voyons ſa néceſſité dans les trois Syſtèmes généraux du bonheur.

I. Le premier eſt celui de l'Inſenſibilité, de l'*Apathie*, comme la nommoient ceux qui en ont introduit l'idée. Ce dogme pris dans un ſens abſolu, & à toute rigueur, eſt la plus haute de toutes les chimères. Un homme qui ne ſent rien eſt un homme, ſi j'oſe ainſi dire, *des-humanifé*. L'orgueil peut ſe vanter de ne rien ſentir; l'enthouſiasme peut jetter dans un accès de délire, où l'on ne ſente effectivement rien. Mais il eſt impoſſible de faire de cet état un état permanent, un état philoſophique. Ce Sage cantonné en lui-même, ſiégeant dans je ne ſçai quelle Capitale intérieure, où il eſt inacceſſible à tous les traits, à toutes les disgraces, eſt le Phoenix, c'eſt à dire, un Etre auſſi fabuleux que cet Oiſeau.

Si l'on veut donc laiſſer à l'*Apathie* la prérogative d'être un Syſtème, une route à la Felicité, il faut au moins la prendre dans un ſens raiſonnable & poſſible. Alors elle ſignifiera ce détachement de toutes les choſes du dehors, par lequel nous arrivons inſenſiblement à pouvoir nous en paſſer ſans peine, & à trouver nôtre joye & nôtre ſatisfaction en nous-mêmes. Cette idée eſt grande, elle eſt belle, elle eſt vraye. Mais je vous prie de faire d'après l'expérience une remarque, qui nous conduira tout droit à l'obligation que je veux établir. C'eſt qu'il eſt incomparablement plus facile de ſe défaire de la ſenſibilité pour les grandes choſes que de la ſenſibilité pour les petites. Cela eſt étonnant, mais cela eſt inconteſtable. Il y a dans les grandes Ames, dans les Ames Philoſophes, un principe de nobleſſe & d'élévation, qui les ſoutient dans tout ce qui a de l'éclat, & qui demande une force heroïque ; jamais cela ne leur manque au beſoin. Mais ce Heros, ce Philoſophe, que les coups les plus rudes du ſort n'ont point ébranlé, vous les verrez s'inquiéter, ſe laiſſer emporter quelquefois hors de leur aſſiette, par des choſes qui n'ont aucune proportion avec celles dont ils ont pleinement triomphé. De là vient l'extrême

trême difference entre la vie privée & la vie publique, & l'etonnement où l'on eſt en voyant de près des Hommes, dont la grandeur apperçuë en perſpective étoit ſi frappante, en les voyant, dis-je, petits, minucieux, mépriſables. On a fondé là deſſus ces Maximes vulgairement reçuës ; que *la préſence diminuë la renommée*, & *qu'il n'y a point de Hèros pour ſon Valet de Chambre.* Et moi j'y fonde l'obligation de prévenir ces travers, ces inégalités, ces bizarreries, qui font ſouvent éclipſer les plus brillantes qualités ; & je dis que le meilleur moyen d'y réüſſir, c'eſt d'arranger les objets les plus voiſins, & auxquels ſont attachées les véritables commodités de la vie, de maniere qu'il en réſulte un coup d'oeil gracieux, des impreſſions riantes. On ne ſçauroit croire combien cela influë ſur l'etat de l'Ame. Le Philoſophe qui mépriſe ces détails, & qui croit y trouver une eſpece de puérilité, eſt un faux Philoſophe, qui n'entend pas ſon métier, & qui n'arrivera jamais à la veritable *Apathie.* Tout le faſte de ſes Dogmes ne l'empêchera pas de recèler au dedans de ſoi mille ſoucis, d'autant plus incommodes qu'ils renaiſſent tous les jours.

II. On comprend aiſément que, dans le Syſtème de la Volupté, l'obligation dont je parle, eſt, ſinon plus forte, au moins plus marquée. Mais je vais plus loin, & j'avance une choſe dont je ſuis perſuadé ; c'eſt que la volupté d'*Epicure* n'eſt que cela. Il y a longtems qu'on a réhabilité ce Philoſophe, dont la mémoire avoit été injuſtement décriée, & qui n'a rien de commun avec ces Epicuriens, qui font de l'aimable Déeſſe de leur Maitre une Furie groſſière & brutale. Ce célébre Grec avoit trop profondément médité ſur les ſources du vrai bonheur pour en indiquer d'auſſi mauvaiſes que la ſenſualité & les excès. Il n'y a qu'à lire les Sentences qu'il a prononcées, & en particulier celles qu'on trouve enchaſſées avec tant d'art dans les admirables Lettres de *Seneque* à *Lucilius.* Ces Lettres ſont, pour ainſi dire, une conciliation perpetuelle de la doctrine d'Epicure & de celle des Stoïciens ; & en effet quelque oppoſées que paroiſſent ces deux doctrines, il eſt certain qu'elles ne different point eſſentiellement. *Epicure* veut

mener

mener à la Vertu par la route d'une Volupté, conforme aux Loix de la Nature & aux Conſeils de la Raiſon, d'une Volupté pure, paiſible, & qu'on puiſſe ſe procurer dans tous les tems & dans tous les lieux. *Zenon* veut mener à la Volupté, (car le Bonheur, le Souverain Bien & la vraye Volupté ſont la même choſe;) il veut, dis-je, mener à la Volupté par la Vertu; il veut que l'Homme devienne ſemblable aux Dieux, en vivant comme eux. A' laquelle donc de ces deux Ecoles qu'on aille, il en réſultera le même effet; on reviendra de la premiere vertueux par la volupté, & de la ſeconde voluptueux, c'eſt à dire, heureux, par la vertu.

Mais pour ne point ſortir des bornes de la Queſtion que j'examine, comment obtenir la vraye Volupté d'Epicure? Eſt-ce dans le tumulte, dans le fracas, dans l'etourdiſſement des plaiſirs, qu'elle ſe trouve? Un paſſage des Lettres que j'ai citées, nous l'apprendra: je ſuis fâché ſeulement de ne pouvoir pas lui conſerver toute ſa beauté dans ma Traduction. " Ceux, dit Seneque, qui s'adreſſent à Epicu-" re, ont la fauſſe eſpèrance qu'ils pourront mettre tous leurs vices à " l'abri de ſes préceptes. Quand ils arrivent à la porte de ſon petit " Jardin, ils y liſent cette Inſcription: Etranger, vous ſerez bien ici, " vous y goûterez le Souverain Bien dans la Volupté; l'hôte du lo-" gis vient enſuite les recevoir avec un air d'hoſpitalité, & de la fa-" çon la plus humaine; il leur préſente de la bouïllie de farine d'orge, " il leur verſe de l'eau largement, & leur dit enſuite: Eh! bien, n'a-" vez vous pas été bien reçûs?" (*) Voilà l'idée que Seneque nous donne de la Volupté d'Epicure: ſa Secte n'auroit pas été ſi nombreuſe aſſu-

(*) . . . . *Iſtis qui ad illa conſugunt, ſpe mala inducti, qui velamentum ſe ipſos ſuorum vitiorum habituros exiſtimant. . . . . Cum adierint hos hortulos, & inſcriptum hortulis, Hoſpes hic bene manebis, hic ſummum bonum voluptas eſt: paratus erit iſtius domicilii cuſtos, hoſpitalis, humanus, & te polenta excipiet, & aquam quoque large miniſtrabit, & dicet: Ecquid bene acceptus es?* Epiſt. XXI. ad Lucilium.

aſſurément, ſi l'on n'avoit mis aucun aſſaiſonnement à cette premiere ſimplicité.

On a eu grand tort cependant de le faire : tout ce que l'on a ajouté, peut être comparé au fard qui ne rehauſſa jamais les charmes de la Beauté. Il faloit s'en tenir au plan du Sage Athenien. Un petit Jardin bien cultivé, une Maiſon commode, des mets apprêtés ſans art, des Livres, des Amis, une Compagne douce & fidèle, on l'a dit ſouvent, & peu de gens veulent le croire, ou ne s'en apperçoivent que trop tard; voilà ce qui rend la vie heureuſe. La vocation ſecrete & invariable que la Nature nous adreſſe au Bonheur, ſeroit une illuſion, ou ne ſerviroit qu'à nous tourmenter, s'il faloit pour l'acquérir des fraix que tout le Monde ne fut pas en état de faire, & que par là il devint un appanage réſervé à certaines conditions. C'eſt au contraire dans ces conditions qu'on eſt le moins à portée de le goûter, parce que l'Art y étouffe ſans ceſſe la Nature, & qu'on ſe dégoûte bientôt de tout ce qui n'eſt pas naturel. Je conclus donc qu'un vrai Epicurien, un Epicurien ſage & raiſonnable, eſt celui qui va droit au but, en ſe procurant ces commodités de la Vie, qui en marquent tous les inſtans d'une maniere douce, & bien autrement délicieuſe, qu'on ne les paſſe dans la diſſipation.

III. Je viens au troiſiéme Syſtème du Bonheur ; c'eſt celui dans lequel on le regarde comme indiſſolublement attaché à la pratique de la Vertu. J'avois dit, je l'avoüe, que je laiſſerois indécis ; laquelle des trois doctrines qui ont été indiquées, eſt la veritable ? mais je ne ſçaurois me réſoudre à perſévérer dans cette indéciſion. Il eſt ſi évident qu'on n'eſt, & qu'on ne peut être heureux qu'autant qu'on eſt Vertueux, que la ſeule apparence du doute à cet égard me paroît mal ſéante. La démonſtration de cette Vérité eſt étrangére au ſujet que je traitte ; & après tout chacun la porte dans ſon coeur, quelque combattuë qu'elle y puiſſe être par l'Erreur ou par le Vice.

Mais je m'attens bien qu'on trouvera que je tourne le dos à mon but, en repréſentant l'attention à ſe procurer toutes les commodités de

de la Vie comme une obligation, un devoir moral, qui puiſſe être déduit du Principe par lequel l'acquiſition du Bonheur eſt réſervée à la ſeule Vertu. N'eſt-ce pas, dira-t-on, énerver les hommes, leur faire employer à de petits ſoins, à de baſſes occupations, cette activité & ces forces qui ſuffiſent à peine pour les pénibles efforts, auxquels la pratique d'une Vertu ſoutenuë engage ? N'eſt-ce pas ſerrer des liens que la Vertu a une peine infinie à rompre ? En un mot, n'eſt-ce pas allier des choſes incompatibles ?

Ici j'ai beſoin de beaucoup de clarté & de préciſion pour achever d'expliquer mon idée, & pour prouver ma Propoſition. J'ai déjà fait ſentir par la définition du Devoir que j'introduis dans la Morale, qu'il ne s'agiſſoit point d'une vie oiſive, molle & licencieuſe; & que je ne prétendois accorder aux hommes que la réünion des commodités qui facilitent la pratique de leurs devoirs, ou du moins qui ne la troublent pas.

Cela poſé, tout va, ſi je ne me trompe, de plein pied. Qu'eſt-ce que la Vertu ? C'eſt l'habitude de faire le bien. Qu'eſt-ce qu'une habitude ? C'eſt la facilité que nous acquérons per une ſuite d'actes réïterés d'exécuter d'une maniere promte & heureuſe ce que nous n'étions pas en état de faire auparavant, ou ce qui nous coûtoit de la peine & des efforts ? Enfin comment acquiert-on cette facilité ? A proportion des ſecours & des commodités dont on eſt à portée de faire uſage. Paſſez en revuë toutes les Sciences, tous les Exercices du Corps : vous verrez que toutes ces choſes ne s'apprennent jamais autrement. Si l'on veut qu'un Enfant ſçache écrire, on ne lui donne pas une mauvaiſe plume, de mauvaiſe encre, un papier raboteux, on ne le place pas dans une attitude gênante, on ne lui ôte pas le degré de jour néceſſaire; & ainſi du reſte. Je n'accumulerai pas de ſemblables exemples ; je ne crois pas que l'on me conteſte que les progrés en tout genre, dépendent des commodités plus ou moins grandes que nous rencontrons, en ſuppoſant les diſpoſitions convenables dans le ſujet qui en profite.

Ainſi, & pour ne pas laſſer vôtre attention, je maintiens qu'il en eſt abſolument de même de la Vertu en général, & des devoirs qui cõnſtituent les Vertus particulieres. On ne ſçauroit être trop ſoigneux de raſſembler tout ce qui peut nous en rendre la pratique douce & aiſée ; parce qu'il eſt rare qu'on ſe ſoutienne dans l'exercice des choſes, qui n'offrent jamais que des combats à ſoutenir & des obſtacles à vaincre. Or en une infinité d'occaſions ces obſtacles naiſſent du ſimple défaut de certaines commodités qu'il ſeroit en nôtre pouvoir de nous procurer ; & ſi nous ne le faiſons pas, nous manquons à nôtre devoir ; car je ne vois pas qu'il y ait de la difference entre manquer à une choſe qui nous empêche de faire nôtre devoir, ou du moins de le bien faire, & manquer à ce devoir même. Si, par exemple, un Magiſtrat ayant à entendre diverſes perſonnes qu'il eſt obligé d'ecouter, & auxquelles il rendra enſuite juſtice d'après ce qu'elles lui auront dit ; ſi ce Magiſtrat, disje, eſt dans un Appartement expoſé à quelque injure de l'air, à quelque bruit incommode, à quelque autre action que ce ſoit, qui en l'affectant le détourne de l'attention qu'il doit à ceux qui lui parlent, n'eſt-il pas dans l'obligation de choiſir un lieu plus commode, & où il ſoit á l'abri de ces diſtractioas ? Si un Homme de Lettres ne peut mèditer avec quelque ſuccès, qu'après avoir pris une taſſe ou deux d'une liqueur qui libère ſa tête de la peſanteur qui l'accable, ou des vapeurs qui l'offusquent, n'eſt-il pas l'obligation de ſe procurer cette eſpece de vehicule de ſes idées ? Si un Homme de Guerre, (je ne crains point de joindre cet exemple aux autres, & cela ne dèroge point à l'obligation, en apparence oppoſée, de ſoutenir toutes les fatigues & d'affronter tous les maux, puisque celle-ci ne peut-être fondée & raiſonnable, qu'entant & autant que la néceſſité l'exige ;) ſi un Homme de Guerre s'apperçoit qu'il y a dans quelque partie de ſes vétemens une gêne qui dérange la liberté de ſon action, qui lui ôte quelque choſe de la promtitude & de l'aiſance de ſes mouvemens, le trouveriez-vous fort ſenſé de dire qu'il y auroit une fauſſe délicateſſe à y remèdier ? Seroit-ce par

hazard

hazard un mérite de faire moins bien ce qu'on pourroit faire mieux, en faiſant ceſſer un état incommode, pour lui en ſubſtituer un plus avantageux à l'exercice de nos fonctions ? Je ne me perſuade pas qu'on puiſſe raiſonnablement penſer de la ſorte.

Je ne me trouve embarraſſé ici que de l'abondance des preuves, & de la crainte de paſſer les bornes d'un Diſcours Académique. Ainſi il faut que je ne borne à la ſimple indication de deux Argumens en faveur du même devoir ; dont la force me paroit manifeſte.

Le premier, c'eſt que l'obligation de faire le bien emporte celle de faire le mieux ; & que celui qui pouvant faire mieux, ne fait que bien, eſt cenſé faire mal. Cela eſt ſi vrai que tous les jours on ne tient aucun compte à certaines perſonnes des choſes qu'elles ont faites & bien faites, dés qu'on ſçait qu'elles pouvoient les faire mieux. Or il eſt évident que l'omiſſion des précautions, ſur leſquelles roulent le Devoir que j'établis, empêche conſtamment le mieux, & nous prive de quelcune des diſpoſitions qui devroient concourir à la perfection de nôtre action.

Le ſecond argument que j'indique, c'eſt que nos actions conſidérables, celles qui portent le nom de grandes, ſont des Touts, compoſés d'autres actions plus petites, dans leſquelles elles ſe diviſent & ſe ſubdiviſent. Ces petites actions ſont les élémens de la grande action, de l'action totale. Or ſi ces élémens ſont défectueux, ou en nombre, ou en qualité, l'action qui en eſt le réſultat, en ſouffre proportionellement à ce défaut. On peut emprunter ici une comparaiſon très ſenſible des actions du Corps. Qu'eſt-ce que cette force d'un bras, qui leve telle maſſe d'un tel poids ? C'eſt l'aggrégat des forces de tous les muſcles de ce bras ; & la force de chaque muſcle eſt l'aggrégat à ſon tour des forces de toutes les fibres qui compoſent ce muſcle. Si donc l'action d'un muſcle, ou même d'une fibre, manque, ou qu'elle ſoit altérée, l'action totale en reçoit un déchet d'autant. Séparez un fil très mince d'un gros cable, cen'eſt rien en apparence ; continuez à en ſéparer de ſemblables, & vous parviendrez à détruire tout le tiſſu.

Ces réfléxions ſont aſſés frappantes pour quiconque ſçait & veut réfléchir. Il eſt pourtant incroyable, combien il ſe trouve de gens, dont les uns ſe font un vain mérite d'être au deſſus de ces prétenduës bagatelles, & les autres paſſent leur vie dans des embarras qu'ils n'apperçoivent ſeulement pas, quoiqu'ils ſoient l'unique cauſe de la médiocrité à laquelle ils demeurent, pour ainſi dire, condamnés. La plûpart des diſpoſitions qu'on appelle humeur, inegalité, caprice, naiſſent de là ; la Société en perd ſes principaux agrémens ; les Vertus d'aimables qu'elles devroient être, en deviennent ſéches & rebutantes ; & le Bonheur ſe perd, s'abyme dans ces petits incidens, tout autant & plus que dans les grandes traverſes de la vie ; à peu prés comme une ravine d'eau peut également ſe jetter tout à coup dans quelque large ouverture, ou en ſe répandant ſur la terre s'imbiber dans tous ſes pores.

J'ai donc eu raiſon de dire dès l'entrée de ce Mémoire, que l'obligation de ſe procurer toutes les commodités de la Vie étoit un devoir, & un devoir fort négligé. Les hommes aiment le Plaiſir, & y font conſiſter le Bonheur. Ils ont raiſon ; mais leur Oeconomie n'en eſt pas moins mauvaiſe pour cela. Ils font comme ces gens qui mangent le revenu d'un mois, ou même d'une année, pour donner un feſtin d'apparat, où l'on s'ennuye quelquefois mortellement, & qui ſe trouvent à l'étroit le reſte du tems. On croit qu'être heureux, c'eſt pouvoir jouïr de tems en tems de ces Plaiſirs éclatans, qui ſont le partage de l'Opulence & de la Grandeur. Abus. Etre heureux, (je ne parle qu'en Philoſophe, & je laiſſe à la Religion le droit & le privilège de nous ouvrir l'accès à un Bonheur fort au deſſus de ce que nous appellons improprement de ce nom dans la ſphère des choſes temporelles,) être heureux, c'eſt arracher ſoigneuſement toutes les épines qui ſe trouvent ſous nos pas, ſemer la route d'autant de fleurs que notre condition le permet, & marcher enſuite d'un pas ferme & tranquille dans le chemin de la Vertu.

*** *** ***

ELOGE

# ELOGE
## DE
## M. LE MARECHAL DE SCHMETTAU.

C'eſt à ceux qui écriront l'hiſtoire à faire paſſer à la poſtérité les Actions Militaires d'un des plus habiles Généraux que l'Allemagne ait eus: Pour nous qui devons faire connoitre M. le Maréchal *de Schmettau* ſous un autre aſpect, nous ne toucherons cette partie qu'autant qu'il ſera néceſſaire pour qu'on ſçache, que celuy qui a contribué au gain de tant de Batailles & à la priſe de tant de Villes, étoit le même homme qui a toujours protégé les Arts, cultivé les Sciences, & auquel l'Académie doit tant.

Ce ſeroit une grande erreur de croire qu'il y ait quelque incompatibilité entre les differentes parties qui forment un grand homme, quoy qu'il ſoit ſi rare de les trouver enſemble. On ſe fait de l'homme de guerre je ne ſçay quelle idée qui ſemble exclure l'Etude & la méditation; comme ſi une des Sciences les plus difficiles pouvoit s'en paſſer; ou comme ſi les qualités de l'Eſprit qui ne ſervent qu'à étendre & éclairer le courage, pouvoient l'éteindre.

Peut être, les Sciences ſeroient-elles moins néceſſaires à celuy qui n'offre que ſon bras dans une Armée: mais celuy qui doit la commander, celuy qui diſpoſe ces Opérations d'où dépend le ſort des Peuples & des Etats, peut-il avoir trop de connoiſſances? La Science des Evenements paſſés luy enſeigne ce qu'il doit faire dans les Evenements preſents; l'Eſprit Mathematique le prévoit & le calcule.

*Samuel*

*Samuel de Schmettau* nacquit à Berlin le 26. Mars de l'année 1684: ſon Pére fut *Samuel de Schmettau*, Conſeiller Privé ſous le Régne de *FREDERIC I.* Et ſa Mére *Marie de la Fontaine Vicard.* Si un homme qui eſt parvenu aux derniers honneurs de ſon Etat avoit encore beſoin d'autres Titres; nous dirions icy que ſes Ancêtres d'ancienne Nobleſſe Hongroiſe, ayant ſervi ſous le Roy Matthias Corvin lorsqu'il porta la guerre en Boheme & en Sileſie, s'étoient établis dans le Comté de Glatz: Que la famille perdit ſes Titres dans les guerres de Hongrie & d'Allemagne; & que l'Empereur Leopold I. y ſupplea, en luy faiſant expédier de nouvelles Patentes par leſquelles ſa Nobleſſe étoit reconnuë, confirmée & renouvellée.

Il reçut une Education proportionnée à ſa naiſſance, & aux talents qu'on découvroit en luy; & s'attacha ſurtout à l'Etude des Mathematiques, de la Géographie, & de l'Hiſtoire. A peine avoit-il atteint l'age de 15. ans que ſon goût pour les Armes détermina ſes Parens à l'envoyer en Dannemarck, où *Guillaume de Schmettau* ſon Oncle qui commandoit un Régiment de Cuiraſſiers, le fit entrer Cadet aux Gardes: le premier Siege qu'il vit, fut celuy de Tonningen.

Il fut fait Enſeigne en 1700; & marcha avec le Corps d'Armée que le Dannemarck fourniſſoit à l'Angleterre & à la Hollande dans les Païs-bas; où il ſe trouva au ſiege de Keiſerwert, à la retraitte de Nimegue, & à l'attaque du Chateau de Grevenbruck, qui fut emporté l'epée à la main de même que Weert & Stockhem.

Au ſiege de Ruremonde il fut bleſſé ſur la brêche de la Citadelle; mais il fut aſſez tót guéri pour ſe trouver au ſiege de Huy; puis à l'action d'Eckeren, & ſervit au ſiege de Bonn comme Ingénieur Volontaire ſous le Général Coehorn. En 1703. il fut fait Lieutenant dans le Régiment de Schmettau Dragons du Margrave d'Anſpach; il

marcha

marcha avec ce Régiment qui fut de l'Armée du Prince Héréditaire de Heſſe-Caſſel depuis Roy de Suede, ſur le haut Rhin, & ſe trouva à la Bataille de Spirback.

En 1704. il fut fait Capitaine & ſervit en cette qualité à l'affaire de Schellemberg, au ſiege de Rain, & à la Bataille de Hochſtet: cette Bataille luy valut une Compagnie. Aux ſieges de Landau & de Trarbach il ſervit comme Ingénieur Volontaire.

L'année d'aprés il fut à la priſe des Lignes de Nerwinde, au ſiege de S. Loen, & en 1706. à la Bataille de Ramilli où il fut bleſſé. Il ſe trouva pourtant aux ſieges d'Oſtende, de Menin, d'Oudenarde, jusqu'en 1707. où il ne ſe paſſa rien de remarquable dans cette Armée.

En 1708. il fut à la Bataille d'Oudenarde; au ſiege de Liſle, & à l'affaire de Winendall: & preſenta au Roy de Pologne le plan de l'attaque de Liſle qu'il avoit levé ſous les yeux de ce Prince. Il fut enſuite des ſieges de Gand & de Bruges: & en 1709. à celuy de Tournay il fut fait Major, & Aide de Camp du Prince Héréditaire de Heſſe. Ce fut à ce ſiege qu'il fit connoiſſance avec le Comte de Schulembourg qui fut enſuite Maréchal des Troupes Venitiennes; & que ſe forma entre eux cette amitié qui a duré jusqu'à la mort. L'Amitié de tels hommes que leur métier & leurs talents rendent néceſſairement rivaux, eſt le plus grand éloge qu'on puiſſe faire d'eux. Celle de M. le Comte de Schulembourg lui procura l'avantage d'être connu du Prince Eugene. Il fut à la Bataille de Malplaquet & au ſiege de Mons: Et l'année d'aprés aux ſieges de Douay, de Bethune, de St. Venant, & d'Aire.

En 1711. il fut fait Lieutenant Colonel, & ſe trouva au paſſage des Lignes d'Arleux, & au ſiege de Bouchain: En 1712. au ſiege du Quesnoy, à l'inveſtiſſement de Landrecy, & à l'affaire de Denain. Il fit en 1714.

la Campagne du Rhin comme Volontaire à la ſuite du Prince Eugene; & aprés la Paix d'Utrecht, le Régiment de Schmettau étant paſſé au ſervice de Saxe, il entra avec ce Régiment dans le même ſervice.

Charles XII. Roy de Suede luy envoya en 1715. la Patente de Quartier-Maître Général, & luy donnoit un Régiment de Dragons: mais comme la Lettre du Prince de Heſſe qui contenoit la Patente ne luy parvint, que lorsque les Saxons étoient en marche, il ne put profiter de cette offre, & fut du ſiege de Stralſund & de la deſcente dans l'Isle de Rugen.

Le ſiege fini, entre les années 1715. & 1716., il marcha en Pologne avec le Régiment qu'il commandoit, & remporta en quatre Occaſions des avantages ſur les Polonois conféderés. La première fut à Werucoff, où avec ce ſeul Régiment qui n'étoit que de 400 hommes, il en défit 5000, prit au Régimentaire Gniesadoffsky qui les commandoit 4 Canons, tout ſon bagage, 200 priſoniers, & 360 Chevaux. La ſeconde fut près de Cunitz, où le partiſan Gurzeffsky avec 1000 Chevaux voulut ſurprendre le Régiment de Schmettau & celuy de Flemming; le partiſan fut battu, & on luy fit 100 priſoniers, La troiſième fut auprès de Plonsky, où le même Gurzeffsky s'étoit joint au Général Steinflicht avec 2000 Chevaux pour attaquer l'Arriere-Garde Saxone; ils furent battus & pourſuivis. La quatrième fut à la Bataille de Kowallewo dans la Pruſſe Polonoiſe où les Saxons ſous les ordres du Général Boſen défirent ſi bien l'Armée Polonoiſe & Lithuanienne que la Paix ſe fit.

M. *de Schmettau* avoit donné par écrit au Maréchal Flemming la première idée de cette affaire; & immédiatement aprés qu'elle fut finie, Sa Majeſté Polonoiſe le fit Colonel & l'employa dans l'Artillerie. Il fut la même année envoyé vers Frederic Guillaume Roy de Pruſſe qui luy donna l'ordre *de la Généroſité*.

En

En 1717. le Roy Auguſte l'envoya ſervir comme Volontaire en Hongrie, ou il s'acquit tellement l'eſtime du Prince Eugene que dès ce tems le Prince voulut le faire entrer au ſervice de l'Empereur. Il ne put accepter cette offre; & aprés le ſiege & la Bataille de Belgrade il retourna en Saxe. L'année d'aprés le Roy le renvoya en Hongrie, & le chargea d'y conduire le Corps de Troupes Saxonnes que le Duc de Weiſſenfels commandoit. Le Colonel Stojentin de ce Corps y étant mort, ſon Régiment fut donné à M. *de Schmettau.*

Pendant l'hyver, les Saxons ayant eu leurs Quartiers en Hongrie, M. *de Schmettau* ſe trouva à Vienne; où le Prince Eugene ayant renouvellé ſes propoſitions luy offrit la charge de Quartier-Maître Général & de Général-Major, avec le premier Régiment qui viendroit à vacquer. Le Roy de Pologne luy permit d'accepter ces offres, & il entra en 1719. au ſervice de l'Empereur.

Il partit auſſi-tot pour ſe rendre en Sicile ſous les ordres du Comte Mercy; & ſe trouva à la Bataille de Francavilla. Il eut là beaucoup de part à tous les mouvements de l'Armée, & dirigea les attaques devant Meſſine qui fut priſe.

La guerre de Sicile étant finie, M. *de Schmettau* ne demeura pas oiſif: La paix ne faiſoit que changer ſes occupations. L'Empereur le chargea de lever la Carte de toute la Sicile: & l'année d'aprés il préſenta à S. M. cette Carte, à laquelle il avoit joint un état exact du Commerce de ce Royaume, & des diſpoſitions à faire pour en augmenter les Revenus & fortifier les Places. Il fit alors pluſieurs voyages en Hongrie: conféroit avec le Comte Mercy à Temeswar, avec le Duc de Würtemberg à Belgrade; & étoit conſulté par l'un & par l'autre pour les fortifications de ces deux places.

Il fut auſſi envoyé viſiter les fortereſſes de Croatie, & les chemins vers Buchary & la Mer Adriatique.

En 1730., ſur l'apparence de troubles en Italie, l'Empereur y fit marcher des troupes : & M. *de Schmettau* ayant été nommé pour y ſervir comme Général de Bataille, le Comte Daun le commanda avec un Corps dans la Lunigiana pour empêcher la Deſcente des Eſpagnols. Les affaires ayant tourné en Négociations, M. *de Schmettau* revint l'année d'aprés à Vienne avec une Carte excellente de tout le Païs.

La Corſe s'étant révoltée en 1732., il paſſa dans cette Isle, ſous les ordres du Prince Louïs de Würtemberg, qui luy donna la moitié du Corps d'Armée pour attaquer les Rebelles du côté de la Baſtie, pendant qu'il les attaqueroit luy-même du côté de Calvi. Ces Opérations eurent tant de ſuccés qu'en peu de mois tous les Rebelles furent ſoumis : & le Prince Louïs eut la généroſité d'en faire tout l'honneur à M. *de Schmettau*. La République de Genes luy marqua ſa reconnoiſſance par un préſent conſiderable.

L'année d'aprés ayant été nommé pour ſervir ſous les ordres du Duc Ferdinand Albert de Brunswick, il aſſembla le Corps d'Armée à Pilſen & marcha par la Baviere au Rhin. S. M. I. luy donna alors le Régiment d'Infanterie qu'avoit eu M. d'Ogilvi. Etant arrivé au Rhin, il conſtruiſit par ordre de S. A. S. les Lignes de Mühlberg qui furent achevées au Printems de 1734., mais que le Prince Eugene ne jugea pas à propos de défendre.

Il fut cette année déclaré Feld-Maréchal-Lieutenant, faiſant le ſervice comme tel, & en même tems comme Général Quartier-Maître. La Campagne finie, le Prince Eugene le laiſſa pour commander dans ces Quartiers l'hyver de 1734. à 1735. La Swabe, le Haut Rhin

&

& la Franconie luy firent alors l'honneur de l'aſſocier à leur Corps de Nobleſſe immédiate de l'Empire.

En 1735. il fut fait Feld-Zeug-Meiſter; mais le Prince Eugene voulut qu'il gardât en même tems la charge de Quartier-Maître Général. Il fut chargé cet hyver de garantir la Swabe, & de mettre Briſac & Fribourg en état de ſe défendre.

La guerre finie avec la France, il retourna à Vienne où il étoit queſtion de guerre contre les Turcs: Il fut admis aux Conférences qu'on tenoit ſur ce ſujet, & vouloit qu'on commençât par le ſiege de Widdin, & non par celuy de Niſſa. On ne ſuivit point ſon avis; mais on l'envoya viſiter les frontieres; & en 1737. il eut ordre d'aſſembler un Corps d'Armée à Vipalanka, & de joindre avec ce Corps la grande Armée à Barakin.

Mrs. de Philippi & de Kevenhüller, quoyque moins anciens Feld-Zeug-Meiſtres que M. *de Schmettau*, ayant été faits Feld-Marechaux; il ſe plaignit; & il fut décidé qu'il commanderoit l'Infanterie ſans être ſous leurs ordres. Pendant les differentes Opérations de cette Campagne il tomba dangereuſement malade à Georgoſcheffsky, & fut obligé de ſe faire porter en Litiere à Belgrade, & de là à Bude où il paſſa l'hyver.

Il n'étoit pas encore guéri qu'il alla à Carlsbad & à Glogow pour changer d'air: il s'y rétablit, & arriva à Vienne lorsque le Commandant de Belgrade venoit d'écrire que la place étoit ſur le point de ſe rendre. L'Empereur fit venir M. *de Schmettau*, & luy ordonna de tacher de ſe jetter dans Belgrade & de le ſauver. Il s'y rendit auſſitôt; & fit de ſi bonnes diſpoſitions que depuis le 24 Aout qu'il y étoit entré, perſonne ne douta plus de la conſervation de cette place. Mais la paix s'étant faite le 1. Septembre, M. de Neuperg comme Plénipotentaire & M. de Wallis comme commandant l'Armée luy ordonnerent de la remettre aux Turcs.

Aprés la reddition de Belgrade il fut chargé d'en faire raſer les fortifications. Pendant qu'il y étoit occupé, les Janiſſaires ſe révolterent contre leur Bacha : M. *de Schmettau* fit prendre les armes à ſa garniſon, & ayant marché contre eux, les força de ſe ſoumettre à leur Chef. Il fit plus ; comme il apprit que l'emeute venoit d'une faute de payement, il prêta au Bacha dequoy les appaiſer. Cette conduite généreuſe reçut à Vienne l'approbation qu'elle méritoit. Il fut nommé Principal Commiſſaire de l'Empereur pour régler les Limites des deux Empires.

Charles VI. mourut ; & M. *de Schmettau* ſe rendit à Vienne. Là ne trouvant pas les choſes diſpoſées pour luy auſſi favorablement qu'il l'avoit eſpéré, il pria S. A. R. le Duc Régent, aujourd'huy Empereur, de luy accorder ſa protection pour entrer au ſervice de la République de Veniſe. S. A. R. écrivit au Maréchal de Schulembourg, & celuy-cy répondit par une Lettre fort obligeante pour M. *de Schmettau* : mais la République ne prit point ſur cela de réſolution. Il fut cependant élevé au grade de Feld-Maréchal. En 1741. il retourna à Carlsbad ; & s'étant plaint à la Cour de pluſieurs Griefs ſur leſquels il n'obtint point la ſatisfaction qu'il deſiroit, il ſe rendit en Saxe, d'où il renvoya la démiſſion de ſon Régiment & de toutes ſes Charges pour entrer au ſervice de Sa Majeſté Pruſſienne dont il étoit né ſujet.

Le Roy reçut avec plaiſir un homme qui avoit donné tant de preuves de ſa capacité ; luy donna la charge de Grand-Maître de l'Artillerie avec une groſſe penſion ; & quelque tems aprés l'honora de l'Ordre de *l'Aigle noir*, & l'employa dans deux occaſions importantes : L'une auprés de l'Empereur Charles VII. qui accorda à ſa Famille la dignité de Comte, l'autre en France.

LE

LE Roy dont les Armes avoient été ſi conſtamment victorieuſes, eut à peine fini la guerre, qu'il tourna ſes ſoins vers tous les autres genres de gloire. Faire fleurir dans ſa Capitale les Arts & les Sciences qui y languiſſoient depuis longtems, luy parut digne de ſon attention : mais il ne ſuffiſoit pas d'exciter les talens, il falloit déraciner un ancien préjugé qui les avoit presque avilis. L'homme le plus propre à remplir l'un & l'autre de ces objets étoit M. le Maréchal de *Schmettau* ; ainſi ce fut luy que S. M. choiſit pour cela.

Perſonne n'ignore aujourd'huy combien les diverſes Compagnies ſçavantes, établies dans la plûpart des grandes Villes de l'Europe, ont été utiles pour les progrés des Sciences. Et la Société Royale de Berlin n'avoit point cédé aux autres, avant qu'elle fut tombée dans cet état de langueur où le Régne précedent uniquement militaire l'avoit mis.

M. le Maréchal *de Schmettau* crut que l'établiſſement d'une nouvelle Académie auroit quelque choſe de plus glorieux que le rétabliſſement de l'ancienne Société. Il commença par former une Société nouvelle qui, quoyque presque toute compoſée des Membres de la première, devoit en quelque ſorte repréſenter la Société principale, dans laquelle l'ancienne devoit être fonduë pour former l'Académie.

Il eût peut-être été plus naturel de conſerver à cette Compagnie ſon ancienne origine ; & qu'elle ne ſe fût trouvée qu'une ſuite perfectionnée de cette Société, brillante d'abord, qui s'étoit ſoutenuë par elle-même pendant longtems, & dont le luſtre n'avoit été terni que par des cauſes qu'on ne pouvoit luy imputer. Mais M. le Maréchal *de Schmettau* crut, & avec raiſon, qu'une Compagnie formée pendant le Régne & ſous les yeux d'un Roy, qui à des titres plus glorieux ne dédaigne pas de joindre celuy de Savant, ſeroit plus illuſtrée par cette Epoque ; & qu'avec le nom de FEDERIC

ſon

ſon Fondateur, elle iroit plus ſurement juſqu'aux ſiecles les plus reculés.

La Nouvelle Société fut donc formée : Elle eut un Réglement particulier ; elle tint ſes premières Aſſemblées chez M. le Maréchal *de Schmettau*, & chez M. de Borck ; & enfin le Roy luy donna une Sale dans le Château. Le jour de ſon inauguration fut célebré par une Aſſemblée publique, où M. le Marquis d'Argens lut un diſcours ſur l'utilité des Académies, & M. de Francheville une Ode ſur le bonheur dont alloient jouïr les Sciences.

Cette nouvelle Compagnie étoit à peine établie qu'il fut queſtion d'y faire entrer l'ancienne Société : Et la choſe ſe fit par un Réglement nouveau, qui ne conſidéroit plus les deux Compagnies que comme un ſeul Corps, dont l'adminiſtration fut remiſe à quatre Curateurs, Mrs. *de Schmettau*, de Viereck, de Borck, & de Gotter, qui préſidoient tour à tour par trimeſtre. Une des premières Déliberations régla que les Mémoires ne paroitroient plus qu'en François.

Tel étoit l'état de l'Académie, lorsque le Roy me fit l'honneur de m'en confier l'Adminiſtration. S. M. ayant remarqué pluſieurs choſes défectueuſes dans ſa forme, m'ordonna de luy préſenter ſur cela mes réfléxions & mes vuës. Je portay au Roy le Plan d'un Réglement plus ſimple : Dans lequel le département de chaque Claſſe étoit marqué d'une manière moins vague ; le nombre des Académiciens fixé ; quelques Officiers ſuperflus étoient ſupprimés ; & le nombre des Penſionaires étoit tellement proportionné aux Revenus de l'Académie, qu'au lieu de pluſieurs petites penſions qu'on avoit répanduës ſur un trop grand nombre, chaque penſion à l'avenir plus conſidérable, fût un objet ſuffiſant aux beſoins & au genre de vie d'un Philoſophe.

Le Roy non ſeulement approuva le projet que j'avois l'honneur de luy préſenter : Mais S. M. le ſimplifia encor ; & je dirois qu'Elle

le

le perfectionna, ſi elle n'avoit inſeré elle-même dans le nouveau Réglement des Articles trop honorables pour moy.

M. le Maréchal *de Schmettau* avoit donné la première forme à l'Académie, & jusques-là en avoit eu presque toute l'adminiſtration. En reconnoiſſant l'étenduë de ſes lumieres, ſon Ardeur pour le progrés des Sciences, & toutes les obligations que l'Académie luy a, je ne diſſimulerai point que la diverſité de nos vuës n'ait cauſé quelquefois entre nous des Contrarietés.

Son Eſprit toûjours actif, quoyque ſoulagé par les nouveaux Ordres du Roy, de l'Adminiſtration de l'Académie, formoit ſans ceſſe pour elle de nouveaux projets, auxquels je ne pouvois pas toûjours me livrer. Celuy qui cauſa enfin une eſpece de froideur entre nous fut ſa *Méridienne*. Cette affaire a fait trop de bruit à Berlin & dans les Païs étrangers pour que je puiſſe me diſpenſer d'en parler, & de faire connoitre les raiſons qui me forçoient de m'oppoſer à ce projet.

L'étenduë de l'Eſprit, l'habitude d'exécuter des choſes difficiles, trompent quelquefois dans la comparaiſon des objets avec les moyens pour les remplir. M. le Maréchal *de Schmettau*, frappé des grandes Opérations que la France avoit faites pour déterminer la *Figure de la Terre*, & faiſant moins d'attention au nombre d'habiles Aſtronomes que la France avoit, & aux ſommes immenſes qu'elle y avoit employées, vouloit que nous entrepriſſions un Ouvrage pareil, ou même plus conſiderable: Que nous meſuraſſions une Méridienne depuis la Mer Baltique jusqu'à la Méditerannée; & que nous reçuſſions pour Aides dans ce travail tous les Mathematiciens des Païs voiſins, qu'il invitoit par des Lettres circulaires à ſe rendre avec leurs Inſtrumens aux lieux des opérations. Il avoit des Connoiſſances peu communes dans la Géographie: mais j'oſe dire qu'il ne connoiſſoit pas aſſez les difficultés d'un pareil Ouvrage ſi on l'exécute avec préciſion, ni le péril ſi c'eſt avec peu d'exactitude. Non ſeulement

la Théorie de la Terre, & les Elémens de l'Aſtronomie tiennent à ces Meſures, mais les Régles de la Navigation, & la vie des Navigateurs en dépendent.

Un tel Ouvrage eſt plutôt le dernier chef-d'oeuvre d'une Académie formée depuis longtems que le coup d'eſſay d'une Académie naiſſante: Et nous étions bien eloignés de pouvoir nous flatter de le bien exécuter. Ce n'eſt pas cependant que nous manquaſſions d'habiles Aſtronomes; mais c'eſt qu'un ou deux Aſtronomes ne ſuffiſent pas pour de telles entrepriſes: & qu'accepter le ſecours de tous ces Mathematiciens Volontaires, quand même ils ſeroient venus, étoit une choſe trop hazardeuſe.

Mon reſpect pour M. le Marêchal *de Schmettau*, l'aſſurance où j'étois de ſes bonnes intentions, ma reconnoiſſance pour le bien qu'il avoit fait à nos Sciences, m'entrainoient à tout ce qu'il propoſoit: mais le zéle pour la Gloire de l'Académie me ſoutint; & je m'oppoſay à une entrepriſe qui l'expoſoit trop.

M. le Marêchal *de Schmettau* ne cédoit pas à une première oppoſition. Il revint ſouvent à la charge, & renouvelloit tous les jours la peine que j'avois de ne pouvoir être de ſon avis. Enfin il ſembla qu'il eut abandonné ſon premier deſſein; & qu'il l'eut réduit à lever une Carte de l'Allemagne meilleure que celles qu'on a. Pour cet Ouvrage où la préciſion ſuffiſante n'approchoit pas de celle qui doit être apportée aux Opérations de la grande Géographie, M. le Marêchal *de Schmettau* étoit pourvu d'Inſtrumens aſſez exacts, & avoit ſous ſes ordres un aſſez grand nombre d'Ingénieurs; enfin la choſe n'intereſſoit plus l'honneur de l'Académie. Je me prêtay donc à ce qu'il voulut: Il commença l'Ouvrage en allant luy-même a Caſſel faire faire ſous ſes yeux les premiers Triangles de ſa Carte: un Ordre du Roy qui n'approuva pas cette Opération, en arrêta le cours.

Peu

Peu de tems aprés M. le Maréchal *de Schmettau* tomba malade; & les travaux encore plus que les années avoient tellement ruïné ſon tempérament qu'il ne put ſe rétablir. Ses forces diminuerent de jour en jour; & ſon Corps dépériſſoit ſans que ſon Eſprit parût recevoir la moindre altération. Je le vis peu de jours avant ſa mort; & malgré de très grandes douleurs, il parloit de toutes choſes avec la même juſteſſe & la même ſagacité qu'il avoit toujours eües. Il les conſerva jusqu'au dernier Moment; & aprés s'être acquitté de tous les devoirs de ſa Religion, il mourut le 18. Août 1751., agé de 67. ans.

Ce n'eſt pas à nous à juger de ſes Talens dans la Guerre: Nous nous ſommes contentés de faire un recit abrégé de ſes Campagnes: Toute l'Europe l'a regardé comme un de ſes meilleurs Généraux.

Mais on peut dire que c'étoit un eſprit très vaſte, plein de courage pour entreprendre, & de moyens pour réüſſir. Son Génie s'étendoit à tout: la langue Françoiſe ne luy étoit pas familiere: il la parloit peu correctement: cependant lorsqu'il racontoit, on eut cru qu'il la poſſedoit, & on l'eut pris pour un homme fort éloquent: c'eſt qu'il avoit la véritable éloquence, l'art de peindre vivement, & de mettre chaque choſe à ſa place. Il ne ſe bornoit pas aux récits de guerre dans lesquels ce qu'il avoit à raconter, le ſervoit ſi bien; ſa converſation étoit égale dans tous les genres, & jusqu'à celuy des reparties ne luy étoit pas échapé.

Sa taille étoit haute & bien proportionnée: les qualités de ſon Eſprit ſe trouvoient peintes ſur ſon Viſage; & la ſérénité & l'enjoüement y ajoutoient tout ce qui rend une Phyſionomie agréable.

Il avoit été marié deux fois. La première, avec Demoiſelle *Françoiſe de Bayer* qui luy laiſſa trois enfans; un fils qui eſt Lieute-

nant d'Artillerie, & deux filles dont l'une eſt Madame la Baronne *le Fort*, & l'autre eſt Chanoineſſe dans le Chapitre d'*Heilig-Grab.* Il ſe remaria en 1740. avec Demoiſelle *Marie Anne de Riffer* dont il a eu deux fils & deux filles. A' la mort de ſon Mari, le Roy luy a accordé une Penſion conſidérable : & quoyque Madame la Maréchale *de Schmettau* ait bien tout ce qu'il faut pour exciter l'envie, la Cour & la Ville ont également applaudi au Bienfait du Roy.

Sa place de Curateur de l'Académie a été remplie par M. *de Redern*, Maréchal de la Cour de la Reine Mére ; & celle de M. *de Redern* l'a été par M. *de Cagnoni*, Conſeiller Privé du département des Affaires Etrangeres.

Ce ſeroit icy le lieu de marquer la reconnoiſſance que nous devons à M. le Général *de Schmettau*, qui nous a fourni le Journal des Campagnes de ſon Frère : Mais nous avons à nous en plaindre; il a eu la modeſtie de nous échaper dans une Hiſtoire où il devoit naturellement ſe trouver, & où il a eu grande part luy-même.

# ELOGE
## DE
# M. ELSNER.

Jaques *Elsner*, Docteur en Theologie, Directeur de la Classe de Belles-Lettres de l'Académie Royale, Conseiller du Consistoire; premier Pasteur de l'Eglise Paroissiale du Cloitre, & Commissaire du Directoire des pauvres, nâquit en Mars 1692. à Saalfeld, Ville de Prusse considérable par le College qui y est établi.

Son Pére, *George Elsner*, étoit un des principaux & des plus riches Citoyens de cette Ville, d'une famille originaire de Boheme, qui étoit venuë s'établir d'abord à *Lesna*, dans le Palatinat de Posnanie, où il y a encore des *Elsners*, qui possedent depuis plus de trois cens ans, une Terre que l'illustre Famille de *Leezinsky* leur avoit conferée, pour des services importans qu'elle en avoit reçû. La Mère de notre Académicien, nommée *Marie Logge*, étoit fille d'un Marchand, Ecossois de Nation, établi à *Mulhausen* en Prusse.

Le jeune *Elsner* rencontra dans la volonté de son Pére des obstacles presque insurmontables au penchant qui l'entraînoit vers l'etude. On le destinoit au Négoce; & il n'y eut rien qu'on ne mit en oeuvre pour traverser ses premiers pas dans une carrière qu'il étoit destiné à fournir si glorieusement. Sa persévérance vint à bout de

tout ; & les détails qu'on rapporte à cet égard tiennent du prodige.

Peut-être qu'il n'en étudia que mieux. C'eſt au moins une régle aſſez générale que ceux qui ont fait le plus de figure dans les Sciences & dans les Lettres en ont été redevables à quelques rigueurs du ſort, qui les ont forcé à développer une activité & des talens, que l'aiſe & les commodités auroient laiſſé dans une eſpece de lethargie. Ce qu'il y a de certain, c'eſt que M. *Elsner* tourna de bonne heure ſes vuës vers les connoiſſances qui ont fait depuis le principal fond de ſon Erudition, & auxquelles il a été ſurtout redevable de ſa renommée.

Entre les diverſes routes que les hommes ſe ſont frayées pour paſſer de l'ignorance au ſçavoir, la plus épineuſe en apparence n'a pas laiſſé d'être la plus fréquentée ; c'eſt celle du genre d'etude, auquel on a donné le nom de *Critique*. Elle étoit même presque la ſeule Science qu'on connût, encore longtems aprés l'Epoque fameuſe du Renouvellement des Lettres. Les Saumaiſes, les Scaligers, les Bocharts, & tant d'autres grands hommes, s'étoient tellement immortaliſés en la ſuivant, qu'on auroit cru abuſer de ſon génie & de ſes talens, en les conſacrant à d'autres objets. Mais il en arriva ce qui ne manque jamais d'arriver à tous les goûts dominans : les grands ſuccés de ceux qui les mettent en vogue, engagent une multitude de gens ſans talens à ſe mêler de leur culture ; & de là naiſſent bientôt la décadence & l'aviliſſement. Un eſſain de Critiques ſubalternes inonderent la Littérature de leurs Remarques triviales, de leurs diſcuſſions ſtériles, & de toutes ces minucies Grammaticales, qui devinrent ſouverainement ridicules par la confiance avec laquelle ils les propoſoient, par la hauteur avec laquelle ils relançoient quiconque faiſoit mine de les leur conteſter, & le plus ſouvent par les torrens d'invectives atroces, qui découloient de leur plume. Peu s'en falût que ces travers ne portaſſent un coup mortel à la Critique même:

Science

Science utile néanmoins, & reſpectable, quand elle eſt maniée par d'habiles mains. Du faite où elle s'étoit placée de ſa propre autorité, on la vit tomber ſi bas que les termes de Critique & de Pedant devinrent presque Synonimes, & qu'elle parut condamnée pour jamais à la pouſſiere des Colleges. Et à dire le vrai, les lumieres d'une ſaine Philoſophie, qui faiſoient dans le même tems de rapides progrés, ſont bien ſupérieures à ce flambeau tant vanté, qui n'éclaire ſouvent des lieux jusqu'alors cachés, que pour rétablir quelque paſſage par des conjectures hazardées, fixer quelque fait peu important, rappeller le ſouvenir de quelque uſage bizarre, ou décrire quelque ancien utenſile, quelque vêtement hors de mode.

La raiſon & l'équité dictent qu'il faut donner à chaque choſe ſon juſte prix; & que par conſéquent, la Critique, en perdant ſes droits uſurpés & chimeriques, en conſerve de réels & d'inalienables. Un habile Critique eſt un Citoyen utile à la République des Lettres, & digne de tous les honneurs qu'elle diſpenſe. Sans être enthouſiasmé de ſon Art, il en connoit la véritable valeur, & en renferme l'exercice dans ſes limites naturelles. Sa ſagacité ſe manifeſte ſurtout dans le choix des matieres qu'il diſcute. Ce n'eſt pas aſſez que leur nouveauté frappe, il faut quelles ayent encore le mérite de la ſolidité; il faut un degré d'importance, qui dédommage des travaux qu'elles ont couté. Il ne s'appéſantit point ſur des détails inſipides, il n'accumule point des milliers de citations, il va droit à ſon but; & lorsqu'il a du goût, qualité rarement unie à la Critique, il ſeme de fleurs le chemin qui l'y conduit.

Je viens de faire d'avance le portrait de nôtre Académicien; j'en ai pour témoins ceux qui m'ecoutent, & pour garans toutes les perſonnes un peu au fait de la Littérature moderne.

Dès l'age de 23 ans, M. *Elsner* eut la place de Conrecteur du College Réformé de Königsberg; & il faiſoit en même tems la fonction de Chapelain du Comte *Alexandre de Dohna*, Maréchal des Armées

mées du Roi. Au bout d'un peu plus de deux ans il ſe démit de ces emplois, pour aller en Hollande, dans la vuë de perfectionner ſes études. Il y fit un ſéjour de quatre ans, quil paſſa à Leyde & à Utrecht, en liaiſon étroite avec les Savans les plus diſtingués de ces deux Villes.

Il publia dans la première en 1719. une Diſſertation, où il ſoutint que les Paroles de la Loi, adreſſées aux Iſraëlites de deſſus la montagne de Sinaï, avoient été formées par le Miniſtère des Anges. Mais il fit imprimer dans l'autre un Ouvtage bien plus important, & qui lui procura d'abord le rang diſtingué qu'il a tenu depuis dans la Littérature, & en particulier parmi les Commentateurs de nos Livres ſacrés. Je veux parler du premier Volume de ſes *Obſervations ſacrées ſur le N. Teſtament*, qui comprend les Evangiles & le Livre des Actes. Ces Obſervations renferment des preuves inconteſtables d'une Erudition peu commune, tant dans la connoiſſance de la Langue Greque que dans la lecture des Auteurs profanes, qui ont écrit en Grec, & dont il avoit tiré un merveilleux parti pour l'interprétation de l'Ecriture Sainte. Cet Ouvrage a été attaqué, & même aſſez fortement ; mais M. *Elsner* a toujours prétendu que ſes Adverſaires l'avoient mal compris, ou mal réfuté ; & il ſe propoſoit de le montrer dans une nouvelle Edition de ſes Obſervations qu'il faiſoit eſpérer, & qui auroit été d'autant mieux reçuë que ce Livre eſt devenu rare.

Notre Sçavant quitta la Hollande en 1720. pour ſuivre une vocation que le feu Roi lui avoit adreſſée, ſçavoir, celle de Profeſſeur de Theologie & des Langues Orientales à Lingen. Avant que de partir d'Utrecht, il s'y fit recevoir Docteur & Theologie, & ſe rendit enſuite à Lingen, où il prit poſſeſſion de ſon poſte par une fort belle Harangue, *ſur le Zele qui convient à un Theologien.* Il fut en même tems Paſteur de l'Egliſe de cette Ville.

Deux ans étoient à peine écoulés, qu'une Place plus importante l'enleva à un ſéjour qu'il aimoit, & où il étoit fort chéri. C'eſt celle

le de Recteur & premier Profeſſeur du College de Joachim à Berlin. Ce bel Etabliſſement eſt une eſpece de petit Etat, qui demande dans celui qui le gouverne des qualités à certains égards ſupérieures à celles que requiérent des Emplois plus éminens. Il faut un heureux tempérament de douceur & de fermeté, une vigilance continuelle, & une prudence conſommée, pour diriger les études & les moeurs de jeunes gens, dont le plus grand nombre eſt ſi bien dépeint par ce Vers d'Horace;

*Cereus in vitium flecti; monitoribus aſper.*

La tâche de M. *Elsner* fut d'autant plus pénible que ce College étoit tombé dans une eſpece d'anarchie ſous le Recteur précedent, que ſa trop grande douceur avoit expoſé à des mouvemens ſéditieux, qui dégéneroient presque en inſultes. Le nouveau Recteur conjura la tempête, & rétablit le calme. Il ſe fit craindre & reſpecter; & la Nature l'avoit heureuſement doüé pour cet effet de tout ce que l'air, le ton de voix, & les qualités extérieures ont d'impoſant.

Il prononça le 28. Octobre 1722. ſon Diſcours inaugural, *ſur l'obligation de joindre la Piété au Sçavoir.* Le mois ſuivant, il fut aggrégé à la Société Royale des Sciences.

Pendant ſon Rectorat, M. *Elsner* donna quelques Programmes ſur des matieres intéreſſantes, par exemple, ſur l'*Urim & Thummim*, ſur le *Schilo*, &c. Le ſecond Volume de ſes *Obſervations Sacrées*, contenant les Epitres, & l'Apocalypſe, vit le jour en 1728.

Les occupations de M. *Elsner* ne l'empêchoient pas de paroître de tems en tems en Chaire; & ſes Sermons étoient extrêmement goûtes. Comme il avoit toujours eu une grande prédilection pour le Miniſtere de l'Evangile, il quitta le Rectorat en 1730. & fut pourvû de la place de Paſteur de l'Egliſe Paroiſſiale du Cloitre, le Troupeau de cette Egliſe l'ayant élû en cette qualité aprés la mort de M. *Schmidtmann*; & quoique les revenus de cette place fuſſent beaucoup moindres que ceux qu'il perdoit, il ne balança point à l'accepter.

cepter. Il s'y diſtingua véritablement, ſurtout par la Prédication pour laquelle il avoit de grands talens, qui lui ont attiré la foule des Auditeurs juſqu'a la fin de ſa carrière. On admiroit en lui une récitation pathetique, une diction pure, noble, touchante, cette Action en un mot, qui eſt regardée a bon droit comme la principale partie de l'Orateur, quand elle ne ſe jette point dans les frivoles écarts de la Déclamation. Ceux qui, ſous prétexte d'éviter ce défaut, ſont de marbre & de glace, peuvent avoir tout ce qui fait d'habiles Docteurs ; mais je ne penſe pas qu'ils doivent prétendre au titre d'eloquens Prédicateurs.

M. *Elsner* fut fait en même tems Conſeiller du Directoire Eccleſiaſtique des Egliſes Reformées, & conſerva l'Inſpection qu'on nomme *Viſitation*, ſur le College dont il avoit été Recteur.

Un Archimandrite Grec, nommé *Athanaſe Doroſtamos*, qui collectoit pour les Chrétiens eſclaves en Turquie, étant venu à Berlin, eut des liaiſons particulieres avec M. *Elsner*. Il en réſulta un Ouvrage Allemand, imprimé en 1737. ſous le titre de *Nouvelle Deſcription de l'état des Chrétiens Grecs en Turquie*. On a voulu révoquer en doute la bonne foi du guide que M. *Elsner* avoit ſuivi : mais l'attention qu'il avoit apportée à confronter tous ſes récits avec les Auteurs les plus dignes de foi, qui ont traitté ces matieres, rend l'impoſture, au cas qu'il y en ait eu, peu dangereuſe.

En 1742. M. *Elsner* devint Directeur de la Claſſe de Belles-Lettres dans la Société Royale ; lorsque cette Société fut renouvellée en 1744. avec le titre d'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres, il conſerva le même caractère qu'il a toujours ſoutenu avec diſtinction, tant par ſon aſſiduité aux devoirs Académiques, que par les ſavantes Diſſertations dont il a enrichi nos Mémoires.

Il fit imprimer en 1743. des Sermons en Allemand, ſur l'Epitre de S. Paul aux Philippiens. Il ne s'eſt pas borné à y traitter le Dogme

Dogme & la Morale ; il y a joint des Remarques de Grammaire, d'Antiquités, de Critique & d'Hiſtoire.

Il épouſa en 1737. Madame la Veuve *Senning*, née *de Stoſch*, qui lui a ſurvécu.

La carrière de M. *Elsner* n'etoit pas fort avancée, & ſa conſtitution paroiſſoit promettre qu'il la pouſſeroit encore bien loin, lorsqu'il fut attaqué, & tout à coup atterré, par une fievre violente, qui l'emporta au bout de quinze jours. Il mourut le 8. Octobre 1750.

Je m'abſtiens de tracer la caractère de ce celèbre défunt. Ce n'eſt pas pour former un préjugé injurieux à ſa mémoire ; mais c'eſt parce que j'aurois à combattre quelques préjugés, qui ne ſeroient pas faciles à diſſiper. Ce même air impoſant, ce même ton d'autorité, qui lui donnoient du relief dans les fonctions publiques, diminuoient un peu les agrémens du commerce & la douceur des rélations qu'on pouvoit avoir avec lui dans la Société. Il n'y a rien de plus dangereux que de ſoulever l'amour propre des autres, en ne déguiſant pas aſſez le ſien ; quoiqu'au fonds ce ne ſoient pas toujours ceux qui en montrent le plus, qui en ont la plus forte doſe. Le grand art, mais peu commun, c'eſt de réprimer cet amour qu'on peut regarder comme inné, mais ſurtout de le bien cacher, toutes les fois qu'il ne peut manquer d'irriter celui des autres ; & les plus habiles dans cet art ſont ceux qui, paroiſſant n'avoir point de prétentions, obtiennent tout, d'autant plus aiſément qu'on ne les ſoupconne pas de rien exiger. Après tout, M. *Elsner* rachetoit le défaut de montrer qu'il connoiſſoit un peu trop ſon mérite, s'il faut convenir qu'il l'avoit ; il le rachetoit, dis-je, par pluſieurs bonnes qualités. L'amour du bien public étoit une des principales ; & il s'eſt manifeſté dans ſes diſpoſitions teſtamentaires.

# EXPOSE'
## CONCERNANT L'EXAMEN DE LA LETTRE DE M. DE LEIBNITZ,
### ALLEGUÉE PAR M. LE PROF. *KOENIG*, DANS LE MOIS DE MARS, 1751. DES ACTES DE LEIPZIG, A L'OCCASION *DU PRINCIPE DE LA MOINDRE ACTION.* (*)

M. *de Maupertuis*, Préſident de l'Academie Royale, ayant démontré par pluſieurs argumens trés convainquans, que non ſeulement dans l'etat d'équilibre des corps, mais auſſi dans les mouvemens produits par des forces quelconques, il y avoit toujours la moindre quantité d'action poſſible, en ſorte qu'on a tout lieu de regarder ce principe de la moindre action comme renfermant la Loi la plus générale de la nature ; M. le Profeſſeur *Kœnig* a fait ſes efforts en pluſieurs manieres pour détruire cette grande découverte. Premièrement, il n'accorde aucun lieu à ce principe dans l'etat d'équilibre des corps, & prétend qu'on ne doit pas y chercher la *minimité* d'action, comme il parle, mais qu'il ne s'y trouve que la *nullité*. Pour cet effet il indique quelques cas dans lesquels il montre que ce qui, ſuivant

(*) On verra aiſément par la ſeule lecture de ce Mémoire, qu'il étoit du nombre de ceux dont la publication ne peut être retardée.

ſuivant ce principe, devroit être un *minimum*, ſe réduit réellement à rien : mais cette objection n'eſt pas de grande importance, puiſqu'il eſt ſuffiſamment reconnu dans le calcul *de maximis & minimis*, qu'il peut ſouvent arriver que ce qui eſt un *minimum*, évanouïſſe entierement. Mais quoique cela puiſſe avoir lieu dans certains cas, il n'en réſulte nullement qu'on doive l'étendre à tous les cas d'équilibre, comme y arrivant toujours néceſſairement : tout au contraire, il y a des cas ſans nombre dans leſquels cette quantité d'action n'eſt point nulle, mais ſe trouve réellement un *minimum* ; ce qui met hors de doute que la Nature a pour but, non la *nullité* de l'action, mais ſa *minimité*. En effet ſi nous conſidérons l'exemple ſi connu de la courbe appellée Chaînette, où la quantité qui repreſente l'action totale eſt réduite à la diſtance où le centre de gravité de cette courbe eſt du centre de la Terre, il eſt manifeſte que cette diſtance n'eſt point du tout égale à zero, mais que c'eſt plutôt, & très effectivement, la plus petite poſſible. Il eſt bien vrai que la force de gravité, s'il n'y avoit point de réſiſtance, entraîneroit toute cette chaîne au centre de la Terre, & que la chaîne n'auroit point de repos que ſon centre de gravité ne fût réüni au centre de gravité de la Terre même ; mais parce que la chaîne eſt arrêtée par l'état de ſuſpenſion, l'effet de la gravité ſe borne à rendre la diſtance du centre de gravité de cette chaîne au centre de la Terre la plus petite qui ſoit poſſible. Nous ne faiſons donc pas difficulté d'accorder à M. *König*, que la formule qui exprime la quantité d'action, ſe réduit veritablement à rien, toutes les fois que les circonſtances le permettent, comme cela arrive dans les cas qu'il a produits : mais quand, par des obſtacles quelconques, cette réduction à rien ne ſçauroit avoir lieu, comme nous venons de le voir dans la Chaînette, alors cette formule devient toujours de la moindre valeur ; comme ſi la Nature appliquée à la production de l'effet total, vouloit en approcher, autant qu'il lui eſt permis de le faire ; ce qui ſuffit pour mettre en evidence, non ſeulement la verité de ce principe ſi fecond, mais encore la raiſon ſur la-

quelle il eſt fondé, & pour détruire entièrement les objections de M. *Kœnig*, qui, bien loin de porter atteinte à ce principe, ſervent merveilleuſement à le confirmer. Car c'eſt faire une difficulté tout à fait vaine à celui qui établit que la moindre quantité d'action a lieu, que de dire qu'il y a des cas où cette quantité évanouït entièrement: puisque l'action ne ſçauroit aſſurément devenir moindre que rien. Cependant cette objection ſeroit de quelque importance, ſi dans tout état d'équilibre la quantité d'action ſe réduiſoit à rien, & M. *Kœnig* ſemble l'inſinuer; mais tant s'en faut qu'il l'ait prouvé, qu'il y a tout au contraire une infinité de cas, où il eſt manifeſte que la quantité d'action ne devient point nulle, & qu'elle eſt ſeulement la plus petite poſſible; ce qui a lieu, quand il ne ſe peut qu'elle devienne abſolument nulle. Outre l'exemple de la Chaînette, M^rs. *D. Bernoulli* & *Euler* ont démontré que les courbes élaſtiques de tout genre, & les autres figures que prennent les corps fléxibles, lorsqu'étant dans l'equilibre ils ſont ſollicités par des forces quelconques, peuvent être trouvées par la methode de *maximis & minimis*, attribuant à la formule qui renferme dans chaque cas la quantité d'action, une valeur qui ſoit la moindre, mais point du tout nulle.

Pour ce que M. *Kœnig* a avancé dans la même Diſſertation contre l'autre partie de cet excellent principe rélative au mouvement, quoiqu'il n'y ait rien qui puiſſe porter la moindre atteinte à ſa verité, cette diſcuſſion demande un examen beaucoup plus approfondi. Car ne pouvant ébranler le fonds même de la doctrine, il s'efforce à ôter la gloire de l'invention à M. *de Maupertuis* pour la donaer à M. *de Leibnitz*, alléguant dans cette vüe un fragment de certaine Lettre, qu'il prétend avoir été écrite autrefois par M. *de Leibnitz* à M. *Hermann*, & dont voici les termes.

" L'action n'eſt point ce que vous penſez, la conſidération du " tems y entre; elle eſt comme le produit de la maſſe par le tems, " ou du tems par la force vive. J'ai remarqué que dans les modifi-

" cations

" cations des mouvemens, elle devient ordinairement un *maximum* " ou un *minimum*. On en peut déduire pluſieurs propoſitions de " grande conſéquence ; elle pourroit ſervir a déterminer les courbes " que décrivent des corps attirés à un ou pluſieurs centres. Je voulois " traitter de ces choſes entr'autres dans la ſeconde partie de ma Dy- " namique, que j'ai ſupprimée ; le mauvais accueil que le préjugé a " fait à la premiere, m'ayant dégouté ?

Il s'enſuivroit de ce paſſage, que M. *de Leibnitz* a eu non ſeulement une connoiſſance parfaite de ce principe ſublime de la moindre action, mais même qu'il lui étoit ſi familier, qu'il s'en étoit ſervi pour déterminer ces lignes courbes, que parcourent les corps attirés, tant par un que par pluſieurs centres : ce qui a rendu d'abord ce fragment fort ſuſpect, d'autant plus que la Lettre même de M. *de Leibnitz*, d'où ce fragment doit être tiré, n'a jamais été renduë publique. En effet il s'agiſſoit de procurer une conviction entiere, que cette Lettre avoit été effectivement écrite par M. *de Leibnitz*, en indiquant l'endroit où l'Original exiſtoit : autrement un ſemblable témoignage ne mérite aucune creance, ſurtout dans un cas tel que celui-ci, & qui concerne une découverte auſſi importante. Ces raiſons ont fait juger qu'il étoit d'une néceſſité indiſpenſable de s'informer plus exactement des preuves qui pouvoient juſtifier l'authenticité du fragment cité. Et d'abord, comme on a recherché ſi ſoigneuſement & publié tant de Lettres de M. *de Leibnitz*, dans leſquelles on a lieu d'appercevoir & d'admirer ſes méditations ſublimes en tout genre de ſcience ; il ne paroit aſſurément point du tout vraiſemblable que dans un Commerce Epiſtolaire auſſi étendu, M. *de Leibnitz* ne ſe ſoit jamais ouvert à aucun de ſes Amis, excepté M. *Hermann* ſeul, au ſujet de cet admirable principe de la moindre action. On ſçait l'étroite familiarité qu'il entretenoit avec le célébre M. *Jean Bernoulli*, & qu'il lui parloit ſouvent fort au long dans ſes lettres des matieres ſurtout de la Dynamique. Cependant on ne trouve dans tout ce Commerce

merce Epiſtolaire pas le moindre indice, qui puiſſe faire juger que dans ce tems-là il eut ſeulement penſé à ce principe, quoique ces Lettres renferment pluſieurs diſcuſſions ſur les forces vives & la véritable eſtimation de l'action. Quand on penſe en particulier, que M. *de Leibnitz* n'a rien caché à M. *Bernoulli* de tout ce qui pouvoit confirmer ſa nouvelle Théorie des forces vives, & démontrer toute l'etenduë de ſon uſage, on ne ſçauroit aſſurément imaginer aucune raiſon, pourquoi dans cette conjoncture il auroit voulu lui faire un ſecret de cet excellent principe.

Enſuite, pour ce qui regarde cette détermination même des lignes courbes, que décrivent les corps attirés vers un ou pluſieurs centres de forces, la Methode *maximorum & minimorum*, dont il auroit fallu ſe ſervir pour la trouver, n'etoit pas alors aſſez dévelopée, pour mettre en état, quand même cette quantité d'action qu'il faut rendre la plus petite, auroit été connuë, d'en déduire la nature des courbes décrites. Et quoique la gloire de M. *de Leibnitz* ſoit fondée ſur pluſieurs découvertes du premier ordre, le principe de la moindre action n'eſt aſſurément au deſſous d'aucune d'entr'elles; & il n'y a pas lieu de croire qu'il l'eût négligé au point de n'en faire part qu'au ſeul M. *Hermann.*

Toutes ces conſidérations affoibliſſant déjà beaucoup l'autorité du fragment cité, M. le Préſident *de Maupertuis*, qui avoit propoſé ce principe comme ſien, a crû devoir diligemment rechercher tout ce qui pouvoit ſervi à la vérification du fait, pour ſe mettre à l'abri de tout ſoupçon de plagiat. Car, bien qu'il n'exiſte aucune trace de ce principe dans tous les Ecrits de M. *de Leibnitz* qui ont vû le jour jusqu'a préſent, il étoit pourtant à propos de prévenir l'accuſation calomnieuſe qu'on auroit pû former, qu'il avoit tiré ſon principe de la même Lettre de M. *de Leibnitz*, que quelque hazard auroit fait tomber entre ſes mains. Ainſi perſonne n'etoit plus intéreſſé que lui à s'aſſurer de la vérité de cette Lettre. M. *de Maupertuis* commença donc par s'adres-

s'adreſſer à M. *Kœnig* même, qu'il requit amicalement par une Lettre du 28 Mai, 1751. de lui indiquer l'Original de cette Lettre de M. *de Leibnitz*, & d'en conſtater l'authenticité. La réponſe de M. *Kœnig* ne fut écrite que le 26 Juin. Elle portoit que cette Lettre lui avoit été communiquée par ce fameux *Henzi*, qui fut décapité à Berne il y a trois ans pour quelques ſéditions excitées dans l'Etat; & que ledit *Henzi*, comme étant fort attaché à l'etude, avoit raſſemblé pluſieurs Lettres anecdotes de *Leibnitz*, avec d'autres qu'il auroit publiées, ſi la deſtinée ne l'en avoit empêché. M. *Kœnig* envoyoit en même tems à M. *de Maupertuis* une Copie de la Lettre entiere, dont il avoit cité un fragment; elle eſt datée du 16 Octobre 1707. & les paroles alléguées ſe trouvent en effet à la fin, mais pourtant avec quelque difference d'expreſſion: car au lieu que dans la citation il y avoit,

„*Elle* (l'action) *eſt comme le produit de la maſſe par le tems*,
„*ou du tems par la force vive* &c.

ce qui renferme une contradiction manifeſte, on lit dans la Letre même ces mots ainſi corrigés:

„Elle eſt comme le produit de la maſſe par celui de l'eſpace &
„de la viteſſe, ou du tems par la force vive, &c.

Difference, qui ne pouvant être rejettée ſur une ſimple faute d'impreſſion, augmente encore conſidèrablement les ſoupçons contre ce fragment. Car quand même la Lettre entiere ne pourroit pas être rejettée, il y a tout lieu de croire que quelques phraſes, & peut être des periodes entieres, y ont été inſerées; & qu'il a falu les corriger, parce qu'on ne les avoit pas d'abord renduës aſſez aſſortiſſantes au Texte. Mais, ſans s'arrêter à ce ſoupçon, il paroiſſoit fâcheux que toute l'autorité de ce fragment dépendît du témoignage d'un homme qui avoit perdu la tête; & cela n'etoit pas fort propre à la confirmer. M. *de Maupertuis* ne crut pas néanmoins devoir s'en tenir à cette

réponſe ; mais comme il n'y a peut-être point de papiers qu'on garde plus ſoigneuſement que ceux qui ont appartenu à des criminels d'Etat, il pria M. le Marquis *de Paulmy*, Ambaſſadeur de S. M. T. C. en Suiſſe, d'interpoſer ſon credit pour faire faire à Berne des recherches exactes à ce ſujet. Après qu'on eut fait une revuë très attentive des papiers délaiſſés par *Henzi*, on n'y trouva non ſeulement aucunes Lettres de *Leibnitz*, mais pas la moindre trace même, que *Henzi* eut jamais eu en ſon pouvoir quelques unes de ces Lettres.

Le 7 d'Octobre de l'année derniere, M. le Préſident *de Mauperтuis* fit rapport à l'Académie Royale de ce qui s'etoit paſſé jusques là, dans l'intention que l'affaire fut traittée dans les formes, & qu'on prit les meſures convenables pour la terminer. L'Académie jugeant auſſi-tot, que dans une Queſtion où il s'agiſſoit de découvertes auſſi importantes, il étoit de ſon devoir de proceder à un examen ſcrupuleux de ce qui appartenoit au grand *Leibnitz*, & de ce à quoi ſes propres Membres avoient droit, chargea M. *Formey*, en qualité de Secretaire, d'ecrire à M. *Kœnig* une Lettre, qui fut en effet écrite le ſurlendemain, pour le requérir encore à l'amiable de confirmer l'authenticité du fragment qu'il avoit allégué, & de produire l'Original de *Leibnitz* dans l'eſpace d'un mois. Mais comme M. *Kœnig* avoit déjà viſiblement uſé de tergiverſations dans cette affaire, afin qu'il ne pût prétexter que cette Lettre s'étoit perduë, on l'adreſſa à M. *de Hellen*, chargé des affaires de Sa Majeſté auprès des Etats Généraux ; & on reçut la déclaration de M. *de Hellen* qui atteſtoit que la Lettre avoit été remiſe le 19 Octobre. Le 11 Decembre, comme il y avoit plus d'un mois d'écoulé ſans qu'on eut aucune réponſe, l'Académie jugea à propos de réïterer la même ſommation ; & elle eut certitude que M. *Kœnig* l'avoit reçuë avec une Lettre écrite par M. le Preſident, par la même voye, le 6 Janvier de la préſente année.

Pendant ce tems là, le Roi, Protecteur de l'Academie, avoit requis lui-même par une Lettre le Magiſtrat de Berne, de faire chercher

cher la Lettre susdite de M. *de Leibnitz* avec tout le soin possible parmi les papiers qui avoient appartenu à *Henzi*. Cette recherche ayant été faite par des personnes auxquelles le Magistrat confia l'autorité requise, la réponse fut, qu'on n'avoit absolument rien trouvé.

Avant que la seconde Lettre de l'Académie à M. *Kœnig* lui fut parvenuë, M. *de Maupertuis* en reçut une de sa part datée du 10 Decembre, qu'il fit lire dans l'Académie le 23 du même mois. Quoique cette Lettre fut pleine de politesses, M. *Kœnig* etoit si éloigné de produire l'Original de la Lettre de M. *de Leibnitz*, ou d'indiquer seulement dans quel lieu il existoit; qu'il faisoit plutôt ses efforts pour détourner l'Académie de l'examen de cette Question, & l'impliquer dans d'autres controverses tout à fait étrangeres. Il se plaignoit aussi beaucoup de l'injustice qu'on lui faisoit, en attentant à la liberté dont les Savans ont coutume de jouïr : comme s'il y avoit quelque chose d'injuste à exiger d'un Savant qu'il fournisse les preuves d'une Lettre, qu'il rend publique.

Le même jour M. *de Maupertuis* lût à l'Académie la réponse qu'il avoit faite à cette Lettre, dans laquelle il faisoit voir que l'Académie étoit pleinement en droit, dans de semblables Questions, de s'assurer de l'authenticité d'Ecrits, qui servoient à décider, à qui appartenoit quelque découverte; qu'ainsi on ne faisoit aucun tort à M. *Kœnig*, en exigeant qu'il produisit l'Original de la Lettre de M. *de Leibnitz*; qu'il ne s'agissoit d'ailleurs d'aucune Controverse, & qu'on ne requéroit autre chose, sinon qu'il constatât l'autorité de la Lettre qu'il avoit citée : droit qu'on ne sçauroit assurément refuser à aucun particulier dans sa propre cause. M. *de Maupertuis* donnoit avis dans la même Lettre à M. *Kœnig* des deux recherches qu'on avoit faites en vain à Berne, per ordre du Roi, & de l'Ambassadeur de France. Cette Réponse ayant été confirmée par le consentement de toute l'Académie, fut expédiée; & lui parvint le 6 Janvier de cette année, avec la seconde Lettre que l'Académie lui avoit adressée.

Il fit enfin à ces Lettres une Réponſe en date du 15 Fevrier, dans laquelle, comme dans la précedente, il ſe plaint amérement de ce qu'on viole à ſon égard le droit établi entre les Gens de Lettres, en interpoſant l'autorité de l'Académie dans une Controverſe Littéraire: car il diſſimule perpétuellement l'état de la Queſtion, & ne répond point directement à la ſeule choſe qu'on lui ait demandée, qui étoit de confirmer l'autorité du fragment qu'il avoit cité, en produiſant la Lettre originale de M. *de Leibnitz*. Il cherche partout des échapatoires; tantôt en diſant que ces paroles *de Leibnitz* n'otent rien à la découverte du principe de la moindre action, que M. *de Maupertuis* demeure toujours en plein droit de s'attribuër, parce que cette Lettre a été tout à fait inconnuë juſqu'à préſent, & que M. *de Leibnitz* n'a expoſé nulle part avec plus d'etenduë ſes idées à ce ſujet; tantôt en faiſant de M. *de Leibnitz* même un adverſaire de cette doctrine, comme s'il avoit eu un tout autre principe dans l'eſprit; par où M. *Kœnig*, en révoquant en doute la vérité du principe de M. *de Maupertuis*, ne cherche qu'à amener toute la queſtion au point qu'on mette à l'écart l'authenticité de la Lettre, pour s'attacher à diſcuter la verité du principe même. A' la fin pourtant il ſemble venir davantage au fait, en diſant qu'il avoit écrit à un Ami, pour le prier de chercher cet Original, & qu'il en attendoit encore la réponſe.

Ici il ne faut pas paſſer ſous ſilence, que M. *Kœnig*, afin de prouver que cette découverte de M. *de Leibnitz* lui étoit connuë depuis longtems, en appelle dans la même Lettre à ſa Harangue inaugurale, où il dit qu'il a déſigné cette découverte, en la montrant, pour ainſi dire, du doit. Quoique cette aſſertion eût beſoin d'être pareillement prouvée, & qu'il falût également quelque autorité pour la rendre digne de créance dans la République des Lettres; on ne trouve au fonds, dans l'endroit de ſa Harangue que M. *Kœnig* allégue, autre choſe, ſinon que M. *de Leibnitz*, las des cenſures de Juges

très

très iniques, n'avoit pas voulu mettre au jour la ſeconde Partie de ſa Dynamique, au dommage irréparable des ſciences ; afin que l'ignorance ne regardât pas ſes principes comme de monſtrueuſes chimères. On voit aſſez combien peu cette ſuppreſſion a de rapport avec l'affaire préſente, où l'on ſe borne à demander à M. *Kœnig* qu'il juſtifie le fragment par lui cité, en produiſant la Lettre originale.

On a dans le même tems fait encore d'autres recherches à Bâle, où M. *Hermann* eſt mort, & ailleurs, pour déterrer les Lettres qu'il avoit reçuës de M. *de Leibnitz* ; & il en réſulte aſſez clairement que ces Lettres ſont depuis longtems entre les mains de M. *Kœnig*, & que c'eſt peine perduë de les chercher en d'autres endroits : ce qui eſt d'autant plus vraiſemblable, qu'on n'a pu les trouver nulle part, & qu'il n'eſt pourtant pas à préſumer qu'elles ſe ſoyent perduës.

Le Magiſtrat de Bâle en étant requis par le Roi a fait examiner avec la derniere attention tous les Ecrits délaiſſés par feu M. *Hermann*, & conſervés par ſes Héritiers. M. *Jean Bernoulli*, Profeſſeur de Mathematiques, qui a été chargé de cette commiſſion, n'a trouvé que trois Lettres de M. *de Leibnitz* ou il n'eſt pas fait la moindre mention du principe de la moindre action.

M. *Kœnig* dit auſſi dans une Lettre du 12 Mars qu'il a cherché en vain à Bâle par le moyen d'un Ami cette Lettre de *Leibnitz*, parmi les papiers délaiſſés par M. *Hermann* ; & il envoye en même tems la réponſe qu'il a reçuë à ce ſujet. Il ajoute encore que l'attente de cette réponſe eſt la cauſe qui l'a obligé à ne toucher juſqu'ici que legèrement à la queſtion principale ; mais qu'ayant à préſent donné des preuves ſuffiſantes de ſa diligence dans la recherche de cet Original, il croit avoir ſatisfait, autant qu'on peut l'exiger, au deſir de l'Académie.

Les choses etant telles qu'on vient de les expoſer ; le fragment étant premierement par lui même ſuſpect, & M. *Kœnig* d'un autre coté, depuis qu'il a été rapporté que l'Original de la Lettre de M. *de Leibnitz* n'exiſtoit point dans les papiers de *Henzi* qui a été ſupplicié, n'ayant point produit cet Original, ni pû, ou oſé aſſigner le lieu où il eſt conſervé; il eſt aſſurément manifeſte que ſa cauſe eſt des plus mauvaiſes, & que ce fragment a été forgé, ou pour faire tort à M. *de Maupertuis*, ou pour exagérer, comme par une fraude pieuſe les loüanges du grand *Leibnitz*, qui ſans contredit n'ont pas beſoin de ce ſecours. Toutes ces conſidérations duëment peſées, l'Académie ne balancera pas à déclarer ce fragment ſuppoſé, & à le dépouïller par cette déclaration publique de toute l'autorité qu'on auroit pû lui attribuër.

# PROTOCOLLE
## DE L'ASSEMBLÉE DE L'ACADEMIE
*DU JEUDI 13 AVRIL 1752.*

*PRÉSENS.*

M. *de Keith.* } Curateurs.
M. *de Redern.* }

M. *de Marſchall.* } Honoraires.
M. *de Cagnony.* }

M. *Eller.* }
M. *Heinius.* } Directeurs.
M. *Euler.* }

M. *Formey*, Secret. perpet.

*ORDINAIRES.*

M. *Pelloutier.* M. *Pott.*
M. *Sprœgel.* M *Küſter.*
M. *M.M.Ludolff.* M *Beemann.*
M *Gleditſch.* M. *C. L. Ludolff.*
M. *de Beauſobre.* M. *Kies.*
M. *Meckel.* M. *Merian.*
M. *Sulzer.*
M. *la Lande* Aſſoc. ext.
M. *Heſſe.* } Etrangers.
M. *Hirzel.* }

M. le Curateur *de Keith* a remis à l'Académie la Lettre ſuivante de M. le Préſident *de Maupertuis*, dont le Secretaire a fait la lecture.

*MON-*

*MONSIEUR,*

*Comme c'eſt aujourdhui que l'Académie doit entendre le Mémoire de M.* Euler *au ſujet de la Lettre citée par M.* Kœnig, *& porter ſon jugement ſur cette affaire, j'aurai l'honneur de vous dire, que m'y trouvant impliqué, & ne deſirant de M.* Kœnig *aucune réparation, je prie l'Académie de s'en tenir uniquement à la vérification du fait; c'eſt à dire à juger ſur l'authenticité de la Lettre de M.* de Leibnitz *que M.* Kœnig *a citée. J'ai l'honneur d'être &c.*

*MAUPERTUIS.*

Le Secretaire a mis enſuite ſur le Bureau toutes les Pieces qui concernent l'affaire de M. *Kœnig* avec l'Académie; en a donné une récapitulation, & a lu en leur entier quelques Pieces qui n'avoient point encore été communiquées à l'Académie, & qui ſont une Lettre de M. *Kœnig* à M. *Formey* du 15 Fevrier 1752. une Lettre de M. *de Maupertuis* à M. *Kœnig* du 9 Fevrier 1752. & la Réponſe de M. *Kœnig* à cette Lettre, du 12 Mars 1752. à quoi il a joint l'exhibition des derniers témoignages concernant les Lettres de M. *de Leibnitz*, envoyés à S. M. par MM. les Magiſtrats de Bâle.

M. le Directeur *Euler* a lû enſuite un Rapport Latin, (*) où il a allégué toutes les preuves, tant de raiſonnement que de fait, qui démontrent que le paſſage allégué par M. *Kœnig*, comme étant un fragment d'une Lettre de M. *de Leibnitz*, ne peut être regardé que comme ſuſpect par lui-même, & manifeſtement faux par les circonſtances.

Sur quoi, M. le Curateur *de Keith* ayant recueilli les voix de tous les Membres de l'Académie préſens, en demendant à chaque Aca-

(*) *Ce Rapport eſt le Mémoire qu'on vient de lire traduit en François.*

Académicien ſon ſentiment, le réſultat unanime de la déliberation a été:

*Que le paſſage produit par M.* Kœnig, *dans le Mémoire qu'il a inſéré dans les* Acta Eruditorum *de Leipzig, comme faiſant partie d'une Lettre de M.* de Leibnitz, *ecrite en François a M.* Hermann, *porte des caractères évidens de fauſſeté; & ne peut avoir par conſéquent aucune ombre d'autorité pour porter atteinte aux légitimes prétentions qu'ont les Membres de l'Académie intéreſſés dans cette affaire, de revendiquer les principes qu'ils ont propoſés comme etant dûs à leur méditation & à leurs recherches, auſſi bien que toutes les conſéquences qu'ils en ont tirées, tant dans les Mémoires que l'Académie a adoptés, que dans les autres Ouvrages qu'ils ont publiés: Et qu'ainſi les concluſions que M.* Euler *a tirées à la fin de ſon Rapport, doivent être cenſées juſtes & valables dans toute la force des termes où elles ſont exprimées. L'Académie, en conſidération de la Lettre de M. le Préſident* de Maupertuis *luë au commencement de la ſeance, n'a pas voulu pouſſer la choſe plus loin, & étendre ſa déliberation juſqu'au procédé de M.* Kœnig *dans cette occaſion, & à la maniere dont elle ſerout autoriſée à agir rélativement à ce procedé.*

*KEITH.* *REDERN.*
*ELLER.* *HEINIUS.* *EULER.*

*FORMEY* Secr. perp.

MEMOI-

# MEMOIRES
DE
# L'ACADEMIE ROYALE
DES
# SCIENCES
ET
# BELLES LETTRES.

---

## *CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPERIMENTALE.*

* * *

# SUR LA NATURE ET LES PROPRIETÉS DE L'EAU

## COMMUNE CONSIDERÉE COMME UN DISSOLVANT,

PAR M. ELLER.

L'Eau ayant obtenu ſa fluidité de la chaleur, ou plutôt du mélange d'une certaine quantité de molecules du feu, acquert par cette union un mouvement intrinſeque & continuel dans ſes plus petites parties conſtituantes, tout de même, que tout autre corps fondu, qui par le moyen du feu ſe meut & agit de tous cotés. C'eſt auſſi par cette qualité que l'eau exerce ſa force diſſolvante, ou du moins ce mouvement lui procure cette action de pouvoir pénétrer & diſſoudre la plûpart des corps connus dans la Nature. L'eau doit donc uniquement ſa fluïdité au feu, comme je viens de dire. Cette matiere ignée, comme le diſſolvant univerſel, (ce que je montrerai après,) la pénétre & fait rouler ſes plus petites parties les unes ſur les autres; qui, ſans ce mêlange, dont l'effet cauſe la chaleur, s'attirent réciproquement & ſe convertiſſent en un corps ſolide connu ſous le nom de Glace; tout comme la diminution de la chaleur fait de la graiſſe, de la cire, de la poix, du ſouffre, & des metaux fondus, des corps ſolides presque dans un inſtant.

Je ne prétens pas rechercher ou approfondir à préſent ce qui arrive aux premiers élémens de l'eau, lorsqu'elle agit ſur les corps pour les diſſoudre, ni ce qui arrive aux petites parties diſſoutes &

cachées dans le ſein de l'eau; la petiteſſe extrême & peut-être indéterminable de ces molecules, jointe à leur transparence, n'étant nullement proportionnées à nos organes, nous en fait ſeulement juger par les effets qui en réſultent. Sa réſiſtance invincible à toute compreſſion, éprouvée par tant d'expériences par les Philoſophes de l'Academie *del Cimento* à Florence, a fait naitre la penſée à feu Mr. *Boerhaave*, que ſes dernieres particules conſtituantes devoient être extremement ſolides & immuables, vû qu'aucune force extérieure n'eſt capable de les altérer; car nous voyons, par exemple, qu'une planche ſe fend & ſe caſſe lorsqu'on en frappe l'eau avec violence, une bale de plomb tirée d'un fuſil ſur la ſurface d'une riviere ou d'un lac, à un angle fort aigu, s'applatit comme ſi elle avoit été lancée contre une pierre ou quelque autre corps ſolide.

Quoiqu'il en ſoit, il arrive à l'eau par le feu, ou par l'introduction de la chaleur, la même choſe que nous voyons arriver aux autres corps ſolides, ſavoir un allongement, ou une expanſion, dans les plus petites molecules de ſa ſubſtance. Nous ſommes convaincus de cette verité par les expériences faites avec le *Pyrometre* ſur les lames de fer ou de quelques autres metaux. Quelques Philoſophes modernes, ſurtout les Hollandois, auxquels cet élément liquide eſt autant profitable, par rapport au Commerce, qu'il eſt dangereux par les Inondations dont il les menace ſi ſouvent, ont taché d'approfondir, plus que les autres, l'intérieur de la compoſition de l'eau commune par bien des expériences; ils n'ont pas oublié de meſurer l'expanſion qu'elle ſouffre par les differens degrés du feu, & ils ont trouvé qu'elle s'etend d'$\frac{1}{210}$ à compter du degré de ſa congélation, jusqu'à celui où elle commence à bouïllir; Mr. *Muſchembroeck* le met à $\frac{1}{212}$. J'ai eu la curioſité d'en faire l'epreuve moi-même; pour cet effet, j'ai pris un tube cilindrique de verre environ de trois lignes de diametre, dont un bout étoit fermé hermétiquement: après l'avoir rempli d'eau commune jusqu'à $\frac{2}{3}$ de ſa longueur, je le plaçai dans un mélange de neige avec du ſel jusqu'à ce que je remarquai que l'eau com-

commençoit à geler; je le retirai alors, aprés avoir marqué l'endroit où l'eau ainſi rèfroidie s'arrêtoit dans le tube; je l'enfonçai après dans un bain-marie, & y ayant mis le feu, je l'y laiſſai jusque à ce que l'eau du bain commençât à bouïllir. Je trouvai alors que l'eau du tube étoit montée, & avoit augmenté ſon volume d'une $\frac{1}{21}$ partie environ. Cette conſtriction & dilatation que l'eau ſouffre par l'application de differens degrés de Chaleur, nous rend raiſon auſſi, d'où vient que ſa peſanteur ſpécifique change ſi ſouvent; car, outre les differens corps qui s'introduiſent dans l'eau dans ſa ſource, ou que l'eau de pluye enveloppe en tombant, & qui altèrent ſon poids, Mr. *Muſchembroeck* a fort ſoigneuſement remarqué que les differens degrés de chaleur, dont nous venons de parler, peuvent augmenter ou diminuer d'un $\frac{1}{75}$ le poids ſpecifique de l'eau; puisqu'il a trouvé qu'un pied cubique Rhenan d'eau peſoit en hiver 64 livres, pendant qu'en Eté la même quantité en peſoit 65.

Outre le feu, ou la chaleur, dont l'entremiſe nous fait paroitre ce corps ſous le nom d'Eau, nous y rencontrons encore une troiſième matiere également diſperſée, & peut-être meſurée par rapport à ſon volume à la quantité de l'eau où elle demeure; c'eſt une matiere aërienne, qui prend la nature de l'air elaſtique dans le tems ſeulement, qu'elle ſe trouve contrainte de quitter ſon domicile. Car l'expérience a fait voir, que la ſurface de l'eau, qu'on a miſe au feu pour bouïllir, commence à un certain degré de chaleur, à s'émouvoir un peu, & à élancer de petites pointes, qui gliſſant les unes contre les autres, s'uniſſent ſous la forme de petites veſſies, & qui alors crévent & pouſſent un air elaſtique, avec ce bruit qui eſt ſi propre à l'air comprimé mis en liberté par le mouvement. Cet air ne ſe retire de l'eau, que lorsqu'elle a atteint le 150 degré de chaleur ſelon le Thermometre de *Fahrenheit*. Mais lorsque toute cette matiere aërienne eſt chaſſée de cette facon, & que la chaleur dans l'eau augmente jusqu'au 212 degré, elle commence à bouïllir, c'eſt à dire, que les particules du feu ayant rempli toute la maſſe de l'eau, traverſent & paſ-

ſent avec impétuoſité par ſon volume, élevant ſes couches ſupérieures en vapeurs elaſtiques, ſemblables à celles qu'on voit ſortir de l'Eolipile; mais afin qu'on ne ſe trompe point, & qu'on ne prenne pas les premieres petites bulles, dont je viens de parler, pour un air ſuppoſé, en les croyant auſſi des vapeurs aqueuſes que le feu éleve & dont il forme un air élaſtique, on n'a qu'à avoir recours à la pompe pneumatique, qui nous montre, que l'eau commune, même celle qui eſt toute froide, commence à élancer les mêmes petites veſſies, auſſi-tôt qu'on a ôté par la pompe l'équilibre de l'Atmoſphere, & ſa preſſion ſur la ſurface de l'eau ſous la cloche de la machine. D'ailleurs il eſt fort remarquable, & cela mérite quelque attention, que cet air, qu'on a fait ſortir de la ſubſtance de l'eau, n'y a point occupé ſa place dans ſa nature élaſtique; ce dont on peut s'aſſurer par pluſieurs expériences & phenomenes, ſi on y veut faire ſeulement quelque attention. Il eſt évident, que le volume de l'eau, dont on a tiré l'air ſous la cloche, ne diminuë point: il eſt auſſi prouvé, que l'air naturellement enfermé dans l'eau, n'y montre point cette élaſticité qui lui eſt ſi propre, parce que cette eau ne ſouffre aucune compreſſion. D'ailleurs l'air ne retourne que fort lentement dans une eau purifiée de cet élément comme il faut; il demande pluſieurs jours, ou ſemaines, avant que d'y rentrer en juſte proportion, & l'on ne gagne rien en voulant forcer l'eau par des ſecouſſes violentes pour recevoir un air élaſtique, comme le célébre Mr. *Mariotte* l'a prouvé par cette expérience. Il a fait bouillir de l'eau pendant quelques heures de ſuite, pour en chaſſer l'air entierement; avec cette eau ainſi préparée, il a rempli une Phiole, ou matras de verre, jusqu'à l'ouverture de ſon col; il a fermé l'ouverture avec le pouce, après avoir fait rentrer dans cette eau, en renverſant le matras, une petite portion d'air de la groſſeur d'une noiſette; puis il a enfoncé le col de la phiole dans un vaiſſeau rempli d'une même eau purifiée d'air, & ayant auſſi-tôt retiré le pouce de l'ouverture, il a remarqué que cet air, qui s'etoit arrêté au fond de la phiole renverſée, ne ſe diminuoit que peu à peu,

jus-

jusqu'à ce que tout ſon volume fût reſorbé dans l'eau après pluſieurs heures de tems. Après avoir fait rentrer de nouveau une ſemblable portion d'air dans cette même eau purifiée, & ayant obſervé les mêmes précautions, il s'eſt apperçu que cet air nouveau demandoit beaucoup plus de tems que le premier pour ſe cacher dans l'eau. Il répéta cette déglutition de l'air dans la même eau, jusqu'à ce qu'il remarqua, que la portion d'air ne diminuoit plus pendant la ſuite de pluſieurs jours ou ſemaines. Ce phénomene extraordinaire a fait dire à M. *Mariotte*, & après lui à Mr. *Boerhaave*, qui a répété cette expérience avec plus d'exactitude encore, qu'il ſe faiſoit icy une ſolution plutôt qu'un ſimple mélange de particules d'air dans l'eau, parce que l'air perdoit par cette ſolution ſa nature élaſtique, auſſi longtems qu'il étoit détenu priſonnier dans l'eau.

Mais comme Mr. *Mariotte*, ni les autres Phyſiciens plus modernes, comme les celebres Mrs. *Boerhaave*, *Muſchembroeck*, *Nollet*, *Hamberger*, &c. qui alléguent & confirment cette expérience, n'ont pas déterminé, non plus que le premier, la quantité de l'eau, qu'ils ont priſe pour faire l'expérience en queſtion, ni le volume de l'air, qu'ils ont fait rentrer de nouveau dans cette eau purifiée, j'ai jugé la choſe digne d'une recherche ultérieure, pour tâcher, s'il étoit poſſible de déterminer un peu plus au juſte, la quantité de l'air, qu'une portion d'eau meſurée peut contenir & loger naturellement dans ſon ſein. Pour cette fin, j'ai fait purifier l'eau de tout air, autant qu'il m'a été poſſible, tantôt par une décoction ſuffiſante, tantôt à l'aide de la Pompe pneumatique; & ayant meſuré la phiole, pour marquer le poids de l'eau qu'elle contenoit, j'y ai fait entrer un petit verre cylindrique, qui renfermoit dans ſon creux, étroitement bouché, par une petite oublie ou pâte de farine mouïllée, un pouce cubique d'air, meſure de Rhin; & ayant verſé l'eau récemment purifiée, & encore tiède, là deſſus, jusqu'à ce que la phiole fut entierement remplie, comme dans l'expérience de Mr. *Mariotte*, je remarquai bientôt, l'ayant renverſée & enfoncée dans un vaiſſeau pareillement rempli de la même eau

puri-

purifiée, que le couvercle de pâte du petit verre cylindrique s'ouvrit, par la force émolliente de l'eau, & fraya le chemin à l'air qu'il contenoit, lui permettant de ſortir & de ſe ranger au bout de la phiole renverſée; & afin que l'air extérieur ne rendit pas l'expérience équivoque & douteuſe, je fermai le col de la phiole dans le vaiſſeau où il étoit enfoncé fort étroitement, pour empêcher tout air extérieur de s'y mêler. Cette précaution m'a appris à la fin que la portion de l'air contenu naturellement dans l'eau, n'excedoit pas ſa 150 partie.

Cette faculté de l'eau, d'avaler l'air par une eſpece de ſolution, m'a fait naitre l'idée, que cet air enfoncé dans l'eau pourroit être la cauſe du bruit du tonnerre, lorsque les vapeurs aqueuſes extrêmement condenſées dans une nuée ſe rejoignent en gouttes prêtes à tomber par la pluye, & imprégnées de cet air avalé, étant expoſées quelques heures aux rayons perçans d'un Soleil ardent, qui communiquent le feu, & élevent en Eté ſans ceſſe des exhalaiſons inflammables pêle-mêle avec les vapeurs aqueuſes, ſurchargées alors de cette matiere phlogiſtique, il arrive, que lorsque celle-cy, par un frottement ſubit de ſes molecules, s'allume & cauſe l'éclair, ce feu perçant rend la liberté, & en même tems l'elaſticité à cet air avalé dans l'eau des nuages ſuivant la direction de l'éclair. Or quiconque connoit la force de l'expanſion d'un air élaſtique dans un degré de chaleur tel que le cauſe l'eclair, ne ſera pas étonné du bruit éclatant que le tonnerre produit, lorsque cet air dilaté ſe fraye le chemin par mille directions oppoſées, pour écarter l'air & l'eau de l'Atmoſphere voiſine par où il paſſe. Mais cecy ſoit dit ſeulement en paſſant.

Ainſi l'eau commune eſt un compoſé 1. de ſa matiere primitive glaciale, 2. de l'Air, & 3. du Feu. C'eſt de ce dernier élément qu'elle tire principalement ſa fluïdité & ſon action. Mais il paroit pourtant extraordinaire, que la quantité du feu, ou de la chaleur, qu'elle eſt capable de recevoir, n'augmente pas ſon poids, ni l'air ſon volume, puisqu'il eſt connu, que ce dernier élément exerce ſa force expanſive 20 fois plus réſiſtante que l'eau; & pour ce qui eſt du feu,

feu, chaque partie d'eau eſt capable de ſupporter 180 degrés de chaleur, ſans qu'elle change de peſanteur, & avant qu'elle s'echappe en vapeurs; car il eſt prouvé, que l'eau, dès le 33 degré de chaleur, ſuivant le Thermometre de Fahrenheit, peut recevoir les molecules du feu jusqu'au 212, lorsqu'elle commence à bouïllir & à ſe diſſiper, ſans que ſa nature fluide, ni ſon poids, en ſouffre le moindre changement.

Jusqu'icy j'ai jugé à propos d'examiner les parties conſtituantes de l'eau, afin de parvenir à mieux comprendre la vertu qu'elle exerce à pénétrer & à diſſoudre les corps; mais comme cette action dépend principalement de la petiteſſe de ſes parties, il faut voir, ce que les Philoſophes en ont pû découvrir jusqu'à preſent. Les Anciens y ont fait fort peu de réfléxion, ſe contentant de regarder l'eau comme un Elément ſimple & primitif; il leur ſuffiſoit de la déclarer un corps humide & froid, qui à cauſe de ſa fluïdité prêtoit le vehicule pour charrier les matériaux, qui faiſoient croître les animaux auſſi bien que les végétaux & les mineraux. Les Modernes ont montré un peu plus d'application à vouloir attrapper la petiteſſe des dernieres molecules qui conſtituent ce merveilleux corps; mais ils ont été forcés de s'arrêter en chemin, & de ſe contenter d'avoir remarqué par leurs expériences innombrables, que la diviſion ſans bornes de ces dernieres molecules n'etoit nullement proportionnée, ni à leurs organes, ni aux inſtrumens par lesquels ils l'examinoient. Sa ſurprenante diviſibilité, qui refuſe toute meſure, ſe manifeſte en pluſieurs façons: par exemple, les ouvertures de ces vaiſſeaux, ou veines, ſous l'epiderme de notre peau, par lesquels l'eau s'échappe de la maſſe de notre ſang, ſont ſi petites, qu'un grain de ſable, ſelon le calcul de *Leuwenhoek*, en peut couvrir 24 mille. Le degré de chaleur qu'on introduit dans l'eau, lorsqu'on la fait bouïllir, cauſe une telle ſubdiviſion de ſes petites particules diſſoutes en vapeurs, qu'elle occupe un eſpace 13 mille fois plus grand que celui qu'elle occupoit, lorsqu'elle reſtoit encore ſous la forme de l'eau; comme cela ſe prouve

par une ſeule goutte d'eau qu'on fait tomber dans un tuyau de verre à boule, dont on ſe ſert pour faire des Thermometres. Quand on chauffe cette boule ſur les charbons allumés, jusqu'à ce que cette goutte d'eau ſe convertiſſe en vapeurs, elle remplit toute la capacité de la boule & de ſon tuyau, puisqu'elle en chaſſe l'air tout à fait, en faiſant un vuide parfait, qui ſe remplit d'eau, ou de mercure, lorsqu'on a ſoin d'enfoncer à l'inſtant le tuyau dans l'un ou l'autre de ces fluides. Celui qui voudra comparer le diametre de la goutte d'eau avec celui de la boule de verre qu'il a employée, en comparant les cubes de leur diametres, trouvera à peu de choſe près, la force expanſive de l'eau déterminée cy-deſſus.

Je m'eloignerois trop de mon but, ſi je voulois examiner icy, ſi toute eau, étenduë tellement en vapeurs élaſtiques, & encore plus élaſtiques peut-être que l'air même, regagne tout à fait ſon premier état liquide ſous la forme de l'eau: ou ſi l'action du feu n'y a pas cauſé plutôt une métamorphoſe dans les derniers élémens ſphériques de l'eau, en les entortillant en très menus cylindres ſpirales élaſtiques de nature aërienne? Certes, quelques expériences faites avec l'Eolipile, avec le Digeſteur de Papin, avec une eſpece d'Eolipile appliqué à la Pompe pneumatique, & ſurtout la manœuvre de ſouffler un gros ballon de verre, ou Récipient chymique, moyenant une bouchée d'eau pouſſée par la canule d'acier dans une groſſe boule compacte de verre fondu, ſans qu'on y remarque le moindre retour de cette vapeur ſous la forme d'eau commune, me rendent aſſez hardy pour adopter cette hypotheſe, jusqu'à ce qu'on me faſſe voir le contraire par des expériences inconteſtables.

J'ai examiné l'eau commune jusqu'icy par raport à ſes parties conſtituantes, auſſi bien qu'à l'égard des qualités qui réſultent de l'union des differentes parties qui lui viennent de dehors, & qui toutes enſemble, quoique d'une petiteſſe inconcevable, n'empêchent point leur ſolidité extrême, qui refuſe toute compreſſion. J'ai démontré le degré de leur extenſion, comme auſſi leur expanſion ſurprenante,

qui

qui les confond & les précipite dans la nature de l'air. La premiere choſe qui me reſte à éplucher, pour me rapprocher peu à peu de mon but, eſt l'examen de la qualité pénétrante de l'eau ; mais comme cette qualité a trop de rapport avec ſa force diſſolvante, je m'arrêterai un peu à examiner comme il faut cette propriété de l'eau. Tout le monde lui accorde cette faculté en général ; & peu s'en faut que quelques grands hommes n'ayent prouvé qu'elle eſt un diſſolvant univerſel. Sa pénétration dans les plus petits recoins de pluſieurs corps, qui refuſent l'admiſſion de l'air même, ſemble favoriſer cette hypotheſe. La maniere par laquelle l'eau commune opére la ſolution des corps, paroit être bien differente ſelon les principes differens, que pluſieurs Philoſophes en ont imaginé. Il y en a qui prétendent prouver, que l'eau par ſa peſanteur ſpecifique, & par l'extrême petiteſſe de ſes molecules, entre dans les corps qu'on lui préſente à diſſoudre, écarte les plus petites parties les unes des autres, & les pénétre ſi avant, qu'elle les diſtribuë également, en les faiſant nâger entre ſes molecules. Et pour mieux faire comprendre cecy, ils déterminent la propriété des eſpaces, des interſtices & des pores des corps ; ils conſiderent leurs figures, l'homogeneïté de leur matiere, leur cohéſion naturelle &c. Pour y trouver quelque choſe à redire, il falloit encore mieux voir & tâter les derniers élémens & les atomes de toutes les matieres, que ces Meſſieurs s'imaginent d'avoir vû & tâté.

Il y en a d'autres, qui avec plus de ſolidité & de circonſpection regardent les corps diſſolubles par l'eau, comme un aſſemblage de petites particules homogenes, que nos yeux, aidés même des meilleurs microſcopes, ne pourroient appercevoir ſéparément les unes des autres ; il eſt fort probable, diſent-ils, que ces particules, lorsqu'elles ſont réünies, & qu'elles font maſſe, laiſſent entre elles de petits intervalles, dans leſquels l'eau ſe peut inſinuer, & pénétrer dans les plus intimes recoins de la cohéſion de ces particules, par la même cauſe apparament, qui fait monter l'eau & qui la fait entrer dans les cylindres capillaires. Ils ſuppoſent donc cette cauſe & cette force

de pénétrer, telle qu'elle puiſſe être, plus puiſſante que la cohéſion ou la force avec laquelle les parties du corps ſoluble ſont jointes enſemble; de ſorte que l'eau non ſeulement ſe peut gliſſer entre elles; mais elle les écarte, comme il paroit, & les ſépare les unes des autres, après quoi les molecules déſunies de cette maniere flottent dans le diſſolvant, & ne font, ſelon l'apparence, qu'un compoſé avec lui. Et quoique les parties d'un corps, diſſoutes dans l'eau, ſoient ordinairement plus peſantes que ce fluide, elles enfilent à leur tour les pores de l'eau, & ſe diſtribuënt uniformément dans toute la maſſe de l'eau, dans laquelle, malgré leur excès de peſanteur, elles demeurent ſuſpenduës par le frottement ou par la même cauſe, qui les a fait monter: ce qui ſe prouve par l'expérience, lorsqu'on diſſout une quantité déterminée d'un ſel quelconque, dans l'eau pure, ſans que ſon volume, en augmente, ou que le vaſe qui la contient, en devienne plus plein.

Il y en a encore d'autres, qui, pour expliquer l'action diſſolvante de l'eau, ont recours au grand principe de l'attraction, dont l'application à nôtre ſujet paroit fort ingénieuſe. Ils s'expliquent à peu près de cette façon. Les particules d'un corps diſſoluble dans l'eau, lorsqu'elles ſe trouvent dans une grande quantité de ce fluïde, ſont attirées avec plus de force qu'elles ne peuvent s'attirer elles-mêmes, à cauſe de l'eloignement de ces molecules les unes des autres. Quand on met cette eau en mouvement par des ſecouſſes réïtérées, elle attire ou diſſout plus d'un corps ſoluble que quand elle reſte en repos. La même choſe arrive lorsqu'on met cet élément liquide en mouvement par le feu; car l'expérience nous montre, que l'eau chaude diſſout plus que l'eau froide, & cela ſelon les differens degrés de chaleur. Cette hypotheſe acquert une grande probabilité par les phénomenes qui arrivent dans la cryſtalliſation des ſels. Un ſavant homme qui la ſoutient, s'explique là deſſus à peu pres de cette façon: „ Lorsqu'on diminuë la quantité de l'eau d'une „ diſſolution ſaline à un certain degré par l'évaporation, on diminuë

auſſi

„ auſſi par conſéquent cette attraction qui ſubſiſtoit entre l'eau & le ſel; „ car on remarque d'abord, que les atomes de ſel ſe touchent alors de „ trop près, & par leur poids ſpecifique, par lequel ils ſurpaſſent ceux „ de l'eau, ils s'attirent réciproquement, & ſe joignent étroitement „ enſemble; ce qu'on appelle dans la Chymie *Cryſtalliſation de ſels.* „ Mais il faut remarquer néantmoins, que cette opération eſt empê- „ chée par le mouvement quelconque, ſoit qu'il ſoit cauſé par les ſe- „ couſſes, ou par la chaleur. C'eſt pour cette raiſon, que cette cry- „ ſtalliſation ne réüſſit, que dans un certain dégré de froid, dans un „ vaſe qui reſte immobile.“

Je ne prétends pas vouloir critiquer, ou décider ſur les ſentimens de ces Savans, qui ſe ſont donné beaucoup de peine pour rendre cette opération intelligible. Mais j'eſpère qu'il me ſera permis d'ajouter icy ce que les expériences & le raiſonnement m'ont enſeigné ſur ce ſujet. Pour m'expliquer avec plus de clarté, je ne m'arrête pas icy à examiner la vertu diſſolvante de l'eau commune toute ſeule; je toucherai auſſi en paſſant les autres corps, auxquels on attribuë une force de diſſoudre, & qui ſont quelquefois bien differens de nôtre élément liquide, puisqu'on en rencontre, & même de puiſſans, dans quelques corps ſecs. Lorsqu'on examine les expériences, qui prouvent la force diſſolvante de l'eau commune, on remarque que cette force eſt toujours proportionnée à la quantité de chaleur, ou de feu, qu'elle contient; nous voyons qu'un petit degré de chaleur communiqué à l'eau, ne fait que mollir quelquefois un corps, pendant que ce même corps eſt entièrement diſſous en peu de tems, par l'augmentation de la chaleur dans l'eau, laquelle on fait bouïllir. Les Sels, qui de tous les corps ſont ceux, que l'eau diſſout le plus facilement, me ſemblent confirmer, ce que je viens d'avancer. Huit onces par exemple d'eau pure, qui n'a que le premier degré de chaleur qui la rend ſeulement liquide, c'eſt à dire le 33 du Thermometre de Fahrenheit, diſſolvent a peine la 64 partie de leur poids du ſel commun; & à meſure que le froid extérieur augmente à un tel point, que ce petit

degré de chaleur ſe retire & permet à l'eau de commencer à ſe glacer, ce peu de ſel ſe retire auſſi & ſe ramaſſe au fond du vaiſſeau. Mais au contraire, ſi vous augmentez la chaleur dans l'eau de 10 ou 12 degrés ſeulement, vous verrez qu'elle diſſoudra jusqu'à 2 onces de ſel; & ſi vous y ajoutez autant de chaleur qu'elle peut en ſupporter, ſavoir lorsqu'elle commencera à bouïllir, elle en aura diſſout presqu'autant qu'elle peſe. Retirez l'eau du feu alors, & vous remarquerez aiſément, qu'à meſure que la chaleur ſe diſſipe, ou qu'elle ſe retire de l'eau, le ſel s'echapera de la ſolution, & ſe précipitera au fond du vaſe; & ſi vous êtes en etat d'ôter à l'eau tous les degrés de chaleur ſucceſſivement, jusqu'à l'etat prochain de congélation, vous verrez tout votre Sel précipité au fond du vaiſſeau, & abandonné de l'eau, deſtituée de tout degré de chaleur, dans le moment qu'elle commence à perdre ſa fluïdité par la congélation.

Cette expérience m'a appris: 1. Que l'eau commune deſtituée de tout degré de chaleur ne diſſout rien. 2. Que l'eau commune ſert ſeulement de véhicule à la chaleur, ou aux molecules du feu qui s'y enveloppent. 3. Que l'eau commune ne peut recevoir que 212 degrés de chaleur, même par la plus grande force de feu qu'on y applique, le reſte de la chaleur paſſe au travers de l'eau & ſe perd dans l'air, ou dans les corps voiſins. 4. Que lorsqu'on ceſſe de chauffer l'eau par dehors, toute la chaleur ſe retire peu à peu, & il n'y reſte que ce degré que l'air, qui l'environne, y entretient; & alors la force diſſolvante de cette eau eſt proportionnée à ce degré de chaleur. Mais lorsque l'air en hyver perd auſſi ſa chaleur jusqu'au deſſous de 33 degrés, l'eau perd toute la faculté de diſſoudre à meſure qu'elle approche de ce degré.

Ainſi la force diſſolvante de l'eau, étant toujours proportionnée aux degrés de chaleur qui lui ſont communiqués, les corps qui ſouffrent la diſſolution à ces degrés, tirent ordinairement leur origine des Végétaux, ou des Animaux. Mais quand on ſait contraindre l'eau à recevoir & à garder une tant ſoit peu plus grande quantité de cha-

chaleur, elle peut paſſer les bornes de ſa force diſſolvante naturelle, comme cela paroit par les expériences faites avec le Digeſteur de Papin, où l'air dilaté qui couvre l'eau avec une force extraordinaire, empêche que le feu, qu'on continuë à communiquer à l'eau bouillante, ne ſe diſſipe ſi vite en la traverſant ſeulement; mais pouſſé par l'eau qui lui ſert de vehicule, il entre dans les cornes, dans les ongles, dans les os des animaux, avec une telle violence, qu'ils ſe trouvent diſſous en peu de minutes jusqu'aux parties terreſtres qui tombent en pouſſiere; même le plomb & l'étain commencent à couler dans ce degré de chaleur communiqué à l'eau de cette façon.

Tout cecy, ce me ſemble, montre aſſez, que ce n'eſt pas l'eau, mais uniquement le feu, qui cauſe la ſolution des corps; & que l'eau ne ſert qu'à engloutir les atomes diſſous, & à les diſtribuër également par tout ſon volume qui doit être proportionné à la quantité des molecules qu'il doit garder.

J'ai conſidéré jusqu'icy la premiere Claſſe des diſſolvans qui eſt la plus ſimple, où le feu exécute la ſolution des corps qui ſont d'une legère cohéſion par le moyen de l'eau dans laquelle il ſe trouve. Dans cette Claſſe, le feu communiqué à l'eau de dehors, eſt ſimple & uniforme, ſans que quelque autre matiere y ait part, ou s'y mêle. Mais il y a une ſeconde Claſſe de diſſolvans où le feu eſt concentré dans une matiere huileuſe, végétale & inflammable, que la fermentation a jointe à l'eau commune, & y a liée ſi etroitement, qu'il n'y a que la flamme qui les puiſſe ſéparer, & les diſperſer dans l'air en les détruiſant. Les Eſprits de Vin, de Froment, & de pluſieurs autres végétaux, en ſont témoins. L'eau commune y eſt encore la baſe qui a enveloppé cette matiere phlogiſtique, laquelle étant miſe en mouvement par l'application du feu extérieur, pénétre, ſépare & diſſout les corps, qui ſont d'ailleurs impénétrables par les diſſolvans de la premiere Claſſe, où il n'y avoit que le feu ſimple, arrêté dans l'eau ſimple auſſi. Quoique l'action de cette ſeconde Claſſe ſe borne auſſi à la diſſolution des Végétaux, d'où cette ſorte de diſſolvans a tiré ſon origine,

origine, elle eſt toujours plus puiſſante que la premiere, parce qu'elle pénétre & diſſout les corps huileux & réſineux, que les premiers n'avoient pas la force d'entamer. D'ailleurs l'eau commune prête également icy auſſi le vehicule à la matiere du feu, avec cette difference, qu'elle eſt intimément jointe à l'eau par la fermentation, pour produire ce qu'on appelle communément *Eſprits vineux*, dont la partie la plus ſubtile, purifiée par la diſtillation, & connuë ſous le nom d'*Alcohol*, brûle & entretient la flamme la plus pure, jusqu'à ce que tout ſoit conſommé. Mais quand on a l'adreſſe de pouvoir arrêter les vapeurs, que l'Alcohol diſſipe en brûlant, on trouvera que ce ne ſont que l'eau ſimple toute pure, & que la matiere inflammable n'a été que la portion la plus petite de l'Alcohol.

Les jus vineux, tirés des Végétaux par la fermentation, dont je viens de parler, ſi on les expoſe une ſeconde fois à cette opération fermentative, on les convertit en Acide, lequel concentré par la diſtillation, fournit un Eſprit acide, qui eſt d'une nature bien differente de l'Alcohol, puiſqu'il pénétre & diſſout la plûpart des Métaux & des Minéraux qui ſe ſoutiennent entierement dans l'Alcohol.

Mais ſi la Fermentation opére dans les Végétaux en produiſant l'Alcohol & l'Acide, la Putréfaction montre une production analogue dans les Animaux en développant dans ces corps détruits l'Alcali volatil, lequel enveloppé de l'eau commune produit les Eſprits volatils de l'Urine, du Sang &c. La Putréfaction même n'eſt pas toujours néceſſaire à la production de ces ſortes d'eſprits alcalins; l'etroite union des ſels avec les parties graſſes & huileuſes, que la Circulation des humeurs opére dans un animal vivant, ſuffit déja à produire une *alcaleſcence*, ou diſpoſition à la formation d'un Alcali: ce que nous montre l'Eſprit volatil de Corne de Cerf, du Crane, de la Soye, &c. que la diſtillation ſeule nous fournit de ces corps ſans le ſecours de la Putréfaction.

Outre cette ſeconde Claſſe de diſſolvans, l'eau commune prête encore ſon miniſtère à une troiſieme ſorte de diſſolvans, dont la force

eſt

eſt infiniment plus puiſſante que celle des premiers, puisque les molecules de feu ſont concentrées d'une maniere tout à fait incompréhenſible dans une matiere acide, qui gagne en naiſſant, & dans la ſuite de ſon exiſtence, diverſes matrices, lesquelles fourniſſent aux Phyſiciens Chimiſtes des diſſolvans auxquels obeïſſent les corps les plus durs qui ſont connus dans la Nature. L'origine ſimple de cet acide paroit être d'autant plus merveilleux, que nous le rencontrons diſperſé dans l'air, ſous la ſimple enveloppe des vapeurs aqueuſes ; ceux qui doutent de ſon exiſtence dans ce lieu, n'ont qu'a expoſer un ſel alcali bien pur dans une chambre où l'air peut circuler aiſément pendant quelque tems ; ils trouveront leur alcali changé en ſel moyen tout comme s'ils euſſent employé un acide vitriolique pour convertir l'alcali en Tartre Vitriolé. Le tems, & moins encore mon but, ne permettent pas d'éplucher à preſent le moyen dont la Nature ſe ſert pour produire cet Acide Univerſel. Parmi les exhalaiſons infinies, que de ſes produits innombrables nôtre Globe permet de s'elever dans les airs, il n'y a point de doute qu'il ne s'en rencontre quelques unes propres à recevoir & à concentrer dans leurs atomes cette matiere ignée, que l'Aſtre du jour, cette ſource du feu & de toute chaleur, lance inceſſament par ſes rayons dans une matiere propre à lui ſervir de vehicule : ce qu'il me ſuffit d'avoir touché ſeulement à préſent. Mais comme nous ne pourrions pas nous en ſervir ſous cette enveloppe impalpable & inviſible, la Nature bienfaiſante a choiſi encore d'autres matrices bien plus traitables pour nous, où elle renvoye cette mince engeance du feu ſolaire de retour avec les Météores vers notre Globe, pour y être avalé dans l'Ocean pour la pluspart, ou dans quelques terres calcaires, alcalines, metalliques ou bitumineuſes, où ce feu, enveloppé par une eſpece de ſolution, ſe niche, & y forme ſa matrice & ſon domicile, & où il ſe préſente à nous, tantôt ſous la forme du ſel marin, ou de l'Alun, ou du Salpetre, ou du Vitriol, & tantôt ſous la forme du ſouffre commun. Et qui eſt-ce qui ne ſait pas avec quelle force ce feu concentré diſſout

les corps les plus compacts que les entrailles de la terre nous fourniſſent, lorsque par l'extrême violence d'un feu chimique ce feu ſolaire eſt chaſſé de ſes différentes matrices, & lorsqu'il nous paroit ſous le nom d'eſprit acide mineral, different en quelque maniere, je l'avoüe, mais c'eſt par l'altération qu'il a ſoufferte dans ſes differentes matrices. Il ſeroit bien ſuperflu de marquer icy la nature ignée de cet acide; celui qui en doute, n'a qu'à l'éprouver, & il trouvera bientot qu'il brûle autant, & quelquefois davantage, que le feu de nos foyers. C'eſt encore l'eau commune qui fournit le véhicule à ce feu acide, & qui favoriſe ſa puiſſante action. Pour ſe convaincre de cette vérité on n'a qu'a verſer un de ces Eſprits acides, ſoit celui de ſel marin, ou de Vitriol, ſur quelques corps terreſtres abſorbens, comme ſur de la craye pilée, & on ſera ſurpris de voir la quantité d'eau commune inſipide qui ſurnage ſur la craye, lorsqu'après la deſtruction de l'acide ce feu a diſparu. Au reſte tout ce que j'ai avancé jusqu'icy, prouve aſſez, que le feu eſt l'unique diſſolvant univerſel dans la nature, & que la petiteſſe extreme & inaltérable des molecules d'eau commune lui ſert ſeulement de véhicule & d'enveloppe pour communiquer ſa force diſſolvante à tous les corps altérables. C'eſt pourquoi les anciens Philoſophes Hermetiques ont eu raiſon d'aſſurer, que leur myſtere le plus caché conſiſtoit dans la combinaiſon parfaite & inſéparable de ce feu avec la ſubſtance mercurielle metallique la plus pure & la plus homogene pour la production d'un diſſolvant univerſel, & pour la perfection du grand oeuvre. Je ferai voir dans un autre Mémoire les phenoménes qui réſultent, en diſſolvant toutes ſortes de ſels dans l'eau commune.

SUR

# SUR LES PHENOMENES QUI SE MANIFESTENT, LORSQU'ON DISSOUT TOUTES SORTES DE SELS DANS L'EAU COMMUNE SEPARÉMENT,

PAR M. ELLER.

Dans le dernier Mémoire, que j'ai eu l'honneur de lire dans cette Aſſemblée, il y a quelques ſemaines, j'ai tâché d'expliquer la nature & les propriétés de l'eau commune. Tout ce que j'y ai avancé, ſe trouve entièrement confirmé par les Expériences. J'ai prouvé entre autres choſes, que l'eau commune ne peut paroître ſous cette forme fluide & coulante où nous la voyons, que moyennant certaine portion de feu, ou de chaleur, qui lui procure cette fluïdité; mais que l'eau, ayant reçu cette qualité du feu, lui ſert à ſon tour de vehicule, afin qu'elle puiſſe exercer ſa force diſſolvante. J'ai fait voir les différens moyens, par leſquels les molecules du feu s'introduiſent dans l'eau. Le premier eſt le plus ſimple, où le feu ſe communique de dehors ſelon les differens degrés de la chaleur extérieure. Les autres moyens, par leſquels le feu s'unit à l'eau, ſont un peu plus cachés, de ſorte qu'on perd preſque l'idée de l'eau commune, lorſqu'on rencontre ſous cette forme un fluide âpre, ou corroſif, qui ne tient plus rien de la nature douce & inſipide de l'eau, ſi l'on en excepte la fluïdité. Mais l'eau ſouffre cette altération extraordinaire de fort differentes façons; car tantot cette matiere du feu ſe joint à l'eau par la Fermentation, tantot par la Putréfaction: une autre fois on l'attrappe par la Deſtruction de quelques ſels minéraux ſous la forme d'un Acide corroſif, quoique tous ces fluïdes diſſolvans ne ſoyent

autre choſe qu'une matiere inflammable, ſulfureuſe, & ignée, délayée dans l'eau commune qui lui ſert d'enveloppe & de vehicule.

Cette conſidération eſt d'autant plus néceſſaire à mon but, qu'elle rend raiſon en quelque maniere des Phénomenes qui ſe manifeſtent quand on diſſout differentes ſortes de ſels dans l'eau commune. Les Phyſiciens modernes ont déjà remarqué, que cette eau, quelque pure & ſimple qu'elle puiſſe être, ſouffre un changement remarquable, par rapport à ſon degré de température, dès qu'on y jette du ſel pour le diſſoudre. Car auſſi-tôt qu'elle commence à agir pour achever la diſſolution, ſa chaleur diminuë presque toujours, & elle devient plus ou moins froide ſelon la qualité, ou ſelon la compoſition differente de chaque ſel. C'eſt par ce moyen qu'on peut produire de la glace, même dans les plus grandes chaleurs de l'Eté. Je n'ignore pas, que Mr. *Geoffroy* à Paris en a déjà fait quelques Expériences qu'il a communiquées a l'Académie Royales de Sciences en 1700, & que Mr. *Amontons* a reïterées à la Cave de l'Obſervatoire de Paris, ſelon ſon rapport fait à la même Académie en l'année 1705. & qu'outre cela Mr. *de Muſchembroeck*, dans ſon excellent Commentaire ſur les expériences de l'Académie *del Cimento*, a de nouveau fait cette recherche, pour déterminer les degrés du froid, que quelques ſels produiſent dans l'eau, lorsqu'on les y jette pour les diſſoudre. Mais comme les rapports de ces Meſſieurs ſont bien differens entre eux, par ce qu'ils n'ont pas examiné toute ſorte de ſels, & qu'ils ont négligé presque tout à fait les ſels moyens artificiels, j'ai cru qu'il pourroit être de quelque utilité, par rapport à la théorie du feu auſſi bien qu'à la connoiſſance de la ſtructure differente de ces ſels, ſi j'entreprenois de nouveau cette recherche.

Pour cette fin j'ai pris toutes les précautions néceſſaires pour ſaiſir cette exactitude que les Expériences phyſiques demandent. J'ai eu grand ſoin auparavant de choiſir les ſels bien purs & ſecs, réduits en poudres impalpables; & comme la quantité de l'eau que telle ou telle ſorte de ſel demande pour la diſſolution diffère beaucoup, j'avois déjà découvert

découvert & déterminé cette quantité differente, dont je donnerai cy-après le précis. Les ſels préparés, comme je viens de dire, & enfermés dans des phioles bien bouchées, furent placés avec l'eau, qui devoit ſervir à leur diſſolution, quelques heures auparavant dans une chambre, où le Thermometre m'indiqua la température de l'air de ce jour là; & comme je me ſuis ſervi d'un Thermometre de la ſtructure de Mr. de Reaumur, j'ai eu ſoin de l'enfoncer pendant quelques minutes dans cette eau deſtinée aux expériences pour eprouver ſa température. L'ayant retiré, je remarquai qu'il montroit 6 degrés de chaleur. Je pris enſuite huit onces de cette eau pour chaque eſſai, & de chaque ſel autant qu'elle pouvoit en diſſoudre. Le Vitriol verd ne montra qu' $1\frac{1}{2}$ degré de refroidiſſement dans l'eau, mais le Vitriol bleu $3\frac{1}{2}$ degré. L'Alun, réfroidit l'eau de $2\frac{1}{2}$, mais l'Alun calciné ne montra aucun changement. Le Salmiac au contraire fit voir le plus grand, puisque le Thermometre baiſſa de 6 degrés de chaleur, jusqu'à un peu au deſſous de 5 degrés de froid; par conſéquent ce ſel rétroidit l'eau presqu'à 12 degrés. Le Salpetre raffiné cauſa un refroidiſſement de 8 degrés, & le Criſtal mineral de 7. Le Sel commun & le Sel marin ne réfroidirent l'eau que de 2 degrés. Le Tartre vitriolé & l'*Arcanum duplicatum* furent à 3 degrés; mais la Creme de Tartre ne montra aucun changement. Le Sel d'Epſom cauſa 2 degrés de froid, & le Sel de Seignette 7. Mais le Sel de Sedlitz fit monter le Thermometre de 6 degrés à 9, & augmenta par conſéquent la chaleur à 3 degrés. Le Sel admirable de Glauber montra à peu près le même Phénomene, puisqu'il chauffoit l'eau de 4 degrés. Mais ce ne fut rien en comparaiſon du Vitriol deſſéché à blancheur, qui augmenta la chaleur dans l'eau de 16 degrés, le Vitriol blanc de 7 degrés, & le Sel alcali fixe de 4. Le Sel alcali volatil de Corne de Cerf au contraire, réfroidit l'eau de 6 degrés, le Sel volatil d'Urine, & le Sel Polychreſte ſeulement de 2 &c.

On voit aſſez par ces expériences, que les degrés de froid, que les Sels communiquent à l'eau pendant leur diſſolution, ſont auſſi dif-

ferens presque que leur nombre. Il y en a même parmy, qui, au lieu de réfroidir l'eau, lui communiquent encore des degrés de chaleur aſſez conſidérables. Tout ce qu'on en peut conclurre de déciſif eſt, que les Sels qui ont joint l'alcali volatil à l'acide minéral réfroidiſſent l'eau le plus, comme le Salmiac, le Salpetre, le Criſtal mineral; & même le Sel volatil de Corne de Cerf tout ſeul nous montre cet effet. Je ſçais fort bien, qu'on s'embaraſſe très peu de trouver la ſolution du problème, pourquoi les Sels réfroidiſſent l'eau, vû que pluſieurs des Phyſiciens modernes ſe contentent de dire, que toute chaleur conſiſte dans le mouvement, & que le froid n'eſt que la diminution de ce mouvement. Le réfroidiſſement donc, que le ſel apporte à l'eau, vient de ce que les parties ſalines étant ſans mouvement, & partageant celles de l'eau, diminuënt par conſéquent ce mouvement; ce qui produit le réfroidiſſement plus ou moins grand dans cet élément lequide &c. Mais il me ſemble qu'il arrive icy juſtement le contraire; car, pendant que ce diſſolvant agit pour s'inſinuer dans les pores ou interſtices du ſel, & pendant que le ſel, à cauſe de ſa ſolidité, réſiſte à ſon tour à cette action, il arrive ſans contredit une action mutuelle, ou une pénétration réciproque de l'eau dans le ſel, ou du ſel dans les pores de l'eau: ce qui doit plutôt augmenter que rallentir le mouvement en queſtion.

Il y en a d'autres, qui, après avoir vu l'inſuffiſance de ces raiſonnemens, ont tâché d'expliquer ces Phénoménes d'une tout autre façon. Ils ſuppoſent, que l'attraction, ou la cohéſion des fluides avec quelques autres corps, eſt proportionnée aux points du contact, ou à la denſité de ces corps. Ainſi le feu étant le corps le plus fluïde connu dans la nature, eſt attiré, & s'attache par conſéquent en plus grande quantité aux corps qui ont plus de maſſe ſous le même volume qu'a tous ceux qui n'ont pas cette ſolidité; ce qui ſe manifeſte, diſent-ils, dans l'air, qui ne peut pas être échauffé autant que l'eau, qui eſt environ 800 fois plus peſante; & les métaux, ayant depuis 7, jusqu'à 20 fois plus de maſſe ſous le même volume, que l'eau, attirent

rent & gardent le feu incomparablement plus longtems que ce fluide. Or les Sels, ajoutent-ils, ayant plus de denſité que l'eau, attirent par conſéquent, lorsqu'on les y jette, les molecules du feu qui ſe trouvent dans l'eau ; ce qui doit la rendre néceſſairement plus froide &c. Je ſoufcrirois volontiers à cette hypotheſe, qui paroit d'ailleurs aſſez bien imaginée, ſi les Expériences vouloient ſeulement la ſoutenir. Car d'où vient par exemple, que le Vitriol blanc, le Sel de Sedlitz, & le Sel admirable de Glauber, augmentent la chaleur dans l'eau au lieu de la refroidir? Ces Sels n'ont-ils pas des corps auſſi ſolides que les autres qui rendent l'eau plus froide? Les principes conſtituants de ces Sels ne ſont-ils pas les mêmes que ceux que nous rencontrons dans pluſieurs autres ſels qui montrent pourtant un effet tout contraire? Dailleurs, comme les degrés du réfroidiſſement, que les Sels produiſent dans l'eau, ſont ſi differens, je m'imagine qu'il faut tâcher de trouver la Solution du Problème dans la recherche de la nature & de propriétés de ces ſels mêmes ; une petite remarque pourroit peut-être apporter ici quelques lumieres. J'ai fait voir dans le Mémoire précédent, que ces ſels participoient de l'Acide univerſel, qui n'eſt autre choſe qu'un feu concentré dans l'eau qui lui ſert de vehicule & d'enveloppe, & qui ſe procure par ce moyen des corps differens en diſſolvant diverſes matieres terreſtres, ou metalliques, qu'il rencontre dans le ſein de la terre. Ce feu potentiel donc, lorsqu'il ſe trouve développé par la diſſolution dans l'eau commune, attire probablement les molecules du feu qu'il rencontre dans l'eau, & la rend par conſéquent plus froide pour quelques minutes. Ce qui me paroit confirmer cette hypotheſe, eſt l'expérience qui ſuit. Je verſai environ la moitié d'un ſeau d'eau dans une terrine de grés, & je trouvai par le Thermometre de Mr. *de Réaumur*, que cette eau gardoit pour lors 5 degrés de chaleur. J'y remis le Thermometre, & ayant fait chauffer une barre de fer jusqu'à rougeur, je la plongeai dans cette eau vis à vis, de l'autre côté du bord de la terrine, où le Thermometre étoit appuyé. Je remarquai inceſſament, qu'il baiſſa

de

de 3 degrés dans la premiere minute après l'immerſion de la barre. Cette expérience me fait croire, que le feu de la barre communiqué à l'eau, cauſe dans l'inſtant une eſpece d'attraction des particules du feu contenuës dans l'eau, ce qui la rend plus froide pour quelques momens; car quelques inſtans après toute l'eau de la terrine acquit le degré de chaleur que la barre échauffée lui doit naturellement communiquer.

Le ſecond Phénomene qu'on rencontre dans la diſſolution des Sels, c'eſt la differente quantité de l'eau que chaque eſpece demande pour être entierement diſſoute. Comme cette quantité differe beaucoup, ſelon la differente compoſition, auſſi bien que ſelon la propriété particuliere de chaque ſel, j'ai employé encore toute l'exactitude requiſe pour la déterminer comme il faut. Pour cette fin j'ai pris une eau de fontaine bien pure; & pour m'aſſurer d'avantage de cette derniere qualité, je l'ai fait diſtiller auparavant. Pour chaque Sel bien purifié, & mis en poudre, j'ai pris huit Onces d'eau. La température de l'air étoit alors, ſelon le Thermometre de *Fahrenheit*, entre 40 & 42 degrés, & ſelon celui de Mr. *de Réaumur*, entre 8 & 10. Le Mercure dans le Barometre s'arrêtoit dans ce tems là à 27 pouces 10 Lignes, meſure de Paris. Ayant déterminé ainſi tout ce que je viens de dire, j'ai éprouvé, que huit Onces de cette eau diſtillée en ont diſſout $9\frac{1}{2}$ de Vitriol verd, ou de fer, 9 Onces de Vitriol bleu, ou de cuivre, 3 Onces & 6 gros de Vitriol de Goslar, deſſéché à blancheur, 4 Onces & demie de Vitriol blanc, 2 Onces & demie d'Alun, 1 Once & demie d'Alun calciné, 4 Onces de Salpetre raffiné, 3 Onces & 4 Scrupules du Sel commun de la fontaine de Halle, 3 Onces & demie de Sel foſſile, & autant à peu près de Sel marin, une demi Once de Crême de Tartre, 1 Once & demie de Tartre Vitriolé, 1 Once & 5 Dragmes d'*Arcanum duplicatum*, 3 Onces & demie de Nitre antimonial, 3 Onces de Cryſtal minéral, 3 Onces & demie de Sel admirable de Glauber, 4 Onces de Tartre ſoluble, 4 Onces de Sel d'Epſom, 5 Onces & demie de Sel de Sedlitz, 3 On-

3 Onces de Sel de Seignette, 2 Onces & demie de Salmiac purifié, 1 Once & demie de Sel volatil de Corne de Cerf, 4 Dragmes & demie & 10 Grains de Borax, 1 Once & 2 Dragmes de Sucre de Plomb, 24 Onces de Sucre raffiné, &c.

Après cette recherche exacte, je croyois trouver un moyen de pouvoir rendre raiſon de la differente quantité d'eau que ces Sels demandent pour leur diſſolution : mais comme la choſe me parut bien embaraſſante, il me vint dans l'eſprit, que cette difference dépendroit peut-être de la ſolidité differente de ces ſels ; ſavoir, que ceux qui avoient plus de maſſe ſous le même volume, & qui par conſéquent étoient plus poreux, auroient beſoin d'une moindre quantité d'eau que les autres qui etoient plus compacts. Pour m'en éclaircir, comme il faut, j'ai taché de trouver, par le moyen de pluſieurs expériences, le poids ſpécifique de chaque eſpece de ſel, par rapport à l'eau. Pour le déterminer au plus juſte, je me ſuis ſervi d'un cylindre de verre de 4 à 5 lignes de diametre que j'avois fermé à un bout ; je le remplis d'eau commune jusqu'à la moitié environ, je marquai exactement l'endroit où l'eau s'arrêtoit dans le cylindre ; je verſai là-deſſus encore une Once de la même eau que j'avois peſée exactement, je marquai encore avec beaucoup de préciſion l'endroit où cette Once d'eau étoit montée, de ſorte que j'avois alors la meſure nette d'une Once d'eau entre les deux marques du cylindre. Après avoir déterminé cecy, comme je viens de le dire, j'ôtai cette derniere Once d'eau, & je la remplaçai par les Sels en gros morceaux, dont je fis gliſſer autant au fond du cylindre, jusques à ce que l'eau y eut remonté de la premiere marque à la ſeconde. Ayant changé l'eau pour chaque ſorte de Sel, il ne m'étoit pas difficile d'en déterminer de cette maniere le poids ſpécifique qui remplit l'eſpace d'une Once d'eau dans cette machine cylindrique. Ainſi une Once d'eau commune fut remplacée par 2 Onces & un quart de Vitriol verd, par 2 Onces de Vitriol bleu, par 3 Onces & demie de Vitriol deſſéché à blancheur, par 3 Onces de Vitriol blanc, par 2 Onces & 1 Dragme d'Alun de ro-

che, par 2 Onces & demie d'Alun calciné, par 2 Onces 5 Dragmes & demie de Salpetre raffiné, par 2 Onces & 3 Quarts de Sel commun, par 3 Onces de Sel foſſile, par 6 Dragmes de Crême de Tartre, par 3 Onces de Tartre vitriolé, par 3 Onces d'*Arcanum duplicatum*, par 2 Onces & 6 Dragmes de Nitre antimonial, par 3 Onces de Cryſtal minéral, par 3 Onces & demie de Sel admirable de Glauber, par 3 Onces & demie de Tartre ſoluble, par 3 Onces de Sel d'Epſom, par 3 Onces & demie de Sel de Sedlitz, par 2 Onces & demie de Sel de Seignette, par 1 Once & 5 Dragmes de Salmiac, par 3 Onces de Sel volatil de Corne de Cerf, par 2 Onces de Borax, par 4 Onces de Sucre de Plomb, par 1 Once & demie de Sucre raffiné, &c.

Quoique j'aye eu le plaiſir d'avoir trouvé par toutes ces expériences pénibles le poids ſpécifique de chaque Sel par rapport à l'eau, je n'avois pourtant pas la ſatisfaction d'arriver au but, pour lequel je les avois entrepriſes : car j'ai remarqué, que le Vitriol blanc, le Sel foſſile, le Tartre vitriolé, l'*Arcanum duplicatum*, le Sel d'Epſom & le Sel volatil de Corne de Cerf étoient d'un même poids, ayant maſſe égale ſous le même volume, & que tous ces ſels demandent pourtant une quantité d'eau fort differente pour leur diſſolution : comme, par exemple, le Sel de Corne de Cerf demande trois fois autant d'eau que le Vitriol blanc, & les autres à proportion.

Cette recherche n'ayant donc rien décidé, & le poids ſpecifique des Sels n'entrant pour rien dans le calcul qui devoit déterminer la quantité d'eau diſſolvante, je crus trouver quelques éclairciſſemens ſi je remontois à l'origine ou à la génération de ces Sels, ſavoir, à leur differente production ; parce qu'il eſt évident, que non ſeulement les diſſolvans acides ſont bien differens entre eux, mais auſſi les matieres que les acides diſſolvent pour ſe corporifier & pour paroitre ſous la forme ſaline, ne ſont pas moins differentes. Car nous voyons que, lorsque tel ou tel acide diſſout tel ou tel autre corps, ſoit terreſtre ou métallique, pour en former des Sels, ces productions

fali-

ſalines doivent naturellement exiſter differentes, ſelon que la nature des ingrédiens, qui les a produites, differe entre eux. De là il arrive, que leur liaiſon peut devenir plus ou moins forte, nonobſtant la differente peſanteur des corps qui ont été diſſouts & transformés en Sels. Les Sels moyens ſurtout, qui prennent ordinairement leur origine d'une deſtruction ou plutôt d'un combat entre l'alcali & l'acide, demandent deux ou trois fois plus d'eau pour leur diſſolution, que ces deux Sels ne demandoient ſéparément avant leur union. Pour développer entierement cette matiere, j'ai tâché de faire quelques progrès; mais ayant trouvé la carriere trop vaſte, les expériences trop douteuſes, & le profit qui en pourroit réſulter trop chétif, j'ai abandonné une recherche ultérieure qui ſeroit d'ailleurs pénible.

Après cette petite digreſſion, je reviens encore à mon propos, pour examiner les autres phénomenes, qui ſe montrent dans l'union des Sels avec l'eau commune. Un des plus remarquables de ces phénomenes eſt, qu'on peut diſſoudre certaine quantité de ſel dans l'eau commune, ſans que ſon volume en augmente, ou que le vaſe dans lequel on fait l'opération, en devienne plus plein. Pour déterminer au plus juſte la quantité de chaque eſpece de ſel, qui ſe cache dans l'eau de cette façon, j'en ai fait des expériences très exactes de la maniere qui ſuit J'ai choiſi un vaiſſeau de verre formé d'une boule creuſe & d'un tube long de 10 à 12 pouces, dont le diametre intérieur n'avoit que 3 lignes environ, la capacité de ce verre étoit proportionnée a la quantité de 8 Onces d'eau qui rempliſſoient la boule & la moitié du tube environ: je marquai exactement l'endroit où l'eau s'arrêtoit dans le tube; je changeai l'eau pour chaque ſorte de Sel que je fis entrer bien purifié & mis en poudre. Ainſi 8 Onces d'eau diſtillée abſorboient, ſans augmenter ſon volume, ou ſans paſſer la marque du tube, de Vitriol verd 1 Dragme & 10 Grains, de Vitriol bleu 40 Grains, de Vitriol ſeché à blancheur 2 Dragmes, de Vitriol blanc 1 Dragme & demie, d'Alun 40 Grains, d'Alun calciné 50, de Salpetre raffiné 1 Dragme & demie, du Sel commun 1 Dragme

& 40 Grains, de Sel foſſile pareille quantité, de Crême de Tartre 50 Grains, de Tartre vitriolé 2 Dragmes, d'*Arcanum duplicatum* 2 Dragmes auſſi, de Nitre antimonial 1 Dragme, de Cryſtal minéral 1 Dragme & 40 Grains, de Sel admirable de Glauber 1 Dragme & demie, de Sel d'Epſom autant, de Sel de Sedlitz & de Sel de Seignette 1 Dragme, de Tartre ſoluble 2 Dragmes & demie, de Borax une demi-Dragme, de Sucre de Plomb 40 Grains, de Sucre raffiné 30, de Salmiac purifié 1 Dragme & 20 Grains, de Sel alcali fixe 2 Dragmes, & de Sel volatil de Corne de Cerf 40 Grains, de Gomme Arabique une Dragme & demie, &c.

Quoique ces expériences, tout comme les précédentes, ſoient inſuffiſantes pour nous expliquer l'étroite liaiſon du ſel avec ſon diſſolvant, ſans que ſon volume en augmente; & qu'elles ne puiſſent pas non plus rendre raiſon, pourquoi telle eſpece de Sel s'introduit en plus grande quantité dans l'eau ſans en écarter les molecules, que telle autre eſpece, elles nous menent pourtant à la découverte d'une verité inconteſtable, ſavoir, que les plus petites parties conſtituantes de l'eau ſont doüées de pores ou d'interſtices, dans leſquels les atomes de Sel ſe peuvent nicher, ſans augmenter leur volume. J'en étois déjà convaincu par l'expérience alléguée dans le Mémoire précédent, où j'ai fait voir qu'on peut chaſſer quantité d'air élaſtique de l'eau par la machine pneumatique, ſans que ſon volume ni ſon poids ſe trouve diminué. Dailleurs, la poroſité des corps eſt une choſe evidente & reconnuë, puiſqu'on n'en trouve aucun parfaitement ſolide dans la nature; l'or même, le plus ſolide de tous, eſt convaincu par les plus grands Philoſophes modernes, d'avoir autant de pores que de matiere; mais quand on voudroit introduire de la matiere étrangere dans les pores de tout autre corps, on s'apercevroit d'abord que leur volume en augmenteroit, ſi j'en excepte le vif argent, qui en cela imite cette propriété de l'eau commune, puiſque j'ai remarqué que le Mercure engloutit certains corps métalliques ſous la forme d'Amalgame ſans que ſa maſſe en ſoit augmentée. Pour rendre raiſon

de

de ce phénomene, il faut avoir recours, ce me ſemble, à une conſidération exacte de la derniere diviſion des molecules qui conſtituent ces fluides. L'Eau & le Mercure ont ceci de commun, que tous deux ſont extrèmement mobiles, & que leurs parties roulent les unes ſur les autres, d'abord qu'on donne la moindre pente à la ſurface où ils repoſent. Or tout le monde ſçait, que la figure ſphèrique des corps eſt la ſeule qui favoriſe un mouvement ſi rapide; de là on pourroit bien, je crois, inférer, ou décider en quelque maniere, que les derniers élémens de l'eau ne peuvent avoir d'autre figure que ſphèrique où ſpheroïde, puisque toute autre réſiſteroit à cette grande mobilité. Il eſt vray que les meilleurs Microſcopes connus jusqu'icy nous refuſent leur ſecours; ce qui n'eſt pas étonnant, parce que la transparence de ces dernieres molecules, jointe à leur petiteſſe inconcevable, ne peuvent pas renvoyer l'objet à nos organes. En attendant, l'analogie de l'eau avec le vif argent paroit ſoutenir encore cette hypotheſe; car nous ſavons par l'expérience, que ce fluïde metallique, diviſé presqu'à l'infini par certaines opérations de Chymie montre encore dans cette extrème diviſion des atomes ſphèriques, à l'aide d'un bon Microſcope. Quelques Phyſiciens modernes ont fait paſſer les vapeurs, qui s'elevent d'une eau bouïllante, à travers un rayon de Soleil qui traverſoit une chambre obſcure, & par le moyen d'une loupe ils les ont trouvées d'une figure ronde, ou ſphèrique. J'ai fait la même expérience, & encore avec le vif argent échauffé dans un petit creuſet à un tel degré de chaleur, que ce metal fluïde commença à s'echapper en fumée, qui montra dans un rayon de lumiere, par le moyen d'une loupe, le même phénomene.

La ſphericité, ou figure globulaire, des particules de l'eau commune, ſe prouve auſſi par le goût. Tout le monde ſçait, que l'eau pure eſt parfaitement inſipide: elle n'affecte en aucune maniere les Nerfs de la langue: ce qu'elle feroit ſûrement comme tous les autres corps, qui ſont compoſés de parties aiguës, tranchantes ou angulaires.

Mais comme l'eau doit uniquement ſa fluïdité aux molecules du feu, comme tout autre corps fuſible dans la nature, c'eſt apparemment par l'action de cette matiere ignée, que les derniers élémens de l'eau s'emouſſent, & gagnent par conſéquent cette figure ronde, qui les rend propres à gliſſer ſi rapidement les uns ſur les autres. Poſons à cette heure que la matiere du feu, jointe aux petites molecules ſphériques de l'eau, rencontre un ſel quelconque qu'on y jette, les interſtices, ou les pores de ce ſel permettront, ſelon toute probabilité, une entrée libre aux-dites molecules infiniment petites de l'eau, pour ſe gliſſer par toute la maſſe ſaline, & pour en écarter les particules, leſquelles étant d'ailleurs d'une foible cohéſion, ſeront tellement deſunies, que leur petiteſſe diſparoitra a nos yeux, & qu'elles flotteront également ſuſpenduës dans toute la maſſe du diſſolvant. Au reſte je n'oſe pas décider ici, ſi cette pénétration de l'eau dans la maſſe du ſel ſe fait par la même cauſe qui diſpoſe l'eau à entrer dans les tuyaux capillaires, ou ſi cela arrive plutôt par une attraction mutuelle de ce fluïde avec l'eau & le feu, enveloppés dans l'Acide, qui ſont les parties eſſentielles qui compoſent tous les ſels. Cette petite digreſſion a été faite pour prouver ſeulement la poſſibilité que les derniers élémens de l'eau, étant ſphériques, ou globulaires, peuvent loger la quantité de Sels ci-deſſus déterminée, dans les interſtices que l'aſſemblage de ces corps ſphériques laiſſent entre eux, ſans que leur volume, ou la maſſe, en groſſiſſe. Il en eſt comme d'un boiſſeau, ou d'une caiſſe remplie entierement de boulets de Canon, ou l'on peut faire entrer encore une grande quantité de balles a Mousquet, & celles-cy permettront l'entrée à une quantité conſiderable de dragée ou de menu plomb, laquelle n'empêchera pas qu'on n'y puiſſe faire entrer de nouveau une portion extraordinaire de ſable, & a la fin une quantité pas moins remarquable d'eau, ou d'autre liquide de la même nature.

Il reſte encore un autre phénomene que nous rencontrons dans la diſſolution des Sels, qui n'eſt pas moins curieux que le précédent; c'eſt

c'eſt qu'on remarque que l'eau étant parfaitement ſaoulée d'une ſorte de Sel, en peut diſſoudre encore une deuxième, ou une troiſième, ſans qu'elle ſoit contrainte d'abandonner quelque portion de la premiere. Il eſt vray, que quelques Auteurs modernes en parlent, comme Mrs. *Muſchembroeck*, l'Abbé *Nolet*, & *Clare*; mais comme ils touchent ſeulement en paſſant ce phénomene extraordinaire, ſans en donner le précis, ma curioſité m'a porté encore à déterminer par des expériences exactes cette combinaiſon amiable, que nous voyons arriver entre pluſieurs ſortes de Sels dans leur diſſolvant commun. Pour ne me point tromper dans ces Eſſais, j'ai pris les précautions néceſſaires; le Thermometre de Mr. *de Réaumur*, qui étoit entre 11 & 12 degrés de chaleur, m'indiquoit la température de l'air; je pris les Sels bien ſecs, bien purifiés & mis en poudre, & l'eau pour les diſſoudre, étoit pure & paſſée par l'alembic: j'en ai déterminé la quantité à huit Onces pour chaque eſſai, comme dans les expériences précédentes. Ainſi j'ai remarqué, que cette portion d'eau, après être entierement ſaoulée de $9\frac{1}{2}$ Onces de Vitriol verd, a encore diſſout, de Sel de Sedlitz $1\frac{1}{2}$ Onces, de Salpetre raffiné 2 Dragmes, & de Sucre raffiné 3 Onces. Les Diſſolutions de

| | |
|---|---|
| 9 Onces de Vitriol bleu ont encore diſſout | - 1 Once de Salpetre 3 Dragmes de Sel commun & 1 Once de Sucre |
| $3\frac{3}{4}$ Onces de Vitriol deſſéché à blancheur | - $2\frac{1}{4}$ Onces de Sel com. & $\frac{1}{2}$ Dragme de Salpetre. |
| $4\frac{1}{2}$ Onces de Vitriol blanc - | - 1 Once de Sucre raffiné. |
| $2\frac{1}{2}$ Onces d'Alun. - - | - 6 Dragmes de Sel com. & 1 Dragme de Sel d'Epſom. |
| 4 Onces de Salpetre raffiné - | - 1 Onces & 5 Dragmes de Sel alc. fix. & $\frac{1}{2}$ Once de Sel commun. |
| 3 Onces, 1 Dragme & 20 Grains de Sel commun. | - 3 Dragmes de Salpetre & 5 d'Alcali fixe. |
| $3\frac{1}{2}$ Onces de Sel foſſile. - | - $\frac{1}{2}$ Once de Salpetre raffiné. |

$\frac{1}{2}$ Once

| | |
|---|---|
| $\frac{1}{2}$ Once de Creme de Tartre | - $\frac{1}{2}$ Once de Sel de Sedlitz & de Sel alcali. |
| $1\frac{1}{2}$ Once de Tartre vitriolé | - - $\frac{1}{2}$ Once de Sel alcali fixe. |
| 1 Once & 5 Dragmes d'*Arcanum dupl.* | 1 Once de Sucre raffiné. |
| $3\frac{1}{2}$ Onces de Nitre antimonial. | - $2\frac{1}{2}$ Dragme de Tartre ſoluble. |
| $3\frac{1}{2}$ Onces de Sel admirable de Glauber. | - 2 Dragmes de Salpetre & de Sucre. |
| 4 Onces Sel d'Epſom. - - | - $1\frac{1}{2}$ Once de Sucre raffiné. |
| $5\frac{1}{2}$ Onces de Sel de Sedlitz. - | - $\frac{1}{2}$ Once de Sucre & de l'alcali fixe. |
| 4 Onces de Tartre ſoluble - | - $\frac{1}{2}$ Once de Salpetre raffiné. |
| $2\frac{1}{2}$ Onces de Salmiac - - | - 5 Dragme de Sel foſſile. |
| $1\frac{1}{2}$ Once de Sel volat. de Corne de Cerf. | - 1 Once de Salpetre & $\frac{1}{2}$ Once de Sucre. |
| $\frac{1}{2}$ Once & 40 Grains de Borax | - $\frac{1}{2}$ Once de Sel alcali fixe &c. |

Pour expliquer ces phénomenes, les Phyſiciens modernes ont recours aux interſtices & aux pores, qu'ils rencontrent auſſi bien dans l'eau diſſolvante que dans les Sels à diſſoudre. Perſonne ne doute plus de la poroſité des corps; le phénomene précédent prouve aſſez je crois, les interſtices qui ſe trouvent entre les boules ſphériques qui compoſent les derniers élémens de l'eau. Il eſt même vrayſemblable que ces petites ſphères, quelques ſolides & quelques incompreſſibles qu'elles puiſſent être, ſelon les expériences des Académiciens *del Cimento*, & de Mrs. *Boerhaave* & *Muſchembroeck*, peuvent néantmoins avoir des pores; & comme ces petites maſſes ſphériques de l'eau peuvent être auſſi de differente grandeur, les pores, par conſéquent, peuvent avoir, pour ainſi dire, un different calibre. Mais comme tout ceci eſt hors de la portée de mes expériences, je n'oſe pas décider, ſi ces pores ſont triangulaires, quarrés, pentagones ou polygones, pour accorder ou pour refuſer l'entrée aux molecules différemment figurées que les Sels gagnent, lorsqu'ils ſont diſſouts dans les plus fines parties qu'on eſt capable de s'imaginer.

Au

Au reſte, ce qu'il y a de plus probable, c'eſt, que l'eau par ſa propriété particuliere, que j'ai prouvée auparavant, ne ſe gliſſe pas ſeulement entre les molecules de ſel qui tiennent enſemble, mais par ſon mouvement intrinſéque cauſé par la matiere du feu, elle les ſépare les unes des autres & les partage en atomes inviſibles, & auſſi menus peut-être que ceux de l'eau même; de ſorte qu'ils deviennent propres à enfiler a leur tour les pores de l'eau, & a ſe diſtribuër également dans toute ſa maſſe qui les tient ſuſpendus & flottans, par ſon mouvement intrinſèque, malgré leur excès de peſanteur. Mais les pores de l'eau étant probablement differens entre eux, comme je viens de le dire, les molecules de Sel le ſont bien auſſi: de là vient, que les molecules homogenes d'une eſpece de Sel, ne peuvent remplir que les pores de l'eau proportionnés à cette eſpece, pendant que la même eau, en peut recevoir d'autres, dont les figures ſont differentes de la premiere. Ceci ſe prouve encore par les Obſervations faites avec le Microſcope; j'ai eu ſoin, pour cette recherche, de prendre les diſſolutions de toutes ſortes de ſels bien ſaoulées; & j'ai pris de chacune autant que je pouvois enlever avec la pointe d'une epingle; après avoir étendu cette petite portion entre les deux plaques tranſparentes de Talc de Ruſſie d'un bon Microſcope, j'ai rencontré, en les regardant, une variété etonnante entre toutes ces eſpeces de Sel par rapport à leur figure, dont j'ajouterois volontiers icy la deſcription entiere, ſi je n'étois convaincu, que la repréſentation de toutes ces figures, peut mieux, & tout d'un coup inſtruire les yeux, qu'une deſcription embaraſſante les oreilles. J'aurai donc ſoin, de les faire deſſiner & de finir par là ce Mémoire.

# ESSAI SUR LA MANIERE DE PRÉPARER DES VAISSEAUX PLUS SOLIDES, QUI PUISSENT SOUTENIR LE FEU LE PLUS VIOLENT, ET QUI SOIENT LES PLUS PROPRES A CONTENIR LES CORPS EN FUSION,

PAR M. FOTT.

*Traduit de l'Allemand.*

Le ſujet que j'entreprens de traitter, n'eſt pas d'une auſſi petite importance qu'on pourroit d'abord ſe le perſuader, en le regardant plutôt comme l'objet du travail d'un Potier, que comme une matiere convenable à ces Mémoires. Ceux qui ſont en état de juger ſainement du véritable prix des choſes, reconnoitront ſans peine l'importance & la difficulté de ces recherches. En effet elles ont non ſeulement une liaiſon étroite avec la Pyrotechnie Phyſique; mais elles ſervent à procurer la connoiſſance de divers Corps, à découvrir leur mixtion intérieure, l'altération d'action que le feu peut leur faire produire, & les rapports qu'ils ont les uns avec les autres; en ſorte qu'on peut regarder ce que je vais dire comme une application particuliere de ma *Lithogeognoſie*, faite aux corps, qui ſervent à la préparation des Vaiſſeaux dont il s'agit dans ce Mémoire. J'y examine ces corps rélativement à cette préparation; mais cet examen ne laiſſe pas de s'etendre plus loin à bien des égards, & de répandre du jour ſur la plupart de leurs propriétés. Dans ma *Lithogeognoſie* j'avois expoſé au feu les pierres, les terres, & leurs mélanges à la maniere ordinaire, dans un vaiſſeau fermé par devant, c'eſt à dire, dans un creuſet à fondre, & j'avois obſervé les phénomenes qui ſe manifeſtoient dans cette opération; mais à préſent j'ai mis une bonne partie de ces

mêmes

mêmes corps, ſans les renfermer auparavant dans un creuſet, au milieu même des charbons allumés, & dans le feu le plus violent ; & ici il faut prendre en conſidération les cendres ſalées, que les charbons rendent en brûlant, & qui ſe mêlant parmi les matieres qu'on travaille, les diſpoſent à la fluïdité, d'où réſulte une action du feu beaucoup plus violente encore. C'eſt ainſi, par exemple, que dans la *Lithogeognoſie* j'avois mêlé enſemble de la terre gypſeuſe & de l'argille, & les avois expoſées à la fuſion dans un creuſet; au lieu qu'ici, dans le deſſein de me ſervir de la compoſition même de ces terres pour en faire des creuſets, je les expoſe immédiatement au feu le plus violent, où à la fin elles viennent à s'affaiſſer, comme je l'expliquerai dans ſon lieu.

Quoiqu'il en ſoit, & ſans compter l'avantage général d'étendre la connoiſſance des choſes naturelles, le dévelopement de la matiere qui nous occupe ici, a des influences conſidérables, & des uſages très importans dans la Chymie, & même dans pluſieurs autres Profeſſions. Ceux qui travaillent au Verre, à l'Acier, au Leton, à la fonte des Cloches, ou des Pieces d'Artillerie, à l'Orfevrerie, &c. ſont ſuffiſamment convaincus de l'importance de ce travail ; & il leur arrive bien ſouvent de faire des pertes ſenſibles, lorsque leurs creuſets ordinaires n'ont pas la force de contenir les matieres, & qu'ils les laiſſent échaper. Cet inconvenient eſt encore plus fréquent dans la Chymie de pure curioſité : tous les vaiſſeaux qu'on y employe pour évaporer, calciner, diſtiller, ſublimer, les Alembics, Retortes, Mouffles, Coupelles, & autres vaſes ſemblables, ne rendent de vrais ſervices dans les opérations, qu'à proportion qu'ils ſont ſolides, qu'ils ne ſe briſent point, qu'ils n'abſorbent rien des matieres qu'on y met, en un mot qu'ils ſont en état de ſoutenir le degré de feu qu'on eſt obligé de leur donner. Mais il n'y a aucune ſorte de vaiſſeaux où ces propriétés ſoient plus eſſentiellement requiſes que dans les creuſets à fondre. Nous ne manquons pas à la verité de bons creuſets, qu'on peut employer avec ſuccès à bien des opérations; & qui, lorsqu'on eſt au fait de la

maniere de les manier, & qu'on agit avec précaution, ſont aſſez ſurs; mais il nous reſte encore bien des choſes auxquelles on ne ſçauroit ſe promettre de travailler avec ſatisfaction, tant qu'on n'en aura pas de meilleurs. Il y a un nombre aſſez conſidérable de matières, qui ne ſe laiſſent point gouverner dans tous nos creuſets ordinaires, mais qui les détruiſent, ou qui paſſant par tous les pores ſe répandent dans le feu, ſurtout lorsqu'il eſt indiſpenſable de leur en donner un degré violent, & d'une longue durée. Alors on eſt obligé de reprendre ſouvent de nouveaux creuſets pour continuer l'ouvrage, & d'ecarter pendant ce tems-la le feu; ce qui ne manque pas de cauſer de la perte; comme quand le Regule d'Antimoine, le Cuivre, le Plomb, & d autres choſes ſemblables, doivent demeurer longtems dans un flux fort coulant. Les principales difficultés ſe manifeſtent ſurtout, quand il s'agit de travailler avec des chaux de plomb, des verres fuſibles de plomb, des ſels qu'on veut rendre cauſtiques, & autres alcalis dont on ſe propoſe la plus exacte purification, & dans les mêlanges de ſels qui ſont d'une promte fuſion. Toutes ces choſes rongent le creuſet fort vite, & ſe vitrifient avec lui; ou bien elles pénétrent ſi parfaitement a travers toutes ſortes de creuſets, qu'il n'y en demeure aucunes traces. Il y a auſſi quantité de travaux, dans lesquels on ne parvient à un changement bien remarquable, ou à quelque utilité réelle, qu'après avoir laiſſé les matieres fort longtems expoſées à l'action du feu. Par exemple, plus le verre de plomb peut être tenu longtems à un feu violent, plus il durcit. C'eſt ce qui fait que jusqu'à préſent on a recherché combien de tems un creuſet ordinaire pouvoit contenir le verre de plomb; & il eſt rare que cela aille au delà d'une demi-heure, ou de trois quarts d'heures. Quand ce tems eſt écoulé, il faut l'en tirer, & le mettre dans un creuſet frais; ou bien il faut ſe faire faire des creuſets beaucoup plus épais que les creuſets ordinaires, ce que le tems, ou d'autres circonſtances ne permettent pas toujours. En un mot il ſe rencontre de toutes parts des difficultés à cet égard; & ce ſont celles dont j'eſpere de venir à bout par le moyen de mes

Expé-

Expériences & de mes Recherches. Quand même je n'aurois pas épuiſé ici tout ce qui ſe peut dire la deſſus, j'aurai du moins frayé la route, dans laquelle d'autres pourront aller plus loin, & s'épargner beaucoup de peine & de travail dont je les aurai déchargé.

Avant que d'entamer la matiere des compoſitions mêmes, je crois qu'il eſt à propos de faire quelques remarques préliminaires ſur les opérations générales, auxquelles il faut être attentif dans la préparation des creuſets, afin de n'être pas obligé de les rapporter & de les répeter à chaque compoſition particuliere. D'abord donc les Maſſes en général ne doivent être ni trop ſéches, ni trop humides, parce qu'autrement il ne ſe forme pas entr'elles une liaiſon aſſez étroité; de la vient que les creuſets faits ſur la roüe de potier ſont rarement bons, parce qu'on eſt obligé d'y employer des maſſes trop humides, d'où ſe forme un tiſſu trop lâche. Il vaut beaucoup mieux les battre dans des formes de bois, ou de leton, ſpecialement dans de grands creuſets, ou même les ſoumettre à une forte preſſe, dont on réitere l'action de tems en tems; ou auſſi les couper avec des coûteaux recourbés, afin que tout ce qui avoit été auparavant humecté, puiſſe être bien travaillé & pêtri a fonds. Enſuite il faut rebattre la *Patrone* avec des marteaux de bois, & cela toujours en diminuant de force, en enfonçant moins à chaque coup, & en retirant ſouvent; après quoi on deſſéche la matiere, & on la bat encore un peu, afin de l'empêcher de s'attacher en cuiſant, ſurtout quand la plus grande partie eſt d'argille. Pour prévenir auſſi qu'elle ne tienne pas à l'intérieur de la forme, on peut le frotter avec de l'huile, ou du lard, ou du ſable fin, ou de l'argille déliée & ſeche, melée avec de la cha. x, qu'on répand deſſus en poids égal, ou même un peu ſupérieur a la quantité d'argille. Quand on a retiré le creuſet, ce qu'il faut faire avec circonſpection, on doit commencer par le laiſſer ſecher ſuffiſamment à l'air, parce qu'autrement il ſe fait aiſément des fentes, ſurtout à ceux où il entre beaucoup d'argille, lorsqu'ils ont été ſechés trop précipitamment. Plus l'argille eſt graſſe, plus les vaiſſeaux dans la

préparation desquels elle entre, doivent être ſechés lentement: mais ſi elle eſt maigre, ou qu'il y ait une addition conſidérable d'autres matieres, les vaiſſeaux peuvent être ſéchés beaucoup plus vite & plus ſûrement, même en les expoſant à la chaleur. Il y en a auſſi quelques uns, où il eſt néceſſaire, parce qu'ils ſont encore raboteux & humides, de les regarnir, ou *armer* encore une fois, particulièrement en dehors, & de les laiſſer de nouveau ſecher ſuffiſamment. Les creuſets pour les métaux qui ont un flux ſerré, ou pour les cementations ſeches & les calcinations, les Mouffles, les Coupelles, &c. peuvent quelquefois être mis ſur le champ au feu avec leurs matieres, ſans qu'on ait beſoin de les brûler ſeparément, & en prenant ſeulement garde que le feu par en-haut ſoit très doux, & que l'air ne tire point d'une façon ſenſible, mais que le creuſet brûle par embas. On ne doit pourtant y mettre aucuns ſels ou métaux qui entrent vitement en flux, ni aucuns ſemblables verres. Quoique les creuſets puiſſent être employés de la ſorte, l'ordinaire eſt néanmoins eſt de les brûler à part dans un four à pots ou à briques, & cela en leur donnant d'abord un feu très doux, & en le continuant ainſi pendant aſſez longtems, jusqu'à ce qu'à la fin on augmente de plus en plus ſa force. Plus l'argille eſt graſſe, plus il convient de gouverner le feu lentement; & au contraire plus elle eſt maigre, plus le feu peut être promtement augmenté. Dans certaines compoſitions il eſt requis de mettre premierement les vaiſſeaux ſous un autre pot, ou de poſer deſſus un autre creuſet, pour les mettre brûler, afin qu'ils ne ſoient pas immédiatement expoſés à l'action du feu. Dans quelques opérations de fuſion, le feu qu'on employe pour brûler les creuſets au fourneau de potier, & à d'autres ſemblables, eſt trop foible, & il faut un degré de chaleur plus conſidérable; & c'eſt à cauſe de cela qu'il faut pouſſer le feu à un degré beaucoup plus fort, parce qu'il arrive que les vaiſſeaux qu'on brule, acquierent d'autant plus de ſolidité que le feu a de force. En particulier il eſt néceſſaire, quand on ſe ſert de fort grands creuſets, de donner toujours un feu fort doux au commen-

mencement, au moins pendant une heure, & quelquefois davantage; ſans quoi un feu vif les briſe ſouvent, & plus aiſément encore, quand ils ſont mêlés d'une pouſſiere fine & forte. Les petits creuſets & autres vaiſſeaux ſoutiennent toujours mieux l'action d'un feu vehément, que les grands : & on travaille avec plus de ſureté dans les petites retortes & cruches que dans les grandes. Quand on travaille des ſels ou des verres de plomb, il faut que les creuſets ſoient ſi ſolidement brulés, qu'ils puiſſent étinceler en les frappant, ſi l'on veut qu'ils réſiſtent au feu; & qu'on ſoit attentif à ce qu'ils n'éclatent pas. Auſſi quelques unes des compoſitions que j'indiquerai dans la ſuite de ce Mémoire peuvent être renduës ſi compactes en les brûlant à un feu violent, qu'etant frappées contre l'acier, elles rendent des étincelles en abondance, comme les meilleures pierres à feu; on auroit auſſi une extrême peine a les briſer; mais dans la fuſion les fentes s'y font aſſez aiſément, ſi l'on n'a pas commencé par les tenir pendant longtems à un feu fort doux. Pluſieurs compoſitions même, qui durent longtems & rendent de très bons uſages, tant qu'on ne les expoſe qu'à un feu doux & moderé, éclatent d'abord à un feu violent, parce que l'air tirant avec trop de force ébranle la partie extérieure du creuſet; elles réſiſtent au verre de plomb, & aux ſels en flux, mais l'action immédiate d'un air tirant leur eſt très dommageable, & il n'y a rien de mieux a faire que de les pourvoir d'une armure extérieure, qui détourne ce trait immédiat d'air de l'intérieur du creuſet. Quelques compoſitions réüſſiſſent bien en petit, mais non en grand; parce que la violence du feu, la ſubrilité des matieres en flux, ou la peſanteur des corps qui coulent, auſſi bien que les cendres ſubtiles qui s'attachent, conſpirent en quelque ſorte à détruire & étendre les creuſets, & y réüſſiſſent à la fin, quand l'action extérieure & intérieure du feu les a attendris. Les Compoſitions qui dans la fuſion deviennent poreuſes, & s'imbibent des métaux, peuvent être améliorées, ſi l'on en frotte le fonds par dedans & par dehors avec de l'Huile de Tartre par défaillance, & qu'on les mette à

bruler,

bruler; car il ſe forme à la ſurface un vernis, qui rapprochant les pores empêche que les matieres ne puiſſent s'y inſinuer, & les faire fendre. On parvient au même but, mais il en coûte davantage, en les revêtant de verre de borax, que l'on employe volontiers, quand il s'agit de fondre de l'or; mais ni l'une ni l'autre de ces choſes n'eſt bonne pour la fuſion du verre de plomb; car j'ai éprouvé qu'à la fin il rongeoit une fente dans le creuſet, & qu'il s'elevoit intérieurement & extérieurement en forme d'écume. Pluſieurs creuſets, quand ils ſont trop poreux, ſe raccommodent en y verſant intérieurement une couche de fine argile liquide; mais il faut que cela ſe faſſe lorſqu'ils ſont encore un peu humides, car quand ils ſont tout à fait deſſéchés, ou même déjà brulés, cette couche ne prend plus, mais tout ſe détache enſuite d'après la ſurface. On réüſſit à l'egard de quelques uns, lorſqu'au plus fort de l'action du feu qui les brûle, on jette dans le feu une bonne quantité de ſel commun, qui produit une vapeur ou fumée épaiſſe, laquelle en s'elevant revêt les vaiſſeaux embraſés, & s'y attache. Par ce moyen ils ſe brulent d'une façon plus ſerrée, & cela leur donne extérieurement une apparence polie, qui tient du vernis. C'eſt de cette maniere qu'on fait uſage du ſel en brulant ces vaiſſeaux polis, qui nous viennent de *Waldembourg*, & d'autres ſemblables. Mais il n'en eſt pas de même, quand on mêle du ſel commun parmi la maſſe toute cruë du creuſet; car alors les creuſets préparés ainſi éclatent aiſément dès qu'on les expoſe à un feu qui les embraſe. Si l'on a deſſein de conſerver les creuſets dont on s'eſt ſervi pour les employer à d'autres ouvrages, il faut après les avoir vuidé les mettre dans un four ardent, ou bien les retourner, les couvrir d'un autre vaiſſeau, & les laiſſer réfroidir lentement & ſucceſſivement afin d'empêcher que l'air libre ne les réfroidiſſe trop vîte, & qu'ils n'en éclatent. Les creuſets, dans leſquels on ſe propoſe de tenir du verre de plomb, du verre d'Antimoine, ou même quelque verre commun, longtems expoſés à un feu violent, doivent être faits avec un plus grand & ample fonds, afin qu'ils puiſſent embraſſer une plus grande

grande ſurface, qu'elle puiſſe ſe conſumer avec une extrême lenteur, & que la peſanteur ne repoſe pas toute entiere ſur un point. Au contraire ceux qui doivent ſervir à produire les régules des métaux & des demi-métaux, & qui n'ont pas beſoin de demeurer ſi longtems au feu, valent mieux avec un fonds pointu, où la matiere ſe raſſemble plus exactement; comme le voit dans les creuſets d'épreuve (*Probier-Tuten*) à l'egard des vaiſſeaux épais, & qui au commencement éclatent avec facilité, il eſt ſouvent à propos de les brûler deux fois, & cela la premiere fois plus doucement, ou même en les couvrant avec un pot un peu plus poreux, afin que le feu ne les affecte pas immédiatement; & la ſeconde fois d'une maniere immédiate & avec un feu très-fort. Quand le mélange eſt fait, & humecté avec une quantité ſuffiſante d'eau, il convient tout à fait de mettre ce mélange humecté un certain tems, le plus long eſt le mieux, dans une cave humide, ou ſi la portion eſt petite, les couvrir de vaſes de verre, afin que l'air libre ne puiſſe pas les deſſécher; & outre cela bien travailler ces matieres tous les jours une ou deux fois, afin que l'argille puiſſe ſe réſoudre dans ſes plus petites parties, & ſe diſtribuer d'une maniere bien égale dans tout le mélange; c'eſt ce qu'on appelle abuſivement le faire *pourrir*.

Il eſt aſſez connu que la matiere ordinaire de presque tous les creuſets n'eſt autre choſe que de l'argille, ou quelquefois une pierre argilleuſe. Cependant toute ſorte d'argille n'y convient pas, ſi l'on veut avoir des creuſets bien ſolides, & qui ſoient propres à ſoutenir un feu long & violent. A' la vérité pour des travaux ſuperficiels on ſe tire d'affaire en prenant une ſimple argille de brique qu'on fait pourrir avec du fumier de cheval; & les creuſets qu'on en fait peuvent bien demeurer pendant quelques heures avec quelques métaux non précieux à un feu de fuſion doux, pourvû ſeulement que ces metaux ne paſſent pas le poids d'une à deux livres; alors les creuſets qu'on employe n'ont pas ſeulement beſoin d'être brulés. Mais dès qu'il s'agit de travaux précieux, & qu'il faut donner un feu violent, on

auroit grand tort de s'en ſervir. En effet la terre argilleuſe de brique contient des ingrédiens qui ne ſont point du tout propres à cet uſage, quoique leur proportion diffère conſidérablement, comme le ſable, la marne, les parties ferrugineuſes, &c. C'eſt pour cela que les argilles communes de potier, qui ſont colorées, ne valent rien du tout; car quand elles entrent en effervescence avec l'eau forte, c'eſt un ſigne de la terre de marne, ou de chaux, qui s'y trouvent mêlées; & lorsqu'elles deviennent jaunes ou rouges au feu en brulant, c'eſt un indice de l'exiſtence de la matiere ferrugineuſe. La marne eſt de ces diverſes choſes la plus nuiſible, au lieu qu'il n'en eſt pas de même du ſable, ou de la matiere ferrugineuſe, dans une certaine proportion. Communément on doit donc prendre une argille blanche; & elle eſt d'autant meilleure qu'elle eſt plus blanche & plus pure. *Glauber* a déjà avancé que le moyen de reconnoitre la meilleure ſorte de cette terre, c'étoit d'en prendre un morceau de la groſſeur d'un oeuf, de la mettre à un feu véhément, & de remarquer s'il n'en éclatoit aucune partie conſidérable, & ſurtout s'il n'en tomboit rien en pouſſiere; de ſorte que ſi cette maſſe demeuroit bien égale, & entiere, & ſans aucune fente, dans un feu mediocre, on pouvoit en inferer qu'elle ne contenoit point de marne. Cette preuve ne ſuffit pourtant pas, mais il ne faut en chercher d'autre que la non-effervescence de l'argille blanche avec l'eau forte, ce qui peut auſſi convenir à l'argille griſe ou bleüe, qui blanchit quand on la brûle. Ainſi les eſpeces d'argille les plus convenables à notre but, ſont celles qu'employent les faiſeurs de pipes, & quelques autres terres des foulons, parmi leſquelles celle de Zittau eſt renommée, qui n'éclatent point au feu. Ces terres pour la plûpart doivent être premierement ſéchées, enſuite battuës avec un maillet, afin que les plus groſſes pierres ſe ſéparent de la maſſe, & ne ſoyent pas réduites en pouſſiere, puis paſſées par un crible, & délayées dans l'eau, afin que le ſable s'en détache, & comme plus peſant, demeure au fonds; car le ſable en général ne vaut rien pour toutes les opérations, où il s'agit

de

de vitrifier longtems. Et ſi l'argille contenoit beaucoup de ce ſable délié, il ſeroit bon de répeter le délayement ; après quoi on la ſèche, pour en pouvoir déterminer avec certitude le poids. On rencontre quelquefois des couches d'argille qui ſont paſſablement nettes, ou dans leſquelles la proportion de ſable n'a rien de nuiſible ; les Potiers ont coutume de ne les pas délayer ; mais dès qu'ils en ont ſéparé les plus groſſes pierres, ils en font des retortes, des cruches, & quantité d'autres vaſes ſemblables ; parce que tous les vaſes qui ſont faits d'une argille graſſe, à laquelle on n'a ajouté que peu ou point d'autres matieres, contiennent mieux les matieres fluïdes, que ceux d'une terre plus maigre; & quand on les a rougis en brulant, ils réſiſtent aſſez bien au feu, & peuvent même ſervir à la fuſion ; pourvu néanmoins qu'on n'augmente pas la force du feu avec trop de rapidité, car autrement ils ſe courbent, ou s'affaiſſent aiſément : & même ils doivent être pour la plûpart garnis. Cela ne convient d'ailleurs qu'à de petites pieces, & ne réüſſit point dans les grandes, qui ont trop de facilité à ſe fendre, ſoit parce qu'elles ſont minces, ſoit ſurtout à cauſe qu'elles ſont expoſées à l'action de l'air qui tire, & qu'elles n'éprouvent pas également dans toute leur étenduë celle du feu : ce qui eſt ſurtout dangereux pour les vaſes épais, qui d'ailleurs réſiſteroient bien à la peſanteur des corps liquides. J'ai mis ſouvent de ces petites cruches dans un pot bien fort, ou, ce qui vaut encore mieux, dans un autre creuſet ordinaire avec du ſable, ou bien je les ai garni avec un bon mélange argilleux, & les ai enſuite expoſés à un feu violent avec du verre de plomb; ce que ces vaiſſeaux ont ſoutenu ſans peine une douzaine d'heures, pourvû que dans les commencemens le feu ait été donné avec beaucoup de lenteur. Avec les mêmes précautions, on peut employer les bouteilles blanches d'eaux minérales, ou les pots à beure d'Angleterre, pour y mettre avec ſuccés du verre de plomb, ou pour les fuſions les plus violentes des compoſitions qui approchent le plus en dureté & en éclat des pierres précieuſes naturelles. Il ne s'agit que d'employer d'abord de petits charbons, ou de

la pouſſiere de charbon, pour entretenir un feu doux pendant pluſieurs heures. Il n'y a que cet inconvenient, c'eſt que les maſſes en fondant s'attachent ſi fortement au vaiſſeau, qu'on ne ſçauroit les en détacher à coups de marteau, comme des autres creuſets, ſans briſer la maſſe, de ſorte que ſi on veut la conſerver entiere, il faut les ſéparer en émoulant, ce qui coute de la peine & des fraix, quand on veut avoir de groſſes pieces. Il eſt auſſi difficile d'en tirer quelque choſe en verſant, parce qu'ils éclatent d'abord qu'ils viennent à l'air.

Comme les creuſets de pure argille demandent des précautions trop pénibles dans leur uſage, & que quand ils ſont embraſés, ils ne ſe laiſſent pas tirer du feu, pour verſer leur contenu, ſans recevoir des fentes, mais qu'il faut les laiſſer réfroidir lentement dans les fourneaux, de ſorte qu'ils ne peuvent être employés qu'une ſeule fois; la matiere qu'on a coutume d'ajouter le plus communément à l'argille, c'eſt un ſable blanc, ou du moins très peu coloré, ou de petits cailloux des champs, pierres à feu qu'on briſe, du *Quartz*, &c. Toutes ces matières doivent avoir fort peu de couleur, parce que dans bien des opérations la trop grande quantité de matiere martiale peut cauſer du préjudice. Mais cela fait une difference conſidérable, d'employer du ſable fin, ou du ſable à gros grains, comme celui des rivieres. Car quant au ſable fin, quand on n'en met que peu dans l'argille, la maſſe qui en réſulte, ſe fend aiſément au feu; ſi l'on en met davantage, elle devient tout à fait caſſante. Ainſi un ſable plus groſſier eſt celui qui convient le mieux. Les creuſets de Heſſe ſi renommés dans toute l'Europe en fourniſſent la preuve. Les Ouvriers qui les font, bien loin d'y mettre du ſable fin, commencent par le ſéparer exactement à l'aide d'un crible, & ne conſervent que le ſable d'une moyenne groſſiereté. De cette maniere ils peuvent mêler beaucoup de ſable parmi leur argille; & l'argille, dont le tiſſu n'eſt point interrompu par un ſable trop fin, ſe brûle d'autant mieux & plus ferme. Car ſi, à la place du ſable groſſier, on prenoit un poids égal de ſable fin, le creuſet ſeroit tout à fait fragi-

fragile, & ne ſoutiendroit point le feu ſans fentes, mais deviendroit plus fragile. J'ai remarqué dans mes eſſais les phenomenes ſuivans, qui arrivent en ſe ſervant de ſable fin avec l'argille blanche. J'ai fait des creuſets d'une partie d'argille & de trois parties de ſable fin des carrieres, mais ces creuſets ſont fort fragiles; (j'entens toujours l'argille blanche délayée.) D'autres d'une partie d'argille & de deux parties de ſable fin de Freyenwald, étoient encore aſſez fragiles, & ſe fendoient auſſi au feu. L'argille avec un poids égal de ſable fin ſe fend de même, quoiqu'un peu moins. Au contraire deux parties d'argille avec une partie de ſable forment la meilleure compoſition; car quatre parties d'argille avec une partie de ſable devenoient à la verité fort ſolides en les brûlant, mais on y appercevoit des des fentes conſidérables; & huit parties d'argille avec une partie de ſable ſe fendoient encore plus à un feu vif. Quand on traitte les vaiſſeaux faits ſuivant ces dernieres proportions avec les mêmes précautions que ceux qui ſont de pure argille, ils rendent à peu près les mêmes uſages, pourvû qu'ils ſoient bien armés, & que le feu ſoit donné dans les commencemens avec une extrême lenteur; car ils ſont brulés d'une maniere qui les rend aſſez compactes, pour réſiſter ſuffiſamment à l'action rongeante du verre de plomb. Seulement il faut que l'armure ſoit toute fraîche, & qu'on l'y ait miſe, lorsque le vaſe étoit encore humide; ſans quoi elle ne prend pas bien, & s'écaille abondamment en brulant. On pourroit pourtant perfectionner un peu ce mélange; mais avec tout cela il ne devient pas ſuffiſant pour ſoutenir un feu violent & de longe durée. Par exemple, quatre parties d'argille & quatre parties de ſable, avec une partie de craye, font une compoſition aſſez ſolide à un feu modéré; de même quatre parties d'argille, quatre parties de ſable, & une partie de Spath fuſible, ſe lient d'une maniere aſſez étroite. Au contraire ſix parties d'argille, & dix-huit parties de ſable, avec une partie de litarge, donnent un compoſé encore fragile & caſſant; & même quatre parties d'argille, & huit parties de ſable, avec une partie de litarge, ſont encore

un peu fragiles. Cependant ces ſortes de mélanges ſont utiles pour faire des vaiſſeaux, qui ont un feu violent à ſoutenir, pourvu que les matieres qu'ils contiennent ne doivent pas entrer en flux. Au contraire douze parties d'argille, trois parties de ſable, & trois parties de verre pilé, peuvent devenir aſſez ſolides en les brulant; mais à un feu violent elles ſe gonflent comme de l'écume; quatre parties d'argille avec neuf parties de ſable, & une partie de craye, auſſi bien que quatre parties d'argille, douze parties de ſable, & une partie de craye, donnent à un feu modéré un mélange agréable & utile. Mais un ſable groſſier, des rivieres ou de la mer, d'une eſpece moyenne, dont on a ſéparé par un crible les parties les plus ſubtiles & les plus groſſieres, ſe ſoutient conſidérablement mieux que le ſable fin à un feu paſſablement fort & durable, parce que l'argille qu'on y mêle, n'eſt pas auſſi interrompuë, pourvu qu'en commençant à brûler les vaiſſeaux qui en ſont faits, on ait ſoin de donner un feu aſſez fort. J'ai mêlé de l'argille blanche avec un poids égal de pareil ſable groſſier, ou même avec deux, & jusqu'à trois parties de ce ſable, & j'en ai fait des creuſets. Ceux qui étoient du mélange avec deux parties, reſſembloient le plus par leur conſiſtance aux creuſets de Heſſe, & en cas de néceſſité, on pourroit les employer aux mêmes uſages. Autrement on peut rendre les creuſets même de Heſſe propres à ſoutenir une plus longue fuſion, quand on en met deux l'un dans l'autre, & qu'on remplit l'intervalle qui les ſépare avec du verre pilé ou du ſable; ou bien en mettant le creuſet de Heſſe dans un creuſet d'Ypſe. En général les creuſets de Heſſe ſont plus propres que ceux d'Ypſe pour la fuſion des ſels, quand elle ne doit pas durer longtems; au lieu que ceux-ci ſont réciproquement plus propres pour la fuſion des métaux: car les grands creuſets de Heſſe ne ſauroient ſoutenir longtems les métaux en flux, & ſe fendent bientôt.

Mais comme les verres en particulier, tant le verre commun que celui de cryſtal, & encore plus vite le verre de plomb, ou la chaux de plomb, auſſi bien que tous les mélanges de Spath fuſible

avec

avec des terres alcalines, s'attaquent au ſable, tant fin que groſſier, qui ſe trouve dans les creuſets des eſpeces précedentes, le réſolvent, le vitrifient, & par ce moyen s'inſinuënt & percent de plus en plus dans ces creuſets, jusqu'à ce qu'ils ayent rongé une ouverture par laquelle ils s'échapent ; au lieu que l'argille eſt beaucoup plus difficile à endommager, & réſiſte plus longtems aux attaques du verre. On trouve déjà dans les Ouvrages aſſez anciens de gens qui ont travaillé en Chymie, ou ſur les Métaux, qu'ils déconſeillent de rejetter du ſable dans la compoſition des creuſets, & qu'ils recommandent à ſa place de l'argille brûlée, & enſuite pulvériſée, comme on le voit dans *Ercker*, *Cardilucius*, *Glauber*, &c. Par exemple, ce dernier, dans l'Ouvrage qu'il a intitulé *Fourneau Philoſophique*, dit; " qu'avec " une partie d'argille blanche fraîche, il faut bien méler 2. 3. ou 4. " parties d'argille brûlée & pulvériſée, & battre de cette maſſe " des creuſets en *patrones*; parce qu'une terre qu'on veut rendre pro- " pre à bien ſoutenir le feu, doit être préparée fort maigre." Une ſemblable terre ne ſe laiſſe plus travailler ſur la rouë de Potier, mais il faut la battre dans des formes, ou bien on peut la découper intérieurement avec un couteau recourbé. A la place de l'argille brûlée, on prend auſſi des pipes à tabac briſées, des cruches, ou boëtes à conſerve, des recortes de pierre bien nettes, des Vaſes de *Waldemburg*, des bouteilles blanches d'eau minérale, & même de vieux creuſets de Heſſe nets & pilés. Cependant il y a dans ces derniers deux parties de ſable contre une d'argille ; ce qui à la vérité ne préjudicie en rien à pluſieurs opérations, mais ne convient pas à toutes, parce qu'on trouve des compoſitions, pour leſquelles à l'argille brûlée on joint encore expreſſément une mediocre partie de ſable. Aujourdhui les creuſets qu'on employe pour l'ordinaire à la fuſion du verre, à faire le léton, & à d'autres uſages ſemblables, ſont faits d'argille fraîche, & d'argille brûlée; & ils rendent en effet auſſi de très bons ſervices dans ces ſortes de travaux, tant que les matieres n'entrent pas en flux; ou ſi elles y entrent, tant qu'il n'eſt pas trop délié & ſubtil, mais qu'il coule un peu

peu en bouïllie ; car tout ce qui coule avec trop de fluïdité, ſurtout quand il arrive que l'air tire avec force, ne manque guères de briſer & de ſe faire paſſage. Par exemple, dans les creuſets ordinaires à verre, on peut tenir 24. heures, & plus longtems le plomb en flux, & dans un état de coction, mais non dans le fourneau à vent. Il n'eſt pas non plus indifférent, dans quelle proportion on mêle l'argille brûlée. Moins on en joint à l'argille fraîche, & plus les vaiſſeaux ſe laiſſent brûler d'une maniere ſolide & compacte ; mais auſſi d'autant plus facilement éclatent-ils, quand l'air tire d'une maniere inégale. C'eſt pour cela que les Récipiens, comme ne devant point être immédiatement expoſés au feu, ſe font du mêlange d'une partie d'argille avec $\frac{1}{4}$ ſeulement, ou $\frac{1}{8}$ d'argille brûlée ; ce qui ne vaudroit rien du tout pour les creuſets ; & plus on employe d'argille brûlée, plus les vaiſſeaux réſiſtent longtems à un feu violent, mais en revanche ils ſont plus fragiles après avoir été brulés, & ſe briſent plus aiſément : l'air tirant leur eſt moins nuiſible ; mais comme ils ſont plus poreux, les métaux faciles en flux, & ſurtout les verres bien fuſibles, les pénétrent bien plus vîte ; & à cauſe qu'en brûlant ils ne ſont pas devenus aſſez compactes, mais qu'ils ſont demeurés fragiles, n'ont pas une liaiſon de parties aſſez ſolides, & s'etendent inégalement, cela fait que la peſanteur des métaux en flux, ou des verres, les déjoint & y produit des fentes. On rencontre ici, comme à l'egard du ſable, une difference ſenſible, lorsqu'on met en oeuvre de l'argille brûlée qui eſt en général pilée en fine pouſſiere, ou lorsque ſéparant tout à fait ce qu'il y a de plus fin, on ne prend que le groſſier, ou lorsqu'on laiſſe le fin & le groſſier pêle-mêle enſemble, ou enfin lorsqu'on les mêle enſemble en certaines proportions de poids. Car les creuſets faits d'argille brulée, qu'on n'a que groſſièrement pilé, ſont ceux qui réſiſtent le mieux à la violence du feu & à l'air tirant, ſans recevoir de fentes ; & c'eſt ce qui rend la même compoſition bonne pour des couvertes de creuſet, des Piédeſtaux, des Mouffles, Plates &c. Au contraire les creuſets, pour lesquels on a pris de l'argille brûlée réduite

duite en pouſſiere fine, prennent beaucoup plus aiſément des fentes; de ſorte qu'en ſuivant ce principe on peut aiſément juger des Compoſitions ſuivantes. J'ai fait des creuſets avec de l'argille brûlée, paſſée par un crible fin ; une partie de cette argille avec deux d'argille fraîche, deviennent ſolides en brûlant, mais ſont faciles à éclater. Le produit de deux parties égales acquiert auſſi une ſolidité conſidérable en brulant, & la ſurface prend même un poli de vernis : deux parties d'argille fraîche avec trois d'argille brûlée, valent encore mieux, & ſe brûlent bien : une partie d'argille fraiche, avec deux ou deux & demie d'argille brûlée, donnent encore une compoſition aſſez bonne, pourvu que le feu qu'on donne en les brûlant ait aſſez de force ; car, quand cela n'eſt pas, elle a plus de diſpoſition à éclater. J'ai auſſi eſſayé un creuſet fait d'une partie d'argille fraîche, & de deux parties de pipes à tabac pilées en y mettant du flux de craye & du Spath fuſible ; mais à la fin les matieres l'ont briſé. Avec trois parties d'argille brûlée il tient à la vérité mieux le feu, mais comme il eſt pourtant plus tendre, les parties s'en ſéparent plus aiſément par l'effet de quelque preſſion. D'ailleurs ces ſortes de vaiſſeaux, qui doivent paſſer ſouvent & rapidement de la chaleur au froid, pour verſer ce qu'ils contiennent, comme les teſts, creuſets, &c. doivent être faits d'une matiere maigre, ou bien il faut faire une addition conſidérable d'autres matieres à l'argille ; car dès que la maſſe ne s'attache pas aux doits, il eſt fort difficile de la travailler ſur la rouë, & l'on eſt obligé de la battre dans des formes. Comme il y a auſſi pluſieurs vaiſſeaux qui, lorsqu'on les brûle, reçoivent le vernis de leur ſurface par le ſel qu'on répand vers la fin dans le feu, quelques perſonnes recommendent au lieu de ce ſel d'en mêler dans la compoſition. Pour juger du prix de cet avis, j'ai employé douze lots d'argille fraiche avec ſix lots d'argille brûlée, j'y ai mêlé un lot de ſel, & de cette compoſition j'ai fait un vaiſſeau : mais il écumoit fort en le brûlant, & par conſéquent ne pouvoit rendre aucun bon uſage. Ce qui vaut un peu mieux, c'eſt de tremper le vaiſſeau à demi-brulé

dans une ſolution de ſel, & de le remettre à brûler; cela fait quelque bien à la ſurface ; mais ce moyen n'eſt point ſuffiſant, & le vaiſſeau n'en a pas moins éclaté dans la fuſion. J'ai auſſi renverſé la proportion, en prenant une partie d'argille fraiche avec deux parties d'argille brûlée, pour faire un creuſet ; mais il s'eſt pourtant un peu fendu, quoiqu'il ne ſe contraint pas comme les compoſitions précédentes. Cependant de l'argille fraiche avec poids égal d'argille brûlée & réduite en fine pouſſiere, quand on les réduit en pâte avec un blanc d'oeuf, & qu'on en recouvre intérieurement à diverſes remiſes un creuſet de Heſſe, qu'on fait auparavant bien chauffer, en frottant ſurtout pluſieurs fois les fentes qui ſont ſous la partie ſéche, donnent une armure très convenable pour divers travaux ; mais deux parties d'argille fraiche, avec une partie d'argille fine brûlée, ne ſe laiſſent pas bien ſécher ſans recevoir des fentes, quand même on appelleroit au ſecours le blanc d'oeuf. Au contraire en prenant à la place de l'argille brûlée réduite en fine pouſſiere d'autre qui ſoit pulvériſée plus groſſièrement, & dont tout ce qu'il y avoit de fin ait été ſéparé, il en réſulte les phénomenes ſuivans. Trois parties d'argille avec deux parties de cruches groſſierement pilées ſont une compoſition de bon uſage ; de même que neuf parties d'argille mêlées avec trois parties de creuſets pilés ; l'argille fraiche avec poids égal d'argille brûlée groſſiere a pourtant reçu quelques fentes avec le verre de plomb en flux : au contraire une partie d'argille fraiche avec deux parties d'argille brûlée groſſiere réſiſtent au verre de plomb ſans ſe fendre, mais le verre de plomb paſſe au travers, parce que la matiere eſt trop poreuſe ; une partie d'argille avec trois parties d'argille brûlée groſſiere réſiſte encore mieux au feu, mais cette compoſition eſt encore plus poreuſe, & le verre de plomb la traverſe même plus vite. On voit donc que ces deux dernières compoſitions peuvent être employées fort utilement, pour en revêtir d'autres maſſes compactes, afin d'empêcher que l'air tirant ne les briſe. Que ſi on vouloit s'en ſervir par elles-mêmes, il faudroit que ce fut pour des vaiſſeaux, où l'on mettroit des matieres

qui

qui n'entrent pas en flux, comme pour *Koockers*, pour la cementation ; ou bien ſi l'on ſe propoſe d'y mettre des matieres qui prennent flux, il ſuffit de les revêtir auparavant, & lorsqu'ils ſont encore à moitié humides, en y verſant intérieurement de l'argille bien nette délayée.

Les Experiences qui viennent d'etre rapportées, font voir, qu'il s'agit principalement de chercher les moyens d'obvier à la poroſité de tels creuſets, qui d'ailleurs ſont propres à ſoutenir l'action du feu, afin de les rendre plus compactes, & d'en reſſerrer les pores ; d'ou il réſulte par une conſéquence naturelle, que pour arriver à ce but, il faut y ajouter une matiere renduë fluïde, qui en fonde enſemble les pores, en obſervant ſeulement de le faire dans un degré, qui ne rende pas la maſſe entiere trop fluïde. Or il ſe trouve diverſes matieres de cette ſorte, & je vais paſſer les principales en revuë. La premiere eſt le verre commun. Quand on en méle pilé dans les compoſitions des creuſets, j'y ai obſervé les propriétés ſuivantes. Douze parties d'argille fraîche, trois parties d'argille brûlée, & trois parties de verre, deviennent paſſablement ſolides ; mais à la fin la maſſe vient à écumer, & ainſi cette proportion de verre eſt trop forte. Deux livres d'argille fraîche, une demi-livre d'argille brûlée, & un quart de livre de verre, ſe fendent encore : deux livres d'argille, une demi-livre de ſable, & un quart de livre de verre ont le même défaut ; au contraire cinq lots d'argille fraîche, cinq lots d'argille brulée, & un lot de verre prennent une conſiſtance paſſable, & donnent une compoſition médiocrement utile. *Cardlucius*, dans ſes Remarques ſur *Ercker*, indique la proportion de huit parties d'argille fraîche avec quatre parties d'argille brûlée, deux de cailloux pilés, & une de verre ; mélange que *Leutmann* a recommendé pour en faire des Mouffles, des Teſts, & des Creuſets. En effet cette compoſition devient paſſablement ferme ; mais elle ne ſoutient pas les plus fortes épreuves, non plus que celle que *Schlüter* recommande, de douze parties d'argille, deux parties de ſable, & deux de verre pilé. Car

il paroit en général que la matiere glutineuſe que le verre rend, n'eſt pas ce qu'il y a de plus ferme; elle n'eſt pas aſſez gluante. Le ſel alcali peut bien produire une vitrification ſuperficielle dans les creuſets entierement brûlés, quand on en imbibe leur ſurface, & qu'on les brûle de nouveau; & cela les rend un peu plus propres à contenir les métaux, & à leur refuſer paſſage: mais il n'y a aucun parti à en tirer pour les travaux de durée. Ce même ſel, immédiatement mêlé dans les compoſitions des creuſets, vaut encore moins. Le Borax calciné ne ſeroit pas à rejetter, mais il eſt trop cher pour l'employer à de grands vaiſſeaux. Autrement on peut bien fondre des choſes qui ne prennent qu'un flux médiocre dans de pures retortes de verre, ou dans des alembics, quand la maſſe n'eſt pas trop conſidérable, ni le feu trop violent, ou trop long; en particulier ſi on met ces vaſes dans un creuſet dans de la chaux. La Porcelaine de verre de M. *de Réaumur*, qui ſe fait de craye & de gypſe, vaut encore mieux, & c'eſt ce qu'il y a de meilleur pour les matieres précieuſes; à quoi la Porcelaine fine peut auſſi être employée de la même maniere, & avec un meilleur ſuccès.

Au contraire la chaux de plomb & le verre de plomb paroiſſent ſurpaſſer conſidérablement en ceci le verre commun, & fournir une colle qui s'affermit beaucoup plus au feu. On peut prendre pour cet effet de la litarge, du vermillon, de la ceruſe, ou d'autres cendres de plomb, & chaux de plomb, ou même du verre fuſible de plomb, ſuivant que l'on rencontrera ces matieres ſous ſa main; ſeulement il faut en chercher l'exacte proportion; car il ne peut y en entrer beaucoup, ſans que la maſſe s'affaiſſe & renverſe. Par exemple, quatre parties d'argille fraîche & huit parties d'argille brûlée, avec une partie de litarge, ont déjà produit une compoſition qui s'eſt affaiſſée au feu, en y mettant à fondre des matieres qui entrent facilement en flux. Ainſi on ne doit y mêler qu'une 16^e, 20^e, ou même 24^e partie, & même encore moins de cette matiere. Hors de là néanmoins, quand on ſe propoſe de ne les employer que pour des matieres qui n'entrent pas dans un grand flux,

quatre

quatre parties d'argille fraîche & cinq parties d'argille brûlée, avec une partie de litarge, donnent un produit ſi ſolide, qu'il fait feu contre l'acier, comme une pierre à fuſil. Il en eſt de même de ſix parties d'argille fraiche, avec douze d'argille brûlée, & deux de vermillon. Mais pour des vaiſſeaux à fondre, il vaut mieux prendre ſix parties d'argille fraiche, & douze parties d'argille brûlée, avec une partie de vermillon, & même encore moins du dernier ; par exemple ſix lots d'argille fraîche, douze lots d'argille brûlée groſſiere, & deux dragmes de vermillon, ou de litarge. Il y a auſſi des mélanges préparés dans certaines vuës, pour leſquelles il eſt à propos d'augmenter la proportion de l'argille brûlée, & de diminuër celle de la chaux de plomb. Par exemple, quatre parties d'argille fraiche, douze parties d'argille brulée & une partie de vermillon ; ou bien, huit parties d'argille fraîche, vint quatre d'argille brûlée, & une de litarge, donnent bien un bon mélange, mais qui eſt à la fin détruit par le verre de plomb. Si l'on prend toujours plus d'argille brûlée, la compoſition réſiſte à la vérité d'autant mieux au feu, mais elle eſt auſſi plus fragile, & plus caſſante, comme quatre parties d'argille fraîche, ſeize d'argille brûlée, & une de vermillon. J'ai été juſqu'à mêler huit parties d'argille fraiche avec trente deux d'argille brûlée, & une de litarge. Ces ſortes de compoſitions ſont d'un très bon uſage dans certains travaux ; & ce que j'en ai dit en général juſqu'à préſent, ſuffira pour découvrir leurs principes, leur application, & les moyens de les perfectionner, en ſe réglant ſur les circonſtances particulieres. Cependant comme je n'ai point encore rencontré dans ces compoſitions le plus haut degré de ſolidité que je cherche, il faut que j'aille plus loin.

On a en effet encore une matiere métallique, qui, étant employée dans les mêmes vuës, paroit devoir l'emporter ſur les précedentes. Je parle du Fer. Je n'entens pourtant pas le Fer en maſſe ; la limaille ordinaire de fer ne vaut auſſi rien pour l'uſage en queſtion, parce qu'elle écume aiſément dans les mélanges. Il faut donc employer le

fer brûlé, ou rouïllé, qui a perdu de maniere ou d'autre ſon éclat métallique, & le *Phlogiſton* de ſa ſurface; comme le mâche-fer, la Terre de Vitriol doux, le *Caput mortuum* édulcoré du Vitriol, le *Caput mortuum* édulcoré de l'eau forte, toutes ſortes de *Crocus* martiaux, toutes les écumes & émoulures de fer, toutes les terres ferrugineuſes, telles que les *Bolus* rouges, les argilles colorées, la pouſſiere de briques, &c. En effet toutes ces matieres, quand elles ſont mêlées dans leur juſte proportion, me paroiſſent donner aux creuſets une liaiſon plus gluante, & une dureté plus ſolide. Auſſi la plûpart de ces produits, lorsqu'on les frappe, font feu avec beaucoup de force. Je dirois presque que l'Abbréviateur de *Glauber* a eu cet objet en vuë, s'il s'étoit ſeulement exprimé d'une maniere plus nette, lorsqu'il dit pag. 341. *Quand on donne à la ſurface interieure du creuſet un enduit de Verre de Mars, il eſt rendu par là aſſez propre à contenir le verre de plomb.* Avec tout cela, cette ſorte de creuſets n'eſt pas appliquable à toutes ſortes d'uſages, ſurtout lorsqu'on y fait entrer beaucoup de matiere martiale, parce qu'elle ſe décharge aiſément de ſa couleur & teint les autres corps; ainſi le cryſtal, & les flux qui doivent avoir une couleur claire, comme le flux de rubis, &c. ne ſe laiſſent pas bien fondre dans de ſemblables creuſets, parce qu'ils y perdent beaucoup de leur luſtre. Mais ces ſortes de travaux étant exceptés, il en reſte aſſez d'autres où les creuſets dont nous parlons, peuvent rendre de très bons ſervices. C'eſt un ſujet d'etonnement, que ce metal qui eſt celui de tous dont le flux eſt le plus difficile, devienne, après qu'il eſt brûlé, d'un flux presque plus coulant qu'auparavant, & même qu'il mette en flux avec lui les terres les plus dures, & les pierres, les rendant en même tems fort compactes, comme je l'ai déjà remarqué dans ma *Lithogeognoſie*. La Nature fournit de la Terre argilleuſe déjà toute mêlée avec la matiere ferrugineuſe; & cette terre, en la brûlant, acquiert une ſi grande dureté, qu'elle fait feu, quand on la frappe, & qu'elle ſe laiſſe émoudre & polir comme le Jaſpe. L'art peut diverſifier en pluſieurs manieres, &

par

par des proportions differentes ces produits qui réſultent des mélanges de l'argille blanche avec la terre martiale, & imiter ainſi les *Bolus*, dont une lame mince ſe brûle quelquefois avec tant de force, qu'on ne ſauroit la rompre avec les doits, quelque effort qu'on faſſe. Il n'y a pas lieu de douter, que ces vaſes bruns de Misnie qu'on ne vernit point, après les avoir brûlés, mais qui ſont émoulus, en quoi conſiſte préciſement leur grand prix, ſont formés d'un ſemblable mélange. J'en puis rapporter auſſi divers Exemples que m'ont fourni mes propres eſſais. Que la proportion du *Crocus* martial à l'egard du reſte de la maſſe doive être fort petite, c'eſt ce que montrent les épreuves ſuivantes. J'ai mêlé quatre parties d'argille fraîche, & autant de brûlée, avec quatre parties de mâche-fer pilées en parties fines, j'en ai fait des vaiſſeaux, & les ai mis enſuite à un feu violent, où ils ſe ſont fondus ; de même que ceux qui ont été compoſés de quatre parties d'argille fraiche, & huit de brûlée, avec une de mâche-fer ; ou bien de quatre parties d'argille fraiche, douze de brûlée, & deux de mâche-fer. Je n'ai pas eu d'autre ſuccès, en mêlant quatre parties d'argille fraiche, & quatre de brûlée avec une partie de *Caput mortuum* édulcoré du Vitriol ; ou quatre parties d'argille fraiche, huit de brûlée, & une de *Caput mortuum* ; ou enfin quatre parties d'argille fraiche & douze de brûlée, avec une de *Caput mortuum* : toutes ces proportions ont donné un produit qui s'eſt affaiſſé à un feu violent ; & même ſeize parties d'argille fraiche, avec trente-deux d'argille brûlée, contre une partie de *Caput mortuum*, ont fait une maſſe, qui s'eſt encore un peu gonflée, parce qu'elle commençoit à devenir fluïde. Néanmoins il ne ſera pas inutile d'armer les mélanges plus ſerrés, mais qui éclatent aiſément, avec une ſemblable compoſition martiale, qui a un peu de fluïdité. Au contraire, quatre parties d'argille fraiche & douze de brûlée, avec une de mâche-fer, prennent aſſez de conſiſtance à un degré de feu convenable. Il en eſt de même de huit parties d'argille fraiche & vint quatre de brûlée, avec une partie de *Caput mortuum* de Vitriol ; auſſi bien que de huit parties d'argille fraiche, trente-deux de brûlée,

& une de *Caput mortuum* de Vitriol. La proportion ſuivante a été recommendée par *Jungken*, & elle donne en effet un aſſez bon produit, ſçavoir une partie d'argille fraiche, deux de brûlée, & une de brique pilée. Mais il eſt encore un peu meilleur, de deux parties d'argille fraiche mêlées avec quatre de brûlée, & une de pouſſiere de brique. A la fin pourtant, après un bon eſpace de tems, le verre de plomb eſt venu à bout d'y faire une petite fente. Autrement on peut prendre ſuivant la même proportion deux parties d'argille fraiche, & quatre de brûlée, avec une partie de *Bolus* d'Armenie, ou à la place de ce dernier, avec une partie de Terre ſcellée rouge; on en fera des creuſets d'un bon uſage, & d'une aſſez grande ſolidité. On peut mettre au même rang ceux qui ſe font de huit parties d'argille fraiche, & vint quatre de brûlée, avec une partie de mâche-fer. Pareillement ſept lots d'argille fraiche avec quatorze lots de brûlée, & une dragme de *Caput mortuum* de Vitriol, ont ſoutenu pendant un tems aſſez conſidérable l'action du Verre de plomb. Cependant, comme la longueur du tems, la peſanteur & la fluïdité déliée du verre ou du metal, & la force de l'air tirant, ont finalement percé la plûpart des vaiſſeaux faits ſuivant les compoſitions précedentes, ou les ont diſpoſés à ſe fendre, j'en ai attribué en bonne partie la cauſe à ce que l'on n'y avoit employé l'argille brûlée que réduite en fine pouſſière; & j'ai entrepris de faire des épreuves, en ſéparant auparavant par un crible toute cette fine pouſſiere, pour ne mettre en oeuvre que celle qui étoit pilée plus groſſierement, pour voir ſi cela ne réüſſiroit pas mieux. J'ai eu la ſatisfaction d'être convaincu par mes propres yeux de la réüſſite; & j'ai remarqué qu'alors la compoſition pouvoit ſupporter une plus grande quantité de matiere martiale, & même qu'elle la requéroit. En effet un creuſet fait de dix lots d'argille fraiche avec autant d'argille brûlée fine, & une dragme de *Caput mortuum* de vitriol, prit d'abord quelques fentes, en le brûlant pour la premiere fois, & ne put enſuite contenir le verre de plomb que pendant une heure & demie. Un autre creuſet de dix lots d'argille fraiche, cinq lots de brulée

brûlée en fine pouſſiere, & cinq de brûlée plus groſſiere, avec une dragme de *Caput mortuum* de Vitriol, prit auſſi des fentes au feu, mais qui ne lui furent point nuiſibles, puiſque j'y pus fondre un métal d'un flux ſerré. Au contraire dix lots d'argille fraiche, avec autant de brûlée groſſiere, & deux dragmes de *Caput mortuum*, ſe ſoutinrent conſidérablement mieux, & ne reçurent aucune fente. Cependant on ne ſçauroit pouſſer beaucoup plus loin la proportion de la quantité de matiere martiale. En effet dix lots d'argille fraiche, & autant de brulée groſſiere, avec un lot de *Caput mortuum* de Vitriol, font bien une compoſition qui eſt au commencement meilleure & plus ſolide, mais à la fin elle commence à s'affaiſſer un peu au feu, parce qu'il y a trop de parties martiales. Si l'on augmente la doſe d'argille fraiche, il s'y fait d'autant plus de fentes; quinze lots de cette argille, avec dix de groſſiere brûlée, & deux dragmes de *Caput mortuum* de Vitriol, ſe ſont fendus au feu, avant même que le métal y eut été mis: au contraire dix lots d'argille fraiche, autant de brûlée groſſiere, & trois dragmes de *Caput mortuum* de vitriol font un creuſet, qui rend un bon ſon, & contient fort bien au feu les métaux qui ont un flux ſerré. Le mêlange ſuivant n'a pas à la vérité un ſon auſſi bon, après avoir été brulé, mais il réſiſte autant, & presque mieux; ſçavoir, ſept lots d'argille fraiche, & quatorze de brulée groſſiere, avec une dragme de *Caput mortuum* de vitriol. Ces mêlanges ſont aſſez forts à la vérité pour contenir les metaux; mais ils ſont trop poreux pour le verre de plomb, qui avec le tems tranſpire au travers. Cependant on peut les améliorer conſidérablement, ſoit en les revêtant intérieurement d'argille délayée, ou en les armant extérieurement par le moyen de quelque bon mélange fin, & un peu fluïde. C'eſt ainſi que j'ai pris ſepts lots d'argille fraiche & quatorze de brulée groſſiere, avec une dragme de *Caput mortuum*; ou bien dix lots d'argille fraiche, autant de brulée groſſiere, avec une dragme de *Caput mortuum*; j'ai fait de chaque compoſition à part un creuſet, je les ai revêtus interieurement d'argille fraiche, je les ai enſuite brulés; & ces deux creuſets ont ſou-

senu pendant un tems fort conſidérable du verre du plomb en flux à un feu violent. On les rend encore meilleurs, en les faiſant plus épais, ou en les armant extérieurement.

Comme on trouve auſſi de coté & d'autre, tant dans les Ouvrages imprimés que dans divers Manuſcrits, des compoſitions de creuſets rapportées, & dans lesquelles on joint à l'argille fraiche le ſable, ou tel autre corps, avec quelque matiere propre à donner de la fluïdité, je ne veux point paſſer ici entierement ces mélanges ſous ſilence. *Cardilucius*, par exemple, recommende une partie d'argille fraiche, avec deux jusqu'à trois parties d'un mélange préparé de poids égal de ſable & d'argille brûlée. Cela fait un mélange paſſable; mais le creuſet ne laiſſera pas d'être fort fragile, ſi on prend pour cela du ſable ordinaire ; mais ſi l'on commence par rendre le ſable plus fin, & qu'on réduiſe auſſi l'argille brûlée en une pouſſiere ſubtile, les vaiſſeaux qu'on en fait, deviennent beaucoup plus ſolides, après avoir été brûlés. Il ſera auſſi d'une fermeté conſidérable, ſi c'eſt le produit de deux parties d'argille, trois parties de ſable, & trois d'argille brûlée, avec un peu de *Caput mortuum* de Vitriol. *Schröder*, & d'après lui *Zwinger*, vantent un mélange d'argille fraiche, & de creuſets pilés, une demi-livre de chacun, de *Bolus* rouge, de litarge, & de ſable, huit lots de chacun, & de quatre lots de ſel, que l'on doit mêler avec de l'argille de potier. Mais ce mélange eſt très pitoyable, & le ſel auſſi bien que l'argille de potier, n'y valent rien du tout. Je trouve ailleurs qu'il faut prendre huit livres d'argille fraiche, une livre de cailloux pilés, une livre de mâche-fer, & quatre lots de ſel ; mais cette compoſition ſaute en éclats dès la premiere fois qu'on la met au feu, & le fer en ſort en petits grains battus ; quand on n'y fait point entrer de ſel, elle ne ſaute à la vérité pas, mais elle écume à un feu véhément, parce que le fer y eſt trop abondant. Je rencontre dans un Manuſcrit de *Thurnheuſer* l'indication d'un mélange de neuf parties d'argille fraiche avec trois de brûlée, autant de pouſſiere de brique, & autant de mâche-fer. Cette compoſition vaut mieux, elle devient ſi ſolide en brulant qu'elle fait feu ;

feu ; mais les creuſets qu'on en fait, deviennent d'un brun noir, & le verre de plomb les ronge conſidérablement. Avec quatre parties d'argille fraiche, quatre de brulée, une de mâche-fer, & une de gypſe, en prenant de l'eau d'alun, on fait un creuſet, qui devient fort brun, mais qui écume en même tems, & s'affaiſſe, parce que ce mélange a trop de fluïdité.

Le Spath fuſible, à cauſe de ſa fluïdité gluante, a beaucoup de rapport au feu avec le fer, & il ne doit auſſi être employé qu'en petite quantité ; autrement il s'affaiſſe aiſément. En effet, lorque j'ai mêlé trois parties d'argille fraiche & ſix de brulée avec une de Spath fuſible, ce mélange s'eſt tout écoulé en écume. Huit parties d'argille fraiche & autant de brûlée, avec une de Spath fuſible, s'ecoulent encore ; & même huit parties d'argille fraiche & ſeize de brûlée, avec une de Spath fuſible ſe ſont finalement encore un peu affaiſſées. Mais ſi le feu n'eſt pas de la derniere véhémence, ſix parties d'argille fraiche & douze de brûlée, avec une partie de Spath fuſible, donnent un mélange qui acquiert aſſez de ſolidité: mais celui qui réſulte de douze parties d'argille fraiche, vint-quatre de brulée, & une de Spath fuſible, eſt conſidérablement plus ſolide & durable. Huit parties d'argille fraiche & vint quatre de brulée, avec une de Spath fuſible, donnent auſſi un fort beau mélange ſolide ; & celui de huit parties d'argille fraiche avec trente deux d'argille brûlée, & une de Spath fuſible, ne lui en cede guères. Cependant, comme les vaiſſeaux faits de ces compoſitions reçoivent quelquefois des fentes par l'action de l'air tirant, à cauſe que l'argille brûlée y entre en fine pouſſiere, j'ai cherché à y remédier ; & pour cet effet j'ai mêlé enſemble douze parties d'argille fraiche, vint quatre de brûlée, & une de Spath fuſible, j'en ai fait des creuſets, & les ai revêtus enſuite d'une armure extérieure faite d'une partie d'argille fraiche avec deux parties de brulée groſſiere ; ce qui les a rendu beaucoup plus propres à ſoutenir toutes les impreſſions. J'ai auſſi fait un mélange de vint quatre parties d'argille fraiche, & douze de brulée, avec une partie de Spath fuſible, & mis

l'armure fusdite au creuſet ; ce qui a auſſi produit un aſſez bon effet. En faiſant encore des creuſets de ſix lots d'argille fraiche, neuf de brûlée, & deux dragmes de Spath fuſible, & les armant enſuite, on ſe procure des vaiſſeaux d'un bon uſage. Au contraire dix-huit parties d'argille fraiche, & autant de brulée, avec une partie de Spath fuſible, aprés qu'on a revêtu le creuſet qui eſt en eſt fait, m'ont paru donner la meilleure presque de toutes les compoſitions, & elle a ſoutenu aſſez longtems l'action du verre de plomb. Néanmoins comme l'argille brulée, qui eſt en fine pouſſiére, laiſſe difficilement ſa coutume d'eclater, & que pour peu qu'on manie trop précipitamment les vaiſſeaux où elle entre, ils ſe fendent aiſément ; j'ai auſſi fait un eſſai avec de l'argille brulée groſſiere, dont j'ai mêlé dix-huit parties avec autant d'argille fraiche, & une partie de Spath fuſible, & j'en ai fait des creuſets, que j'ai d'abord revêtu intérieurement avec de l'argille délayée, & enſuite je les ai brulés. De toutes les compoſitions que j'ai indiquées, c'eſt celle qui a réſiſté le plus longtems au verre de plomb ; ſeulement il faut lui laiſſer dans le commencement du tems pour s'échauffer, & ne pas augmenter le feu trop vîte ; il convient auſſi de bruler le vaiſſeau dès la premiere fois aſſez fermement ; & s'il doit être longtems en flux, on ne doit pas le rendre trop mince, mais il faut lui donner une épaiſſeur conſidérable, afin que le verre de plomb aye quelque choſe à ronger.

Je viens préſentement aux additions de terres alcalines, qui généralement ſe brulent au feu en une eſpece de chaux. On trouve déjà dans divers Ecrits connus, que les Auteurs recommendent de prendre un morceau de craye, de le creuſer en forme de creuſet, & de l'employer pour la fuſion. Mais comme tous les corps de cette nature ſe cuiſent mal, on auroit tort de s'y fier trop, & trop longtems, mais il ne faut y recourir que dans les cas de néceſsité, & pour un court eſpace de tems. Que toutes ces terres qui ne ſe fondent point elles-mêmes, mais qui étant mêlées avec l'argille ſuivant certaines proportions, acquierent de la fluidité, puiſſent devenir une

colle

colle dans le feu; c'eſt ce que j'ai ſoigneuſement dévelopé dans ma *Lithogeognoſie*, & dans cette vuë j'ai encore fait les eſſais ſuivans rélatifs aux creuſets. Quoique la plûpart de ceux qui ſont formés de ces produits ne puiſſent pas ſoutenir les épreuves les plus fortes; ils ne laiſſent pas d'être aſſez bons à un feu modéré. M. *Mentzel*, dans ſon *Traitté de la Pierre de Bologne*, p.m. 294. remarque: " Qu'auprès de Colmar en Alſace, les Potiers ſont des creuſets parfaitement bons pour la fuſion des métaux, en prenant des pierres qui " ſont pleines de coquilles de moules, que l'on pile en fine pouſſiere, " & que l'on méle avec un peu d'argille gluante." J'ai fait des creuſets de deux parties d'argille fraiche avec une partie de pierre à chaux; qui ont été brulés, mais qui enſuite prennent aiſément des fentes, parce que la chaux brulée qui s'y trouve mélée, attire l'humidité de l'air. Deux parties d'argille fraiche avec une partie de craye, ſe ſont entierement fonduës à un feu violent. De même une partie d'argille & deux de craye ſont un vaiſſeau, qui ſe ſoutient à la vérité à un feu médiocre, & réſiſte bien; mais il eſt fragile, & facile à caſſer: il en eſt de même d'une partie d'argille avec trois de craye. Au contraire trois parties d'argille & trois de ſable, avec une de craye, prennent une ſolidité conſidérable en brûlant, mais à un feu donné trop vîte le mélange écume un peu, & a même commencé à couler. Mais quatre parties d'argille & autant de ſable, avec une partie de craye, deviennent un mélange paſſablement bon; deux parties d'argille & ſix parties de ſable, avec une partie de chaux, ſont un peu fragiles. Si l'on prend quatre à cinq parties d'argille avec deux de ſable, ou de Quartz, & une de craye, cette compoſition aura aſſez de ſolidité pour un feu médiocre, & elle eſt même aſſez dure pour faire feu. Il en eſt de même de trois parties d'argille, & ſix parties de ſable, avec une partie de craye; de trois parties d'argille & neuf de ſable avec une partie de craye; & de trois parties d'argille & neuf parties de ſable, avec deux de craye; cependant cette derniere compoſition a déja un peu de fluïdité. Mais dès qu'on va

plus loin dans la proportion de la craye, la fluïdité devient trop grande. Huit parties d'argille, une partie de ſable, & une de craye, ſont un beau mélange, qui réſiſte bien au verre de plomb ; ſeulement il faut le mettre à l'abri de l'air tirant par une armure. Vint parties d'argille, deux parties de ſable, & une de craye, acquierent en les brûlant une ſolidité conſidérable ; & il faut les gouverner comme la compoſition précédente. J'ai auſſi pris en place de ſable de l'argille brûlée, & j'ai obſervé les phenomenes ſuivans. Quatre parties d'argille fraiche & huit de brûlée, avec deux de craye, donnent une compoſition qui ſort du feu un peu fragile : au contraire quatre parties d'argille fraiche & huit de brûlée, avec une de craye, prennent une ſolidité conſiderable ; & quatre parties d'argille fraiche, autant de brûlée, & une de craye, en ont encore davantage, car quand on les brule ſuffiſamment, la maſſe donne du feu en la frappant. Vint parties d'argille fraiche avec deux de brulée, & une de craye, ſe brulent auſſi d'une maniere fort ferme, mais à un feu durable il s'y eſt fait pourtant de la courbure ; en ſorte que le produit de vint parties d'argille fraiche avec quatre de brûlée, & une de craye, eſt fort ſupérieur, & va jusqu'à contenir très bien le verre de plomb, pourvû qu'on le fortifie d'une armure. Je ne devrois pas paſſer ici ſous ſilence ces creuſets, qu'on vante publiquement d'une façon toute particuliere, & qui ſont faits de poids égal de craye, & de creuſets à fondre pilés, qu'on mêle avec de l'huile de lin, que l'on bat dans des formes, & qui ſont enſuite brulés. Comme il n'entre point d'argille fraiche dans cette compoſition, on peut juger qu'elle doit être fort difficile à préparer, & que l'huile de lin eſt inſuffiſante pour remédier à ce défaut : auſſi cette maſſe en général ſe cuit-elle mal, ſe met mal en formes, ne ſeche qu' avec une extrême peine, ſe gonfle à la fin en la brulant, & après avoir été brûlée, ne donne qu'un vaiſſeau blanc, mais fort fragile, qui n'eſt bon à rien, & ſe détruit à l'air, parce que la trop grande quantité de craye qui y entre, ſe brule en chaux. En effet, lors même que j'ai brûlé cette compoſition au feu le plus violent, elle eſt toujours

jours demeurée conſidérablement fragile, & s'eſt gonflée. Il vaut presque mieux former ce mélange avec de l'eau ; par exemple, poids égal d'argille brûlée, & de craye, pêtries avec de l'eau, ſe ſoutiennent à la vérité au feu, mais c'eſt une maſſe fragile : une partie d'argille brûlée & deux de craye donnent un produit presque plus fragile encore. Au contraire deux parties d'argille brûlée avec une de craye réüſſiſſent le mieux ; la maſſe qui en réſulte eſt ſi dure qu'elle fait feu, & mérite un examen plus particulier. J'ai auſſi vû rapporter quelque part que quatre parties d'argille avec une de mâche-fer, une de cendre d'os, une de chaux, & une de verre, donnent la compoſition d'un creuſet ; mais en faiſant l'eſſai de ce mélange, j'ai trouvé qu'il s'écouloit entierement. Autrement la chaux rend de fort bons ſervices, quand on veut fondre dans un verre quelque matiere qui n'a pas un flux trop ſerré ; alors on entoure le verre de chaux, on le met dans un creuſet, & on le place poſé ſur un pied dans un fourneau de fuſion pour entrer en flux, parce que la chaux durcit le verre, en s'y introduiſant lorsqu'il eſt attendri par le feu, conformément à la maniére dont ſe fait la Porcelaine de verre de M. *de Réaumur*. Cependant il ne faut pas que le feu ſoit trop fort, ni qu'il dure trop longtems.

On met à bon droit au rang des terres alcalines les os calcinés ; & quelques uns leur attribüent la faculté de reſiſter beaucoup plus au feu, ce que je n'y ai pourtant point découvert, au moins à ce point ; car il y a en effet quelque difference, & c'eſt à bon droit que le célébre Profeſſeur, M. *Jungker*, les a recommandés dans ſa Chymie p. 283. & 436. Dans cette vuë j'ai eſſayé les mélanges ſuivans. De l'argille fraiche avec poids égal d'os brulés prennent à la vérité de la conſiſtance & de la blancheur au feu ; mais ce mélange s'étoit pourtant gonflé par-ci par-là. J'ai fondu là dedans du verre de plomb de quatre parties de vermillon & d'une partie de ſable ; mais en deux heures il s'etoit tout écoulé ; & je trouvai que le verre avoit conſidérablement rongé le creuſet. Une partie d'argille avec deux parties d'os brulés, prenoient à la vérité beaucoup de ſolidité & de blancheur,

cheur, mais il y avoit auſſi un peu de gonflement. Une partie d'argille & deux parties d'os brulés, avec un peu de *Caput mortuum* de Vitriol, s'ecouloient en peu de tems en écume : une partie d'argille fraiche, deux de brulée, & une d'os brulés, donnent un produit d'une fort belle apparence; mais il s'etoit pourtant un peu affaiſſé par en haut: & y ayant tenu pendant longtems du plomb maſſif en fuſion, le creuſet en fut rongé : & pour le verre de plomb, il le perça & le courba. Deux parties d'argille fraiche, & autant d'os brulés, avec une partie d'argille brulée, ont auſſi ſouffert ſenſiblement de l'action du plomb, & le verre de plomb les a entiérement pénétrées. J'ai auſſi mêlé des os brulés avec de l'argille brulée, ſans argille fraiche; par exemple, deux parties d'argille brulée avec une partie d'os brulés prennent une ſolidité conſidérable en les brulant à un feu violent, & deviennent blanches, comme les mêlanges précedens où la craye entroit : mais cette compoſition veut être brulée à un feu violent ; car quand on la met ſimplement dans le fourneau de potier ordinaire, elle en ſort toujours ſi tendre, qu'on peut la couper au coûteau.

L'ordre de ces recherches me conduit à préſent aux terres gypſeuſes. Les vaiſſeaux qu'on fait de gypſe, ſe ſoutiennent aſſez bien à un feu modéré. Auſſi *Cajetani* a-t-il employé avec ſuccés des bouteilles de verre, envelopées de gypſe, & miſes immédiatement au feu, pour la fuſion de quelques métaux : cependant, lorsque le feu eſt bien violent, le gypſe en brulant s'attendrit beaucoup, quoiqu'il n'en vienne pas jusqu'à ſe fondre. J'ai traitté à la vérité déjà dans ma *Lithogeognoſie* des mêlanges des terres gypſeuſes avec l'argille ; mais je n'ai parlé que de ce qui leur arrive, lorsqu'on les enferme dans d'autres creuſets, au travers desquels le feu eſt obligé de pénétrer, ſans exercer ſon action immédiate ſur ces mêlanges. A préſent que je me propoſe de faire des creuſets de ces mêmes matières, il faut que le feu agiſſe ſur elles immédiatement, & par conſéquent avec beaucoup plus de violence. J'ai employé ici ſans diſtinction, tantot de l'albâtre, tantôt de la pierre de gypſe, tantôt du vieux

vieux gypſe déjà employé, tantôt de la pierre ſpéculaire ; & j'ai remarqué que les mélanges, qui en les brûlant renfermés dans des creuſets, acquéroient une dureté conſiderable, ſans pourtant entrer en flux, s'affaiſſoient préſentement, & ſe fondoient au feu immédiat. Par exemple, l'argille avec poids égal de gypſe, qui au feu précedent ſe bruloit d'une maniere ſolide, s'eſt écoulée en matiere toute claire à ce feu découvert ; l'argille avec poids égal de gypſe, pêtrie avec l'eau d'alun, s'eſt conſidérablement affaiſſée à un feu fort ; l'argille avec poids égal de pierre de gypſe, ou avec deux parties de cette pierre, ou même avec trois, s'eſt toujours écoulée à un feu violent : à un feu un peu plus modéré, celle qui étoit avec trois parties de gypſe s'eſt aſſez bien ſoutenuë, mais pourtant il s'y eſt fait des crevaſſes. Deux parties d'argille avec une d'albâtre ſe ſont auſſi fonduës en une maſſe blanche à un feu violent. Ces expériences me déterminerent à regarder le gypſe au feu comme une matiere glutineuſe, & à le traitter comme tel, auquel cas il produit auſſi ſon effet. Quand on ne lui donne qu'un feu modéré, il ſert à produire les mélanges ſuivans qui ſont utiles. Par exemple ; de l'argille & du gypſe, cinq lots de chacun, avec un lot de verre ; ou ſix lots d'argille, autant de gypſe, & un lot de verre ; quatre parties d'argille, ſix parties de ſable, & autant de pierre de gypſe, ou auſſi un peu moins ; ſix parties d'argille, huit de ſable, & deux d'albâtre ; quatre parties d'argille, ſix parties de ſable, & trois de gypſe ; toutes ces compoſitions ſe ſoutiennent à un feu modéré, mais quand il eſt violent, elles s'affaiſſent, ou ſe gonflent, & reçoivent enſuite des fentes. Après cela je fis auſſi des épreuves avec l'argille brulée. Les ſuivantes ont bien réüſſi, ſurtout à un feu médiocre ; ſavoir, quatre parties d'argille fraiche & huit de brulée, avec une partie de pierre de gypſe ; deux parties d'argille fraiche & ſix de brulée, avec une partie de pierre de gypſe. Une partie d'argille fraiche & trois parties de brulée, avec une partie de gypſe, ou d'albâtre, donnent un produit d'une ſolidité conſidérable ; auſſi bien que quatre parties d'argille fraiche & douze de brulée, avec

une partie d'albâtre. Quatre parties d'argille fraiche & autant de brulée, avec une partie de gypſe, forment une maſſe utile au même degré de chaleur ; mais quand je joignis à ce mêlange deux parties de gypſe, le produit n'en fut plus bon ; celui de quatre parties d'argille fraiche, avec cinq de brulée, & une de gypſe, eſt ſolide ; auſſi bien que ceux de quatre parties d'argille fraiche, & huit de brulée, avec une partie de pierre de gypſe ; de huit parties d'argille fraiche, autant de brulée, & une partie de gypſe ; & de deux parties d'argille fraiche & ſix de brulée, avec une partie de gypſe. Cependant comme la plûpart de ces mélanges ont encore coutume de s'affaiſſer à un feu violent, je diminuai la doſe du gypſe ; car quatre parties d'argille fraiche & huit de brulée, avec une partie de gypſe, s'etoient encore conſidérablement affaiſſées. Ainſi je pris huit parties d'argille fraiche, & vint quatre de brulée, avec une partie de gypſe ; cela fit une compoſition fort ſolide ; celle de huit parties d'argille fraiche & trente-deux de brulée, avec une partie de gypſe, le fut encore davantage ; & celle de quatre parties d'argille fraiche & douze de brulée, avec une partie d'albâtre, fut encore aſſez bonne. Avec tout cela, quand les creuſets qu'on prépare de ces matieres, ſont expoſés à un feu violent avec des choſes peſantes, ou du verre de plomb dans un flux ſubtil, ils reçoivent pour la plûpart des fentes, & montrent par là que cette eſpece de matiere glutineuſe n'eſt pas encore aſſez gluante pour ſoutenir un ſemblable feu, & qu'il faut venir au ſecours avec une armure. J'aſſayai à la vérité, s'il ne ſuffiroit pas d'ajouter à la compoſition une quantité de chaux de plomb, comme ; quatre parties d'argille fraiche, autant de brulée, & une de gypſe, avec deux de litarge ; ou bien quatre parties d'argille fraiche, ſeize de brulée, & une de gypſe, avec deux de litarge ; ces mélanges à la vérité ne prirent aucunes fentes, mais comme ils avoient trop de fluïdité, ils s'affaiſſoient & écumoient à un feu bien violent. Le ſuivant réſiſte un peu mieux, ſavoir quatre parties d'argille fraiche & douze de brulée, avec une de gypſe, & autant de litarge ; & encore mieux huit parties d'argille fraiche, vint

quatre

quatre de brulée, deux de gypſe, & une de litarge. Si l'on vouloit ſubſtituer à la chaux de plomb un martial, il faudroit que ce fut en très petite quantité ; car, comme je l'ai déjà rapporté plus haut, quatre parties d'argille fraiche, & autant de brulée, avec une partie de gypſe, & une de mâche-fer, commencent à écumer, puis s'affaiſſent ; en ſorte qu'il faut employer dans cette compoſition beaucoup moins de mâche-fer & de gypſe, ou bien augmenter la proportion de l'argille brulée. Pour des fuſions de matieres précieuſes, mais qui n'auroient pas beſoin d'un feu exceſſif, on pourroit employer des vaiſſeaux de Porcelaine de Dresde, ou autre ſemblable ; & les entourer d'une bonne armure, ou les mettre dans des creuſets ordinaires revêtus de ſable ou chaux, & s'en ſervir ainſi.

On a cru généralement jusqu'à préſent que le Talc ne ſouffroit aucune altération dans quelques mélanges qu'on l'employât, & à quelque feu qu'il fut expoſé ; & c'eſt à cauſe de cela que quelques Chymiſtes expérimentés l'ont recommandé d'une façon particuliere pour faire de bons creuſets, en aſſurant qu'il réſiſtoit merveilleuſement au verre de plomb. Mais les épreuves faites conformemént à cette idée, n'ont pas rempli les eſpérances qu'elle donne, & le Talc montre dans les mélanges où il entre, beaucoup plus de fluïdité qu'on ne ſe l'etoit imaginé. Dans le Mémoire que j'ai donné ſur le Talc *, j'ai examiné la fuſibilité qu'il a avec les ſels, & avec les verres ; il arrive la même choſe à l'egard des creuſets. *Becher* recommende d'en faire d'une partie d'argille fraiche & de deux parties de talc avec de l'eau de chaux. L'eau de chaux ne ſert pas ici à grand' choſe ; cependant cette maſſe acquiert une ſolidité aſſez conſidérable, & n'eſt pas inutile, quand on appelle au ſecours les autres manoeuvres que nous avons ſouvent rapportées ; car elle ſe ſoutient bien, & ne s'affaiſſe point : elle fait même feu en la frappant, mais le verre de plomb la ronge & la perce à la fin. Pour mettre le Talc en oeuvre, je l'ai d'abord calciné, & enſuite pilé. Le Talc avec poids égal d'argille réüſſit auſſi aſſez bien ; au contraire deux gobelets d'argille avec un gobelet de Talc ont trop

* Voy. Année 1746. pag. 65. & ſuiv.

de fluïdité, & à cauſe de cela ſe courbent au feu, ſans quoi c'eſt un bon mélange à un feu moderé. Cinq lots d'argille & autant de Talc avec un lot de verre, deviennent auſſi aſſez ſolides à un feu modéré. Il en eſt de même du mélange de deux gobelets d'argille & un de Talc, avec une vintieme partie de verre pilé ; mais en le mettant à un feu violent il en eſt ſorti tout courbé. Une partie d'argille & deux de Talc, avec un dixieme de verre ; ou ſix parties d'argille, ſix de Talc, & une de litarge, font auſſi une maſſe ſolide, mais qui n'a pas laiſſé de s'affaiſſer. Huit parties d'argille, une de ſable, & une de Talc, ſe ſont d'abord fenduës avec le plomb, qui s'en eſt écoulé, & le verre de plomb à un feu violent a paſſé au travers au bout de deux heures. Cinq parties d'argille, une de Talc, & une de gypſe, ſe mettent tout en écume à la chaleur. Une livre d'argille, ſix lots de Talc, & autant de gypſe, ont auſſi de la fluïdité. On indique & l'on vante beaucoup dans le *Lexicon Univerſale*, un mélange de poids égal de Talc & de craye avec du blanc d'oeuf, pour en frotter les creuſets ordinaires par dedans & par dehors ; mais il n'y faut pas faire beaucoup de fonds. En effet ce mélange, quand on le réduit en formes, ne ſe cuit point bien enſemble ; & après qu'on l'a brulé, il eſt & demeure tendre, & friable. Au contraire le Talc qu'on appelle d'or, *Gold-talck*, ne vaut rien du tout pour les creuſets, parce qu'il leur donne trop de fluïdité, à cauſe de la matiere ferrugineuſe qu'il contient. L'argille en poids égal avec cette eſpece de Talc, ou bien une partie d'argille avec deux parties de ce Talc, ont fait un mélange qui s eſt entierement écoulé, même à une chaleur ordinaire.

L'Alun de plume eſt dans une haute réputation auprès des Chymiſtes & des Phyſiciens, à cauſe de ſa ſolidité au feu ; mais il faut qu'on ſe ſoit trop hâté à faire une régle générale de ce qui lui arrive au feu ordinaire de fuſion. Je trouve dans les Auteurs, qu'on doit frotter les creuſets ordinaires par dedans & par dehors avec de l'Alun de plume dont on a fait une pâte avec du verre pilé & de l'eau, & qu'alors ils pourront réſiſter pluſieurs années au feu ; mais cela n'a aucun fondement

ment. Voici les épreuves que j'ai faites à ce ſujet. J'ai fait des creuſets de poids égal d'argille & d'Alun de plume, mais ils ſe ſont affaiſſés au feu, & le metal en eſt ſorti; une partie d'argille & deux d'Alun de plume donnent à la vérité un produit compact & qui fait feu ; mais il n'a pas laiſſé de s'ecouler comme en écume, à un feu de fuſion aſſez modéré, & ſans avoir rien mis à fondre dedans. Deux parties d'argille avec une d'Alun de plume, réſiſtent à la vérité un peu plus longtems ; mais à la fin elles commencent auſſi à s'ecouler. Une partie d'argille avec trois parties d'Alun de plume, donnent à la vérité une maſſe encore plus ferme à un feu modéré, & qui rend même des étincelles, mais finalement elle commence auſſi à fondre. Ainſi c'eſt avec très peu de fondement que tant le Talc, que l'Alun de plume, ont été mis au rang des matieres incombuſtibles, puisqu' au contraire ſuivant leur degré ils mettent d'autres corps en flux avec eux. Il faudroit donc leur joindre auparavant un meilleur ſecours par l'addition d'une quantité d'argille brulée, quand on veut s'en ſervir pour faire des creuſets. Au reſte tout ceci doit être entendu de l'Alun de plume, qu'on nomme meur ou fléxible ; car celui qui n'eſt pas meur, manifeſte au feu une ſtructure conſidérablement plus compacte, & un flux plus ſerré ; en ſorte que l'Alun meur doit contenir caché en ſoi un peu plus de quelque ſubſtance ſaline propre à produire la fluïdité. En effet une partie d'argille avec deux parties d'Alun de plume non meur, ont beaucoup de peine à fondre, & ſoutiennent en feu violent : mais lorsque j'y ai fondu un verre de plomb en flux, le vaiſſeau s'eſt à la fin affaiſſé : cependant les pieces en étoient ſi compactes, qu'elles faiſoient abondamment feu en les frappent. Au contraire deux parties d'argille avec une de cet Alun de plume non meur, réſiſtent bien plus longtems au feu, & ne s'affaiſſent pas ainſi, le verre de plomb y étant demeuré pendant quelques heures ; en ſorte qu'il eſt aiſé de perfectionner cette compoſition. Il n'eſt point non plus indifferent d'employer de l'Alun de plume réduit en fine pouſſiere, & détrempé avec du blanc d'oeuf & de l'eau, pour en garnir intérieurement les creu-

ſets de Heſſe ; car cette armure rend aſſurément de très bons ſervices, quand il s'agit de tenir le verre de plomb longtems en fuſion, ce verre ayant beſoin d'un long eſpace de tems avant que de venir à bout de percer cette armure en la rongeant. D'autres recommandent pour le même effet de méler des parties égales d'Alun de plume & de craye avec du blanc d'oeuf, & de s'en ſervir ainſi.

Les mêmes choſes conviennent à peu près à la Pierre-ponce, qui eſt produite par l'Alun de plume. Deux parties d'argille avec une de Pierre-ponce ſe ſont affaiſſées, & il s'y eſt formé un vernis. Au contraire huit lots d'argille fraiche, & autant de brulée avec un lot de Pierre-ponce, donnent une bonne maſſe, & qui la a ſolidité néceſſaire pour en faire des creuſets, qui ont fort bien ſoutenu le Spath fuſible mêlé avec la craye, mais à la longue ils n'ont pu réſiſter au verre de plomb ; peut être que c'eſt l'extrême peſanteur de ce verre qui leur a fait le plus de dommage, inconvénient, auquel il y auroit encore eſpérance de pouvoir remédier. Une partie d'argille avec deux de Pierre-ponce ſe brulent auſſi d'une maniere fort ſolide, bruniſſent, & prennent partout un vernis ; cependant le verre de plomb a fait une fente au fonds du creuſet, qui s'eſt auſſi tant ſoit peu affaiſſé.

La *Blende*, (*plumbago ſterilis* ou *Pſeudo-galena*,) qu'on met auſſi au rang des choſes incombuſtibles, prend de la diſpoſition au flux dans les maſſes qui ſervent à faire des creuſets. Comme j'avois ſous la main de la *Pech-Blende*, (*plumbago ſterilis picei coloris*,) je l'ai d'abord brulée, & enſuite mêlée avec quantité égale d'argille ; d'abord, en brulant le creuſet pour la premiere fois, il s'en détacha quelque choſe de côté vers le haut, & quand enſuite j'y voulus fondre du verre de plomb, il paſſa bientôt au travers, & fit auſſi diverſes fentes au creuſet. Une partie d'argille avec deux parties de même Blende font une maſſe dont il ne ſe détache à la vérité rien comme de la précedente, & qui conſerve encore aſſez bonne apparence après avoir été brulée ; pourtant le creuſet s'eſt affaiſſé, quand j'y ai fondu du verre de plomb, & le verre s'eſt écoulé.

J'ai

J'ai auſſi fait des eſſais ſur la pierre brune connuë ſous le nom de Magneſie, & j'ai trouvé qu'elle n'etoit pas propre à l'uſage deſiré. En effet l'argille & la Magneſie en poids égal ſe brulent & font un creuſet gris, qui s'eſt enſuite entierement écoulé avec le plomb, & qui par conſéquent eſt devenu d'une extrême fluïdité. Une partie d'argille avec deux de Magneſie s'écaillent au feu, & leur produit brulé eſt aſſez tendre, pour qu'on puiſſe enſuite le couper au couteau.

Je n'ai pas voulu omettre l'Emeri. J'ai pris une partie d'argille avec deux parties d'Emeri rouge ; cela devint ſolide en brulant, mais d'un brun obſcur. L'Emeri noir dans la même proportion prend auſſi en brulant une ſolidité conſiderable, mais la couleur en eſt d'un brun noiràtre à cauſe de l'abondance de matiere martiale qui s'y trouve.

La Craye d'Eſpagne & ſes eſpeces, la *Pierre ollaire*, le *Steatites* de la Chine, la Pierre graſſe de Norwege, &c. dont j'ai déjà parlé dans un Mémoire particulier ſur le *Steatites* *, promettent de fournir bien des avantages particuliers pour nos vuës, puisque déjà par elles-mêmes toutes ces matieres prennent une dureté ſi extraordinaire au feu. C'eſt pourquoi M. le Docteur *Kramer* de Vienne a déjà recommandé † ces pierres pour la fabrique des creuſets, comme le moyen de plus propre à tenir le plomb très longtems en fuſion, & comme une matiere tellement convenable à perfectionner les creuſets qu'il ſeroit difficile d'en ſubſtituer une équivalente ; & je ſoupçonne fort que c'eſt ce que M. *Henckel* a eu principalement en vuë, quand il a dit : * "Pour découvrir des terres qui n'eclatent point au feu, & " en faire des vaiſſeaux, qui en particulier ne puiſſent pas, ou du " moins pas ſi aiſément, être rongés & percés par le verre de plomb, " c'eſt une choſe à laquelle on doit apporter tous les ſoins poſſibles ; " & j'en dis autant des pierres qu'on peut creuſer, & employer en " guiſe de creuſets, ce à quoi perſonne que je ſçache n'a encore penſé. " Mais on ne ſçauroit découvrir cette propriété dans les terres ou " dans les pierres par la ſimple inſpection ; elle ne ſe manifeſte que " par pluſieurs expériences, & en particulier par la ſéparation des matieres

* Voyez Année 1747. pag. 57. & ſuiv.

† Dans le *Commerc. Litter. Norimb.* 1741. p. 224.

* Dans ſes *Not. ad Reſpur.* p. 80.

" tieres étrangeres, & par les compoſitions." Par *la ſéparation des matieres étrangeres*, il ne ſçauroit entendre autre choſe que celle que j'ai indiquée & recommandée ſi ſouvent, & qui conſiſte à dégager l'argille du ſable en la délayant. Quoiqu'il en ſoit la grande dureté, ou *compaction*, que toutes les pierres de cette eſpece acquierent au feu, fait voir que le fonds n'en conſiſte pas en une ſimple terre argilleuſe, mais qu'il y entre encore quelque autre matiere d'un ordre ſingulier, qui fait que ces pierres, dans la plûpart des mélanges où elles entrent, augmentent bien la dureté, mais diſpoſent auſſi en quelque ſorte au flux, & ont en même tems du penchant à éclater. La methode propoſée par M. *Kramer* pour faire creuſer ces pierres en forme de creuſets, & s'en ſervir enſuite, eſt ſujette à deux difficultés capitales; l'une, c'eſt qu'il en coûte beaucoup de ſe procurer de ces pierres en gros morceaux, auſſi ſouvent qu'on en auroit beſoin; l'autre que c'eſt un travail long & pénible de les creuſer; à quoi il faut ajouter quelque choſe de plus fort encore, c'eſt que malgré tout cela les creuſets qu'on en fait, prennent ſouvent des fentes à un feu rapide & violent. J'avoüe pourtant que cela ne leur arrive pas à toutes également; le *Steatites* de la Chine, par exemple, réſiſte beaucoup mieux que celui de Bareuth, & peut-être que tous ceux de l'Europe; mais il eſt auſſi d'une fort grande rareté; & quand on veut exécuter quelque choſe avec ceux d'Europe, je crois qu'il eſt tout à fait expédient de commencer par les revêtir d'une armure convenable, avant que de les mettre en oeuvre, enſuite de les bruler. Comme d'ailleurs il eſt beaucoup plus aiſé de ſe procurer de petites pieces de cette pierre en quantité, j'en ai pilé, & en ai mêlé avec de l'argille en differentes manieres, ce qui m'a donné les rapports ſuivans. De l'argille travaillée avec poids égal de Craye d'Eſpagne, fait un aſſez beau mélange; mais il faut commencer par ſécher la maſſe ſuffiſamment & aſſez longtems; après quoi, en la brulant, il faut donner le feu au commencement avec beaucoup de lenteur, & doux; autrement il s'en détache facilement quelque piece. Deux parties d'argille avec une partie de Craye d'Eſpagne

d'Eſpagne ont auſſi de la diſpoſition à éclater; & quoique ce produit ait déjà une ſolidité aſſez conſidérable, il y a pourtant trop de fluïdité, & il s'eſt un peu affaiſſé au feu. Une partie d'argille avec deux parties de craye d'Eſpagne font une compoſition très bonne, ſolide & d'uſage. J'ai auſſi fait entrer de l'argille brulée dans ce mélange, en mettant, par exemple, des quantités égales d'argille fraiche, de brulée, & de craye d'Eſpagne : cela fait bien une maſſe paſſablement bonne, néanmoins le feu y fait aiſément des fentes ; & en y ajoutant quelque choſe de fluïde, elle s'affaiſſe bientôt. Par exemple, deux livres d'argille fraiche, autant de brulée, & huit lots de craye, donnent un mélange paſſablement bon, mais qui à la fin ſe courbe au feu : & une plus grande quantité de craye augmente ſa diſpoſition à entrer en flux. Pareillement une livre d'argille fraiche, autant de brulée, une demi-livre de craye d'Eſpagne, & huit lots de gypſe, font un mélange qui réſiſte un peu plus longtems, que le précédent, mais à la fin il ſe courbe auſſi au feu, & ce qui eſt le principal, la peſanteur des metaux qui ſont dans le flux le plus fort, & celle des verres y cauſent finalement des fentes. C'eſt pourquoi il vaut mieux y faire une addition d'argille brulée, ou même encore mieux, ne pas mettre la craye d'Eſpagne en oeuvre, ſans l'avoir auparavant bien brulée, après quoi on la pile fort menu, & on la mêle ainſi avec l'argille ; par exemple, poids égal d'argille, & de craye d'Eſpagne brulée, ou encore mieux, deux parties d'argille avec trois, & jusqu'à quatre, de craye d'Eſpagne brulée, & pour les lier par une matiere glutineuſe, un peu de martial, ou de plomb. Le mélange de deux parties d'argille avec trois de craye d'Eſpagne brulée donne déjà des creuſets bons, & fort ſolides ; une partie d'argille auſſi avec deux de craye d'Eſpagne brulée font encore une compoſition d'une grande ſolidité, & avec cela d'une extrême blancheur. Je trouve auſſi que la craye d'Eſpagne cruë réüſſit aſſez bien avec l'argille brulée, en les prenant à quantités égales ; le mélange devient ſolide, mais comme il s'y fait aiſément des fentes, il faut y remedier par quelque matiere glutineuſe, ou par le ſecours d'une armure. Au re-

ſte, quand on employe cette compoſition, ou bien celle de deux parties de craye d'Eſpagne fraiche, avec une partie de pipes à tabac nettes qu'on pile, & qu'on mêle exactement enſemble, pour en revêtir intérieurement des creuſets ordinaires ; cela rend auſſi de trés bons ſervices. Je trouve que la compoſition ſuivante convient aſſez par elle-même aux creuſets, ſavoir, huit parties de craye d'Eſpagne & autant d'argille brûlée, avec une partie de litarge ; les creuſets faits de ce mélange deviennent ſolides & d'un beau blanc. J'ai auſſi mélé enſemble de la craye d'Eſpagne & du talc brulé en poids égaux ; & les ayant brulés, les creuſets qui en ont été faits, avoient beaucoup de ſolidité & de blancheur. De ſemblables creuſets de compoſitions blanches ſont ceux qui conviennent le mieux pour la préparation des compoſitions de bijoux artificiels d'une couleur claire luiſante qui ſont d'une fuſion difficile. Au contraire les eſpeces colorées de craye d'Eſpagne, ou de Pierre ollaire, ne valent pas grand' choſe pour les creuſets, à cauſe de leur matiere martiale. Par exemple, une partie d'argille avec deux parties d'une ſemblable eſpece jaune, ont fait une maſſe qui s'eſt bientôt écoulée.

La Pierre Serpentine de Saxe ayant une affinité remarquable avec les précedentes, c'eſt ici le lieu d'en faire mention : mais, comme ſa couleur prouve manifeſtement, qu'elle contient plus de parties métalliques, ou étrangeres, elle en a d'autant plus de diſpoſition à entrer en flux, & ne vaut pas grand' choſe pour la préparation des pierres précieuſes artificielles, qui ont une couleur claire. Les creuſets qu'on fait en creuſant des morceaux entiers de Serpentine, ont le défaut d'éclater aiſément au feu, ou du moins de reçevoir des fentes ; une partie même entre à la fin en flux d'elle-même, à plus forte raiſon quand on y met des matieres qui viennent en flux. J'ai pris donc principalement de la Pierre Serpentine pilée menu, pour les eſſais ſuivans ; desquels je puis dire en général, que quand l'argille prédomine dans ces mélanges, le verre de plomb ne peut guères y cauſer aucun dommage, & il n'y a d'autre inconvenient que la diſpoſition aux fentes, qu'on préviendra par le ſecours d'une armure convenable.

nable. De l'argille & de la Pierre Serpentine pilée en poids égal ſe brulent d'une maniere ſolide, mais éclatent un peu. Deux parties d'argille avec une partie de Serpentine ſe brulent en une maſſe ſolide, qui fait feu avec force, mais qui creve presque encore plus que la précedente ; quand on y met pourtant une bonne armure d'une partie d'argille fraiche, avec deux parties d'argille groſſiere brulée, cela la rend beaucoup meilleure, & elle ſoutient aſſez bien le verre de plomb, comme auſſi le mélange de Spath fuſible & de craye. Une partie d'argille avec deux parties de Serpentine ont éclaté d'elles-mêmes avec force ; mais avec l'armure précedente, elle reſiſte paſſablement, & eſt en particulier d'aſſez bon uſage pour le mélange de Spath fuſible & de craye. Au contraire, quand on commence par calciner la pierre Serpentine, le mélange d'une partie d'argille avec deux parties de Serpentine calcinée, donne une maſſe d'une ſolidité conſidérable & d'un bon uſage. J'ai encore fait l'eſſai de quelques autres compoſitions ; par exemple, de ſix parties d'argille fraiche, trois de brulée, & trois de Serpentine, avec une partie de Spath fuſible ; ce mélange eſt d'un aſſez bon uſage, quand il a été revêtu. Huit parties d'argille, une à deux de ſable, & une à deux de Serpentine, ſont auſſi un bon mélange, ſur lequel le verre de plomb a très peu de priſe ; il faut ſeulement le préſerver des fentes qu'il recevroit, en y appliquant une armure convenable.

La *Pierre nephrétique* de Saxe approche beaucoup dans ſon mélange de la précedente, & la principale difference qu'il y ait, c'eſt qu'elle renferme plus de cuivre. J'ai fait ſur elle les eſſais ſuivans. De l'argille & de la pierre nephrétique pilée en poids égal, donnent à la vérité une maſſe compacte, mais elle eſt pourtant trop diſpoſée à entrer en flux, & elle s'eſt courbée. Une partie d'argille avec deux parties de pierre nephrétique, réſiſtent bien, & ne s'affaiſſent, pas mais les fentes gâtent ce produit. Deux parties d'argille avec une partie de pierre nephrétique commencent déjà à prendre flux. Mais ſi l'on calcine auparavant la pierre nephrétique, la choſe réüſſit mieux. En effet deux parties de cette pierre calcinée avec une partie d'argille, ſe

ſoutiennent bien, après avoir été brulées convenablement; il en réſulte une maſſe ſolide, mais la couleur en eſt tout à fait brune, & par conſéquent elle ne vaut rien pour les fluxions claires. Enfin la craye d'Eſpagne avec poids égal de pierre nephrétique, ſe ſoutiennent à la vérité au feu, mais après avoir été brulées, ſont un peu tendres; défaut auquel il y auroit pourtant moyen de remédier.

M. *Brômel* * a recommandé particuliérement le tripoli pour les creuſets: mais les eſpeces qu'on employe ici ne rempliſſent pas cette idée avantageuſe. En effet une partie d'argille & deux parties de tripoli deviennent à la vérité dures & ſolides en les brulant, mais elles s'affaiſſent pourtant à un feu violent. Une autre ſorte de tripoli qu'on trouve en Pruſſe, employé dans la même proportion avec l'argille, s'eſt entierement écoulé; il en à été de même du mélange du tripoli avec poids égal de cruches pilées menu, en ſorte que cette matiere eſt très peu convenable pour les creuſets, quoiqu'elle puiſſe être employée utilement à d'autres uſages. Si l'on veut pourtant la mettre à celui-là, il faut la bruler auparavant, ou la méler avec de l'argille brulée.

* Dans ſa *Mineralogia Suecana.*

Le Plomb à écrire, ou Crayon, qu'on appelle en Allemand *Waſſer-bley*, ou *Reiſs-bley*, entre dans le nombre des ingrédiens, qui ont été mis en oeuvre jusqu'ici pour la fabrique des creuſets. J'ai déjà dit quelque choſe là deſſus dans une Diſſertation particuliere, que j'ai intitulée de *Plumbo ſcriptorio* †. Ces creuſets noirs connus ſous le nom d'*Ypſe*, ou de *Paſſau*, qu'ils tirent du lieu où on les fait, ſont principalement de cette matiere; & leur quantité eſt ſi grande qu'on en tranſporte par toute l'Europe. Jusqu'a préſent ces creuſets ſe ſont fait reconnoitre par des preuves ſuffiſantes pour beaucoup préférables à ceux de Heſſe dans la fuſion des métaux; c'eſt pourquoi on ne ceſſe de s'en ſervir aux Monnoyes, chez les Orfevres, & chez toutes ſortes de Fondeurs, pour fondre les métaux, pour en faire des mélanges, pour les ſouffrer, & auſſi pour les Regules d'Antimoine. Cependant ils ont le défaut de ne pouvoir contenir aucuns ſels, qui, à cauſe de leur poroſité, paſſent d'abord au travers, & ſi parfaitement qu'il n'en

† Voyez Miſcell. Berol. T. VI. p. 29.

n'en reſte aucune trace. Les verres de plomb en flux les pénétrent auſſi bientôt; & quant aux verres qui ont un flux ſerré, quand ils doivent conſerver une couleur claire, ou tranſparente, ces creuſets la leur ôtent, & les rendent obſcurs & laids. Lorsqu'on veut auſſi y brûler de la fine Porcelaine, elle en reçoit ordinairement une mauvaiſe couleur qui lui ôte ſa beauté. Ajoutez que tous les vaiſſeaux dans la préparation desquels entre ce plomb à écrire en grande quantité ne deviennent jamais bien ſolides en les brulant; ils demeurent au contraire tendres & fragiles, & ſe laiſſent couper au couteau, même quand ils ont eu un feu violent: (défaut qui donne lieu néanmoins à des uſages très commodes, puis qu'on peut ſe ſervir de ces grands creuſets découpés pour des Fourneaux portatifs.) On les employe ſans les bruler, pourvû ſeulement qu'on les ait bien fait ſécher; ils ſont pour l'ordinaire plus gluans, & ont beaucoup moins de diſpoſition à éclater que les creuſets de Heſſe, auxquels cela arrive fort aiſément ſurtout lorsqu'ils ſont grands, & qui réſiſtent rarement plus d'une fois à un ouvrage qui demande un feu vif; au lieu que ceux dont il s'agit ici, ſi l'on s'en ſert avec les précautions convenables, peuvent durer longtems, & être employés avec ſûreté. On prétend que *Glauber* a laiſſé comme un ſecret particulier pour la compoſition des creuſets, le mêlange de quatre parties d'argille avec une partie de plomb à écrire. J'en ai fait l'eſſai; cela devient en effet paſſablement ſolide en le brûlant; mais les creuſets ainſi faits éclatent aiſément, ou du moins reçoivent des fentes, en ſorte qu'il faut les manier avec précaution. Ils deviennent auſſi tout bruns, après avoir été brulés; on peut en faire un aſſez bon uſage. L'argille avec poids égal de plomb à écrire, ſe ſoutient bien au feu; mais ce mêlange n'eſt pas auſſi ſolide que le précédent, & reſte un peu fragile. Une partie d'argille avec deux de plomb à écrire réſiſtent bien auſſi à la fuſion; mais ne laiſſent pas d'etre un peu plus tendres que la compoſition précedente. Deux parties d'argille fraiche, quatre de brulée, & une de plomb à écrire, font une bonne compoſition pour les creuſets, qui ré-

ſiſte au feu, & dont la couleur devient brune. De l'argille fraiche, de l'argille brulée, & du plomb à écrire en poids égal, font auſſi des creuſets bruns d'une grande ſolidité. Mais l'argille, la pierre ponce & le plomb à écrire, en poids égal, entrent en flux, & ſe ſont entierement écoulés en une fonte brune ; ce à quoi l'on ne ſe ſeroit pas attendu. Quand on veut empêcher cette eſpece de creuſets d'etre tendres, ce qui leur vient du plomb à écrire, on peut y ajouter un peu de chaux de plomb. J'ai fait des eſſais dans les proportions ſuivantes. Quatre parties d'argille & huit de plomb à écrire, avec une de litarge, font un mélange qui ſe ſoutient bien au feu, & devient d'un brun noir en le brûlant, mais qui, lorsqu'on le caſſe paroit encore un peu tendre. Si pour la même proportion on prend deux parties de litarge, la maſſe réſiſte auſſi bien, mais elle eſt encore tendre. Quatre parties d'argille & ſix de plomb à écrire, avec deux de litarge, ſe ſoutiennent bien, mais demeurent auſſi tendres. Il en eſt à peu près de même de quatre parties d'argille & autant de plomb à écrire, avec une partie de litarge. Au contraire, quatre parties d'argille & deux de plomb à écrire, avec une partie de litarge, acquierent une dureté & une ſolidité conſidérables ; & ainſi l'on peut dans les proportions précedentes augmenter la doſe de la litarge, ou bien ajouter auſſi du *Caput mortuum* de Vitriol, ou du mâche-fer. Alors on employe l'argille & le *Caput mortuum* de Vitriol avec le plomb à écrire, comme un *Lutum* pour les vaiſſeaux de fer, les chaudieres, les creuſets, & les retortes. Si pourtant on veut les mettre encore plus à l'abri des fentes, il eſt à propos d'employer plus de plomb à écrire que d'argille, & de ne faire entrer dans le mêlange, ni ſable, ni verre. Les mêlanges où l'on met des cailloux, ont coutume d'être plus caſſans : par exemple, poids égaux de cailloux & de plomb à écrire, avec autant d'argille qu'il eſt néceſſaire ; ou bien, quatre parties de ſable, autant de plomb à écrire, & deux de mâche-fer, avec une portion ſuffiſante d'argille. On peut auſſi tirer parti des vieux creuſets noirs briſés, en les pulvériſant, & en les mêlant dans quelque nouvelle compoſition, ou armure.

Ces

Ces mélanges rendent des ſervices excellens, en qualité d'armures, quand l'intérieur du creuſet eſt d'une compoſition compacte & ſolide ; car en le revêtant d'une ſemblable armure, il dure d'autant plus.

Les Charbons ſerviront de concluſion à ces recherches. Et ce qui nous donne lieu d'en parler, c'eſt la remarque véritable & fort importante, que des charbons, dans un creuſet bien fermé, peuvent réſiſter, ſans ſe conſumer ni même s'altérer, au feu le plus long & le plus violent. *Glauber* eſt le premier qui ait avancé que des creuſets de bonne argille & de pouſſiere de charbon, battus dans des formes, peuvent ſoutenir des années entieres le plomb & d'autres metaux en fuſion ; & il ajoute ailleurs, que des creuſets de terre graſſe mêlée avec de la pouſſiere de charbon, battus dans des formes de cuivre, ſervent aux longues fuſions du Regule d'Antimoine, & du cuivre, pour les dégager de l'or & de l'argent par le moyen du Salpetre. Mais il promet trop, J'ai fait de ſemblables creuſets d'argille & de pouſſiere de charbon ; dès la premiere fois qu'il ont été brûlés, ils ſe ſont un peu affaiſſés, & fort reſſerrés. Ils ſoutiennent bien le verre de plomb au feu un certain tems, mais à la fin il les perce. Deux gobelets d'argille, un gobelet de pouſſiere de brique, & un de fine pouſſiere de charbon réduits en maſſe avec de la biere, & battus enſuite dans des formes en creuſets, font une compoſition à peu près pareille à la précedente. Au reſte quand on creuſe un charbon ſolide, & qu'on l'enduit extérieurement de terre graſſe avec de l'eau de ſel, cela ſoutient pendant un tems médiocre le verre de plomb. C'eſt auſſi un joli artifice de bien enduire intérieurement des creuſets noirs avec une pâte de pouſſiere de charbon, d'y mettre enſuite de la chaux métallique, comme de la cendre d'etain &c. envelopée dans un papier, d'entaſſer deſſus de la pouſſiere de charbon bien preſſée, enſuite de bien luter le creuſet, afin que l'air ne puiſſe pas conſumer les charbons ; quand le tout eſt bien ſeché, alors dans le feu la cendre d'etain ſera réduite, & un tel creuſet ſoutient très longtems tous les metaux en flux & ſans perte.

*** *** ***

EXAMEN

# EXAMEN
## DES PARTIES QUI CONSTITUENT CETTE ESPECE DE PIERRES, QUI, APRÈS AVOIR ÉTÉ CALCINÉES PAR LE MOYEN DES CHARBONS, ACQUIERENT LA PROPRIETÉ DE DEVENIR LUMINEUSES, QUAND ON LES EXPOSE A LA LUMIERE; AVEC L'EXPOSÉ DE LA COMPOSITION ARTIFICIELLE DES PIERRES DE CETTE SORTE,

PAR M. MARGGRAF,

*Traduit du Latin.*

I.

* Voyez le Volume précedent. pag. 56. & ſuiv.

J'ai déjà entretenu une fois l'Académie, * au ſujet de certaines eſpeces de pierres trouvées en Allemagne, qui, lorſqu'on les a calcinées par le moyen des charbons, deviennent propres à emprunter la lumiere des objets lumineux, & luiſent enſuite dans les ténébres.

† *Ibid.* §. XIX. J'ai promis alors † de traitter dans une autre occaſion, non ſeulement des parties qui conſtituënt cette ſorte de pierres, mais encore de la maniere artificielle de les préparer. C'eſt cette promeſſe que je vais dégager, autant que j'en ſuis capable.

II. J'ai déjà donné l'enumération des differentes eſpeces de ces pierres, qu'on tire de diverſes Mines d'Allemagne; mais, à parler exactement, toutes ces pierres peuvent ſe rapporter à deux genres

* *Ibid.* §§ XV. & XVI. principaux; le premier eſt celui des vrais Spaths fuſibles peſans *; le ſecond celui des pierres ſpeculaires, ou *Marien-glaſs*. Le premier de

de ces genres, ſuivant les obſervations que j'ai déjà rapportées, reſſemble à la Pierre de Bologne, quant à la faculté d'attirer la lumiere. Le ſecond a une clarté plus foible ; & au lieu d'une lumiere rouge, il n'en jette qu'une blanche moins ſenſible. Pour ce qui regarde le mélange des parties qui les conſtituënt, elles ne laiſſent d'avoir pour la plus grande partie une entiere convenance entr'elles, comme cela paroîtra par la ſuite de mes propres Experiences que je vais rapporter.

III. La peſanteur particuliere, tant de nôtre Spath fuſible que de la Pierre de Bologne, auſſi bien que cette circonſtance remarquable dont j'ai fait mention dans mon premier Mémoire §. IX. ſavoir que ces eſpeces de pierres, après leur calcination avec les charbons, ont une odeur de ſouffre, & entrent même dans une effervescence ſenſible avec les acides, ce qui ne leur arrive point, lorsqu'elles ſont cruës, ou qu'elles ont été calcinées ſans charbons ; ces circonſtances, dis-je, m'ont conduit à l'opinion que ces corps ſont compoſés d'un acide vitriolique & d'une terre alcaline. En effet l'odeur de ſouffre découvre l'acide vitriolique, qui s'y trouve caché, & l'effervescence avec les acides indique la préſence de la terre alcaline. Voici les expériences que j'ai faites pour m'aſſurer de la vérité de cette opinion.

IV. Après avoir choiſi des Pierres de Bologne bien nettes, je les ai briſées en petits morceaux qui étoient de la groſſeur de pois ordinaires. J'en ai mis deux onces dans une retorte de terre convenable, & bien revêtuë, & j'ai fait en ſorte que le tiers de la retorte demeurât vuide. Je l'ai miſe enſuite dans un fourneau, où je pouvois augmenter le feu jusqu'au degré le plus violent ; & après y avoir appliqué un récipient de verre bien net, & avoir exactement luté les jointures, j'ai commencé la diſtillation, & l'ai continuée par degrés, en donnant à la fin le degré le plus violent de feu, & faiſant durer la diſtillation entre trois & quatre heures. Avec tout cela je n'ai pu tirer rien de liquide ; & tout ce qui s'eſt manifeſté, c'eſt une eſpece de vapeur ſéche, à peine obſervable, qui s'etoit attachée au récipient. Après avoir briſé la retorte, j'ai remarqué non ſeulement que la cou-

leur de ma pierre de Bologne n'avoit pas beaucoup changé, mais encore que ſon poids n'avoit pas ſouffert la moindre diminution. Elle n'etoit pas auſſi plus diſpoſée à entrer en effervescence avec aucun acide. J'ai traitté de la même maniere quatre onces du Spath fuſible peſant que j'ai indiqué au N°. 1. du §. XVI. de mon Mémoire précedent, & auquel celui du N°. 2. reſſemble parfaitement. Mais, après la diſtillation, je n'ai rien pû trouver, ni de liquide dans le récipient, ni de ſublimé ; & la pierre demeurée dans la retorte conſervoit exactement ſon ancien poids de quatre onces. J'ai fait la même expérience ſur quatre onces de pierre ſpéculaire choiſie & bien tranſparente. Ici j'ai trouvé dans le récipient une liqueur aqueuſe, qui n'avoit aucune odeur, ni ſaveur ſenſible ; & il eſt demeuré dans la retorte trois onces, & une dragme & demie, d'un réſidu fort blanc & aiſément friable. Ainſi la quantité ſusdite de pierre ſpéculaire avoit perdu ſix dragmes & demie de ſon poids dans la diſtillation ; ce qui fait voir que les pierres de cette eſpece renferment encore une médiocre quantité d'eau.

V. Je ne pûs donc, comme j'etois en état de le prévoir d'avance, rien tirer de mes diverſes eſpeces de pierre, excepté la quantité d'eau qu'a rendu la derniere ; & je n'ignorois avec quelle tenacité l'acide vitriolique tient à la terre de chaux. Pour ſéparer donc celui que je ſoupçonnois ſe trouver dans mes pierres, j'ai mis en oeuvre un ſujet inflammable, parce qu'il trahit toujours l'acide vitriolique à l'egard de la ſulphuriſation. Dans cette vuë j'ai mêlé ſoigneuſement deux onces de Pierre de Bologne pilée bien menu, avec deux dragmes de charbons de bois auſſi bien pilés; j'ai mis ce mixte dans une retorte de terre convenable, & bien revêtuë ; &, après y avoir adapté un récipient de verre, & en avoir lutè les jointures, j'ai fait une diſtillation de quatre heures, par degrés, & en donnant à la fin le feu le plus violent. Quand les vaiſſeaux ont été réfroidis, j'ai trouvé un peu d'eſprit volatil de ſouffre dans le récipient, & environ deux grains de vrai ſouffre dans le col de la retorte. Le réſidu dans la retorte étoit d'un

d'un rouge brun, il entroit dans une forte efferveſcence avec l'acide du nitre, auſſi bien qu' avec celui du ſel commun ; il frappoit les narines d'une odeur de ſouffre aſſez pénétrante ; mais il n'attiroit point la lumiere, ce qui a cependant lieu, quand cette pierre eſt calcinée à un feu découvert par le moyen des charbons.

J'ai mélé de la même maniere deux onces de notre Spath fuſible de *Halsbrück*, avec deux dragmes de charbons pilés menu, & en ai fait une diſtillation pareille aux précedentes ; après laquelle j'ai trouvé auſſi de l'eſprit volatil de ſouffre, & un peu plus de vrai ſouffre. Le réſidu dans la retorte reſſembloit au précedent, ayant comme lui les propriétés de l'odeur de ſouffre, & de l'efferveſcence avec l'acide du Nitre, & n'attirant pas, non plus que lui, la lumiere.

Enfin, j'ai auſſi mélé deux onces de pierre ſpéculaire calcinée avec deux dragmes de pouſſiere de charbon, & ai traitté ce mélange de la même maniere ; ce qui étant fait, j'en ai tiré les mêmes produits, ſavoir l'eſprit de ſouffre, & le vrai ſouffre. Mais ce qui reſtoit dans la retorte differoit beaucoup des reſidus précedens ; car il étoit blanchâtre, avec quelques taches tirant ſur le jaune çà & là ; quand on l'expoſoit à la lumiere, il s'imbiboit de ſes rayons, & étant enſuite porté dans un lieu obſcur y luiſoit, en jettant un éclat d'un blanc bleuâtre. La pierre ſpéculaire differe donc à cet égard des deux autres genres de pierre, qui requierent abſolument une calcination ouverte. D'ailleurs elle entre, comme les précedentes, en efferveſcence avec l'acide de nitre, & donne une odeur pénétrante de ſouffre.

VI. Après avoir fait ces premiers eſſais, j'ai continué l'examen de mes differentes eſpeces de pierres, en y joignant un ſel alcali végétable. Pour cet effet j'ai préparé un ſel alcali de tartre très pur en la maniere accoutumée. J'ai mélé une once de ce ſel de tartre pur avec deux onces de pierre de Bologne, j'ai mis ce mixte dans un creuſet de Heſſe, que j'ai recouvert d'un autre, & après avoir luté les jointures, je l'ai placé eu feu, j'ai fait la calcination pendant une heure, & à la fin j'ai augmenté le feu ; ce qui étant fait, j'ai trouvé une maſſe dans

une médiocre liquéfaction. L'ayant ſéparée du creuſet, après qu'elle a été réfroidie, & l'ayant enſuite pilée, j'en ai tiré tout le ſel par le moyen de l'eau bouïllante, j'ai diſpoſé à la cryſtalliſation la leſſive filtrée en la faiſant évaporer ; & cela m'a donné un ſel, qui, après avoir été diſſous & cryſtalliſé de nouveau, reſſembloit à tous égards, & dans toutes ces circonſtances ſans aucune exception, au meilleur tartre vitriolé. En effet il imprime à la langue une ſaveur qui a de l'amertume, il ſe réſout difficilement dans l'eau, ſi on le met au feu avec une petite quantité de pouſſiere de charbon, il devient foye de ſoufre ; & en le faiſant enſuite diſſoudre dans l'eau, on peut en précipiter de nouveau le ſouffre engendré, en ſe ſervant de vinaigre de vin diſtillé. Ce ſel diſſous dans l'eau précipite auſſi le Mercure de ſa ſolution dans l'eau forte, & forme avec lui un turbith minéral. En un mot, j'avois des preuves ſuffiſantes pour me convaincre, que ce ſel eſt un vrai & pur tartre vitriolé, compoſé de l'acide vitriolique mêlé dans notre pierre, & du ſel alcali fixe que le tartre produit. Quant au reſte de matiere terreſtre inſoluble, qui étoit demeurée dans le filtre, je l'edulcorai parfaitement avec de l'eau, je le fis ſecher, & je le gardai pour en faire uſage.

J'ai fait préciſément les mêmes Experiences, tant dans la proportion du poids qu'à l'egard des autres circonſtances, avec mon Spath fuſible peſant de *Halsbruck*, auſſi bien qu'avec une pareille quantité de pierre ſpéculaire ; & j'ai tiré de ces deux ſortes de pierres le même produit ſalin, c'eſt à dire, un tartre vitriolé, & les mêmes terres inſolubles, que j'ai gardées pour un uſage ultérieur.

VII. J'ai de plus travaillé ces trois eſpeces de pierres, chacune à part, avec le nitre épuré. De chaque eſpece de ces pierres bien pilées j'ai pris deux onces, que j'ai mêlées avec une once de nitre épuré ; j'ai mis ce mixte dans un creuſet, & j'ai continué mon opération, en y ajoutant du ſel alcali de la maniere rapportée dans le §. précedent. Alors chaque eſpece de pierres m'a donné une maſſe en liquéfaction, que j'ai ſéparée du creuſet, pilée, & leſſivée en y verſant de l'eau chaude ;

chaude ; après quoi j'ai diſpoſé la leſſive filtrée à la cryſtalliſation, en la faiſant évaporer, ce qui m'a procuré de toutes les trois eſpeces de pierre un ſel pareil au précedent, qui avoit été préparé par le moyen du ſel alcali. Pour abregér, ce ſel étoit véritablement celui qu'on nomme *Arcanum duplicatum*, compoſé de la partie ſalino-alcaline du Nitre, & de l'acide vitriolique caché dans ces eſpeces de pierre. Et pour ce qui étoit demeuré de toutes les trois eſpeces dans les filtres, j'ai bien degagé ces terres de leur ſalure, je les ai fait ſécher, & les ai enſuite conſervées. J'ai traitté de même un mélange formé de deux onces de pouſſiere de nos trois eſpeces de pierres, & d'une once de ſel commun ; mais je n'ai pu découvrir aucun changement ſenſible, ni dans le ſel, ni dans les pierres. Le ſel, après avoir été lavé & cryſtallyſé, demeuroit du ſel commun, & ne ſe changea point en ſel admirable ; & je ne pus remarquer non plus que les terres qui étoient demeurées dans les filtres, euſſent ſouffert aucune altération.

VIII. Je voulus enſuite éprouver de tirer l'acide vitriolique de nos eſpeces de pierre, par le moyen d'un ſel alcali fixe, en les cuiſant avec de l'eau. Ce qui me ſuggéra cette idée, c'eſt ce que j'avois obſervé, qu'en réduiſant ces trois eſpeces de pierres en une pouſſiere ſubtile, en les faiſant cuire longtems avec de l'eau pure diſtillée, & en verſant alors quelques goutes de leſſive alcaline dans cette décoction claire, quelque choſe ſe précipitoit au fonds ; d'où l'on pouvoit tirer cette conſéquence, qu'il s'etoit fait quelque ſolution des pierres, & il paroit que la pierre ſpéculaire y eſt plus expoſée que les autres. Pour m'aſſurer donc de la choſe, je mélai exactement deux onces de pierre de Bologne pilée, avec une once de ſel de tarte pur, dans un mortier net ; & y ayant verſé quatre meſures d'eau diſtillée, j'ai fait cuire le tout pendant l'eſpace de deux heures, en remüant ſouvant avec une ſpatule de bois, & en rempliſſant toujours avec de nouvelle eau ce que la coction faiſoit diminuër ; enfin j'ai diſpoſé ce liquide à la cryſtalliſation, après l'avoir filtré, en le faiſant évaporer ; ce qui étant fait, j'ai eu, comme ci-devant, un beau tartre vitriolé. J'ai bien édul-

coré la terre demeurée dans le filtre, je l'ai deſſéchée, & l'ai gardée.

Enſuite j'ai auſſi traitté de la même maniere deux onces de notre Spath fuſible ſouvent mentionné, & autant de pierre ſpéculaire, chaque matiere ſéparément; & j'ai remarqué une parfaite convenance entre les ſels produits par cette opération, & ceux dont il a été parlé au §. VI. & les terres qui demeuroient, étoient tout à fait pareilles à celles qui avoient été ſéparées de la maniere précedente.

IX. Après toutes ces expériences il ne pouvoit plus me reſter aucun doute ſur l'exiſtence d'un acide vitriolique mêlé dans nos eſpeces de pierre: & il étoit queſtion de ſoumettre encore à l'examen les terres qui demeuroient dans les filtres. J'avois déjà lieu de croire, en raiſonnant *à priori*, que ces terres ſouffroient du changement; & l'expérience acheva de m'en convaincre; car je n'y retrouvai plus les propriétés des pierres précedentes. En effet ces pierres, ſçavoir le Spath fuſible peſant de Saxe, la pierre de Bologne cruë, & la pierre ſpeculaire, n'entroient en effervescence avec aucun acide: au contraire, ces terres y entroient, & ſurtout elles étoient réſoluës par l'acide du nitre & du ſel. Ces terres, principalement ſi elles ont été auparavant en quelque ſorte embraſées, dégagent ſur le champ le ſel volatil du ſel armoniac ordinaire, ſi on les pile enſemble, & qu'on les humecte avec un peu d'eau; elles diſſolvent auſſi avec abondance le ſouffre commun, à la façon de la chaux vive ordinaire, en les cuiſant avec de l'eau, & dans tout le reſte, elles font entierement voir les mêmes propriétés que les pierres à chaux. Ces terres peuvent auſſi être rétablies dans leur premier état, c'eſt à dire, que l'art en peut refaire des pierres de l'eſpece à laquelle elles ont appartenu, en leur rendant ce qu'elles ont perdu dans les opérations précedentes.

X. J'ai repris les terres de mes trois eſpeces de pierre, qu'on a vuës §§. VI. VII. & VIII. être demeurées dans les filtres, & avoir été deſſéchées, & que je viens de ranger §. IX. au nombre des terres de chaux. J'en ai diſſous chacune à part dans la quantité d'acide de nitre,

tre, qui étoit néceſſaire à la rigueur pour en procurer la ſolution, & en verſant peu à peu l'acide de nitre tant qu'il demeuroit en effervescence avec ces terres. Enſuite j'ai filtré chacune de ces ſolutions, après les avoir délayées auparavant dans une médiocre quantité d'eau, & j'y ai verſé encore un peu d'eau dans le filtre même, afin de laver entierement toute la ſolution; après quoi j'ai précipité chacune de mes ſolutions ſéparément par le moyen d'un eſprit de vitriol préparé d'une partie d'huile de vitriol la plus blanche, & de trois parties d'eau pure, & j'ai verſé de l'eſprit de vitriol auſſi longtems qu'il s'eſt précipité quelque choſe au fonds. J'ai enſuite mis ce précipité dans un filtre, j'y ai verſé deux ou trois fois de l'eau froide, & enſuite encore quelquefois de l'eau chaude. Après que l'eau s'eſt écoulée, j'ai ſéché mon précipité. C'eſt par cette voye que j'ai tiré de chacune de mes terres un produit ſelenitique, blanc comme neige, brillant, en forme de petits cryſtaux, & qui ſe diſſout difficilement dans l'eau. Après avoir aupavant embraſé en quelque forte ces concretions, je les ai pilées & broyées ſéparément, & les ayant réduites en maſſe par le moyen d'une bouïllie de tragacanthe, j'ai deſſéché cette maſſe, je l'ai ſtratifiée avec les charbons, & l'ai calcinée à un feu ouvert; enſuite dequoi, ces matieres étant réfroidies, chacune d'elles s'eſt trouvée propre à recevoir la lumiere d'un autre corps lumineux, & à luire dans les ténébres. Ainſi il en étoit de même de ces produits que des précedens; &, ce qui eſt bien digne de remarque, la lumiere de celles d'entre ces pierres reproduites qui étoient de la terre de Pierre de Bologne, étoit plus foible que la lumiere des pierres produites par la terre ſéparée de nôtre Spath fuſible d'Allemagne. Celle de la pierre ſpeculaire étoit auſſi pâle, comme je l'ai déjà dit dans le précedent, & auſſi dans celui-ci. En un mot, la lumiere avoit un rapport marqué avec la pierre d'où elle naiſſoit; celle du Spath fuſible étoit extrèmement vive, celle de la Pierre de Bologne reproduite un peu moindre, & celle de la pierre ſpéculaire la plus foible de toutes.

XI. Ce-

XI. Cependant j'avois remarqué que la proportion de ſel alcali fixe, préparé du tartre, que j'ai indiquée dans les §§. VI. & VIII. ne ſuffiſoit pas pour ſéparer parfaitement la terre de chaux de nos eſpeces de pierres. J'ai donc entrepris encore quelques Expériences, par leſquelles je me ſuis aſſuré qu'il faloit une plus grande quantité de ce ſel alcali, & je recommande en conſéquence la proportion & la maniere ſuivante. Qu'on méle exactement quatre onces de nôtre Spath fuſible avec ſix onces de ſel de tartre pur, qu'on les fonde au creuſet, qu'on les réduiſe en pouſſiere, qu'on les faſſe cuire dans l'eau, qu'on filtre la leſſive, qu'on les mette en cryſtalliſation, enfin que la terre qui demeure dans le filtre, ſoit bien édulcorée & deſſéchée; toutes ces choſes étant faites, on tirera de nôtre Spath fuſible deux onces & demie & trois dragmes de terre de chaux. On peut enſuite verſer ſur cette terre de l'acide de nitre, auſſi longtems qu'il entre en effervéſcence avec elle. Mais ici j'ai obſervé qu'il reſtoit dans cette ſolution une médiocre quantité de terre inſoluble, qui s'arrêtoit dans le filtre, & qui, après avoir été bien délivrée de ſa ſalûre & deſſéchée, donnoit le poids d'environ cinq dragmes, & reſſembloit à tous égards à la terre d'argille. Car il s'en forme, de même que de l'argille, une maſſe tenace avec l'eau, & quand après l'avoir deſſéchée, on la calcine à couvert, en donnant un degré moderé de feu, on peut la cuire juſqu'à la durcir. Si l'on méle deux parties de cette terre ſéparée avec une partie de cailloux pilés bien fin, qu'on les réduiſe en une maſſe par le moyen d'une médiocre quantité d'eau, & qu'on les faſſe ſecher, ce mixte devient enſuite, en lui donnant un feu violent, une maſſe à demi-tranſparente, en forme de porcelaine, qui frappée contre l'acier rend des étincelles en abondance. Que ſi l'on réduit cette terre ſeule en maſſe avec de la bouïllie de tragacanthe, qu'on faſſe ſécher la maſſe, & qu'on la calcine immédiatement par le moyen des charbons, elle n'en devient pas plus propre à recevoir la lumiere. Il en eſt presque de même de la Pierre de Bologne. Au contraire, la terre qu'on a ſéparée de la maniere ſuſdite de quatre onces de pierre ſpéculaire, par le

moyen

moyen d'un ſel alcali, ne laiſſe dans le filtre qu'une once, & une dragme & demie, de terre de chaux, qui ſe diſſout entierement, tant dans l'acide du nitre que dans celui du ſel, ſans laiſſer la moindre partie argilleuſe dans la ſolution. Il n'y a presque point de doute que cette terre argilleuſe, mêlée fort étroitement dans le mixte, ne puiſſe cauſer la difference du plus & du moins de ſolubilité entre la Pierre de Bologne & le Spath fuſible de Saxe. La pierre ſpéculaire au contraire ſe diſſout beaucoup plus aiſément dans l'eau; & je ne doute pas même qu'il ne pût s'en faire une entiere ſolution en la faiſant cuire fortement dans une grande quantité d'eau.

Je dois ajouter ici que notre pierre gypſeuſe de *Speremberg*, & quelques autres ſans doute du même ordre, ſont compoſées des mêmes parties que la pierre ſpéculaire, & qu'on peut les ſoumettre aux mêmes épreuves, de la maniere qui a été décrite ci-deſſus. Seulement je crois avoir obſervé que la pierre de gypſe contient une quantité un peu moindre d'acide vitriolique; & c'eſt là la cauſe, ou peut-être auſſi quelques particules martiales déliées qui s'y trouvent mêlées en même tems, c'eſt, dis-je, la cauſe, pourquoi cette pierre, quand on la calcine par le moyen des charbons, ſe diſtingue des précedentes, en n'acquérant point la proprieté de recevoir la lumiere.

XII. Après avoir ainſi démontré aſſez evidemment, à ce que j'eſpere, quelles ſont les parties eſſentielles de nos genres de pierres, je paſſe préſentement à la maniere artificielle de les compoſer, en ſe ſervant d'autres terres de chaux, avec le ſecours d'un acide vitriolique. Je me ſouviens fort bien à la vérité, que dans mon Mémoire précedent j'ai nié, & à bon droit, que la choſe puiſſe réüſſir avec de la craye que j'avois ſaoulée d'esprit de nitre, & que j'ai poſitivement déclaré qu'en la calcinant par le moyen des charbons, elle n'acquiert point la force d'attirer la lumiere. Mais c'eſt une choſe qui deviendra facile à comprendre, ſi l'on fait réfléxion que l'acide vitriolique forme avec les terres de chaux une concrétion ſelenitique, dont la ſolution eſt difficile; d'où il réſulte qu'en verſant de l'eſprit de vitriol ſur de la

craye on ne la diſſoudra pas parfaitement, parce que ſa ſurface ſe recouvre en un inſtant d'une croute ſelenitique, qui empêche qu'on ne la puiſſe parfaitement ſaouler ; & quoiqu'au moyen de certaines précautions, on pût peut-être en venir à bout, cela ne réüſſira jamais au moins que fort difficilement de cette maniere.

XIII. Pour cet effet j'ai donc pris de l'eau de chaux vive parfaitement ſaoulée, parce qu'il s'y trouve réellement des particules de chaux diſſoutes. J'en ai verſé douze meſures dans une grande retorte de verre, j'y ai ajouté environ une once d'huile de vitriol, & j'ai tout bien mêlé en le remuant. J'ai poſé cette retorte dans une coupelle pleine de ſable, & ayant adapté le récipient, & en diſtillant par degrés, j'ai fait ſortir environ trois quarts de meſure d'une liqueur aqueuſe ; enſuite, les vaiſſeaux étant réfroidis, j'ai trouvé au fonds de la retorte de petits cryſtaux ſelenitiques minces, que j'ai ſéparés par la filtration, je les ai lavés & fait ſécher, & après cela je les ai en quelque maniere calcinés, je les ai pilés en pouſſiere, j'en ai fait une maſſe avec de la bouïllie de tragacanthe, j'ai exécuté la ſtratification avec les charbons de la maniere que j'ai ſouvent indiquée, & je lui ai fait ſucceder la calcination. J'ai expoſé alors le produit calciné à la clarté du jour, & le regardant enſuite dans un lieu ténébreux, j'ai vû avec beaucoup de plaiſir qu'il avoit reçu la lumiere de la même façon que le fait la pierre ſpéculaire ; car il jettoit une lueur blanche, il ſentoit le ſouffre, & il avoit une parfaite conformité avec la pierre ſpéculaire calcinée de la même maniere. La même choſe m'eſt arrivée, après avoir calciné une quantité de marbre le plus blanc, l'avoir éteinte d'ans l'eau, & avoir joint à cette eau de l'huile de vitriol, comme j'ai dit que j'avois fait avec l'eau de chaux vive : ce qui étant fait, j'ai eu la même concrétion ſelenitique, & avec les mêmes propriétés que ci-devant.

XIV. Mais l'opération s'exécutoit avec beaucoup plus de promtitude, lorsque je prenois des ſolutions de terre de chaux faites dans d'autres acides, comme dans celui de nitre ou de ſel, & que j'y joignois

gnois l'acide vitriolique. J'ai d'abord mis en oeuvre la pierre de chaux de *Rüdersdorff*, dont j'ai diſſous une certaine quantité dans l'eſprit commun de nitre, qu'on a coutume d'appeller eau forte ; & j'ai jetté dans cet acide du nitre de petits morceaux de pierre de chaux, tant qu'il a voulu en réſoudre, par lequel moyen je me ſuis procuré une ſolution parfaitement ſaoulée, que j'ai enſuite bien filtrée. J'ai délayé cette ſolution ſaoulée dans environ quatre parties d'eau, & j'y ai verſé enſuite de l'eſprit de vitriol ſusdit, préparé en mélant trois parties d'eau diſtillée avec une partie d'huile de vitriol, j'en ai, dis-je, verſé une fois autant que j'avois pris de ſolution de chaux, j'ai exactement mélé le tout, & j'ai laiſſé repoſer ce mixte pendant l'eſpace d'environ vint quatre heures, au bout desquelles j'ai trouvé un beau précipité blanc, cryſtallin, & qui avoit toutes les propriétés du produit ſelenitique que j'avois préparé précedemment par le moyen de l'eau de chaux vive. Si l'on prend une plus grande quantité d'eau pour délayer la ſolution de chaux, qu'on y ajoute de l'eſprit de vitriol, qu'on en procure le mélange en les remuant bien, & qu'on les laiſſe repoſer ; alors l'eſprit de vitriol ſe mêle au commencement d'une maniere claire avec la ſolution de terre de chaux, mais à la fin ce mixte commence à ſe troubler, & cela va toujours en augmentant ; après quoi, au bout de vint quatre heures ou au delà, on trouve un précipité ſemblable au précedent, mais qui eſt encore plus cryſtallin, lequel etant édulcoré avec de l'eau, en quelque ſorte calciné, réduit en maſſe avec la bouïllie de tragacanthe, & calciné par le moyen des charbons, m'a donné une belle concretion, qui reçoit parfaitement la lumiere. La même choſe m'eſt arrivée en précipitant de la maniere ſusdite par le ſecours de l'acide vitriolique une ſolution de ſel armoniac fixe, qui n'eſt autre choſe qu'une ſolution de terre de chaux dans l'acide du ſel. La liſte ſuivante indiquera la difference de ces produits quant à la propriété de recevoir la lumiere.

XV. 1. Ce corps ſelenitique, dont j'ai dit au §. précedent qu'il étoit le précipité d'une ſolution de pierre de chaux de *Rüdersdorff*,

faite dans l'eſprit de nitre, par le moyen de l'eſprit de vitriol, en le calcinant avec les charbons de la maniere que j'ai ſouvent indiquée, jettera une lumiere blanche.

2. Celle du corps ſelenitique, qui eſt préparé en la maniere ſusdite de la ſolution du ſel armoniac fixe, ſera rougeâtre.

3. Le précipité de la craye dans l'eſprit de nitre donnera une lueur blanche.

4. Un corps ſemblable, préparé de la ſolution du Spath calcaire dans l'eſprit de nitre, répandra une lumiere rougeâtre.

5. Celui qui procede de la ſolution d'une pierre des bains de Carlsbad dans l'eſprit de nitre, aura une lumiere pâle, & tirant ſur le rouge.

6. La ſolution d'écailles d'huitre faite dans l'eſprit de nitre, précipitée par l'eſprit de vitriol, & calcinée avec les charbons, donnera une lumiere rouge.

7. La ſolution de marbre dans l'eſprit de nitre, précipitée par l'eſprit de vitriol, & calcinée, jettera une lumiere blanchâtre.

8. Le *Stalactites* de la caverne de *Baumann*, diſſous dans l'eſprit de nitre, précipité par l'acide vitriolique, & traitté de la même maniere, offrira pareillement à la vuë une lumiere blanche.

Tous ces précipités ſont de véritables eſpeces de ſelenites. Car quoiqu'on puiſſe les diſſoudre en quelque ſorte de nouveau dans une grande quantité d'eau ; il en eſt néanmoins de même des trois eſpeces de pierres ſusdites, ſavoir de la Pierre de Bologne, du Spath fuſible peſant, & ſurtout de la pierre ſpéculaire. Au reſte toutes ces eſpeces, auſſi bien que les ſuivantes, ont auſſi un fort grand rapport avec la pierre ſpéculaire en ceci ; c'eſt qu' après avoir été renduës propres à recevoir la lumiere par leur calcination avec les charbons, elles n'en jettent pourtant qu'une fort foible, & beaucoup moins vive que celle de la Pierre de Bologne & du Spath fuſible; à quoi il faut ajouter qu'après cette préparation elles s'exfolient & s'affaiſſent plutôt à l'air, ce qui n'arrive pas aux deux autres eſpeces de pierres. Il en faut peut-être chercher la cauſe dans ce qu'il n'y a

point

point de ſubſtance argilleuſe entremélée dans les eſpeces de pierre ſpéculaire.

XVI. Il etoit néceſſaire à préſent d'éprouver les ſolutions ſusdites des terres des chaux, par le moyen des autres ſels, qui contiennent une abondance d'acide vitriolique. J'ai donc pris une ſolution de pierre de chaux faite dans l'eſprit de nitre, & délayée dans de l'eau, de même qu'une autre ſolution de la même pierre faite dans l'eſprit de ſel, je l'ai mélée avec une ſolution de vitriol de Mars faite dans l'eau & filtrée ; & j'ai obſervé que l'acide vitriolique de la ſolution de vitriol de Mars attaquoit en peu de tems la terre de chaux, & la jettoit au fonds en forme de précipité ſelenitique. La même choſe arrivoit avec une ſolution de Vitriol de Venus, auſſi bien qu'avec une ſolution de Vitriol blanc. Ces précipités, auparavant bien édulcorés, ayant été calcinés avec les charbons de la maniere que j'ai ſouvent indiquée, je n'ai point remarqué qu'ils attiraſſent la lumiere ; ce qu'il faut ſans doute attribuër aux petites parties metalliques, qui ſont en obſtacle à cette force de recevoir la lumiere. Les ſolutions ſusdites de terres de chaux, faites tant dans l'acide du nitre que dans celui du ſel, ſont auſſi précipitées ſous une très belle forme ſelenitique par le moyen de l'alun diſſous dans l'eau froide ; car j'ai effectivement précipité des ſolutions de craye, de pierre de chaux, de ſtalactite, d'ecailles d'huitre, de pierre des bains de Carlsbad, & d'autres concretions calcaires ſemblables, faites dans les acides ſusdits ; je les ai, dis-je, precipitées en très beaux produits ſelenitiques, par le moyen de l'alun diſſous dans l'eau froide ; & ces précipités, auparavant bien édulcorés, deſſéchés, & enſuite calcinés avec les charbons, ont attiré la lumiere avec beaucoup de force, & comme les préparations rapportées au §. XV. Il faut encore remarquer, que ſi la lumiere qui ſe montre à la ſurface de ces eſpeces de pierres artificielles ne paroit pas aſſez belle, il n'y a ſeulement qu'à les rompre, & expoſer l'endroit rompu à la lumiere, après quoi on le trouvera ſuffiſamment lumineux. Afin de preſcrire auſſi une certaine proportion d'alun & de ſolution de terres alcalines, on peut

ſe ſervir de la ſuivante. Qu'on faſſe diſſoudre trois ou quatre onces d'alun dans une meſure d'eau froide ou tiede ; qu'on filtre cette ſolution ; qu'on prenne ſix onces de quelque ſolution de chaux ſaoulée, & qu'on les délaye dans environ un demi-meſure d'eau. Qu'on verſe ſur cette ſolution la ſolution précedente d'alun, qu'on les mêle exactement en les remuant bien, qu'enſuite on les mette repoſer pendant vint quatre ou quarante huit heures ; qu' après cela on faſſe écouler le liquide, & l'on trouvera un précipité ſelenitique cryſtallin, qu'il faut d'abord édulcorer avec de l'eau froide, & à la fin une ou deux fois avec de l'eau chaude, & finalement le faire doucement ſécher.

XVII. Nos ſolutions de terres de chaux, faites dans l'acide du nitre, ou du ſel commun, ſont précipitées de la même maniere par les ſolutions des ſels aſſez connus des fontaines medicinales, qui ſont impregnées d'acide vitriolique, & ce précipité forme une concretion ſelenitique. Par exemple ; la ſolution des terres de chaux quelconques, peut être précipitée en ſelenite par la ſolution du ſel d'*Ebesham*, de *Sedlitz*, des bains de *Carlsbad*, & de tous les autres ſels des fontaines medicinales, qui ont un acide vitriolique. Cela fait voir avec quelle avidité la terre de chaux ſaiſit l'acide vitriolique, & ſe réünit avec lui. Mais ce qu'il y a de particulier ici, c'eſt qu'au lieu que ſuivant les §§. VI. VII. VIII. & XI. le ſel alcali fixe rompt cette union de la terre de chaux avec l'acide vitriolique, dont il la dégage, & s'aſſocie lui-même avec cet acide ; au contraire l'acide vitriolique, qui eſt mêlé avec le tartre vitriolé, n'abandonne pas moins vîte ſon ſel alcali, auquel d'ailleurs il tient ſi fortement, pour occuper la terre de chaux, dès qu'il y touche. En effet, (ce qui m'a cauſé un extrême plaiſir,) la ſolution de toute veritable terre calcaire a été précipitée en forme de ſelenite par la ſolution du tartre vitriolé dans l'eau froide ; & ce précipité d'abord édulcoré, & enſuite calciné avec les charbons, m'a donné un beau corps lumineux, qui rendoit une lumiere blanche. La même choſe m'eſt arrivée en précipitant des ſolutions de terre de chaux par la ſolution de ſel admirable ; car, aprés la préparation convenable,

j'en

j'en au pareillement tiré un corps, qui rendoit une lumiere blanche. J'ai fait évaporer la liqueur qui ſurnageoit à la ſolution de terre de chaux, précipitée par le tartre vitriolé ; ce qui étant fait, j'ai tiré de la ſolution de terre de chaux dans l'eſprit de nitre, de beaux cryſtaux prismatiques, qui reſſembloient à tous égards au nitre pur ordinaire ; indice certain que l'acide du nitre, qui avoit été auparavant uni à la terre de chaux, s'etoit aſſocié ici avec le ſel alcali du Tartre vitriolé. Pour cette liqueur que j'avois fait écouler de la ſolution de terre de chaux, précipitée par le ſel admirable de *Glauber*, elle m'a fourni le vrai nitre cubique ; ce qui montroit encore, que l'acide du nitre qui ſe dégage, lorsque l'acide vitriolique s'unit à la terre de chaux, avoit attaqué la terre du ſel commun, & s'etoit uni à elle. Et lorsque j'employai l'acide du ſel commun pour la ſolution des terres de chaux, j'eus de l'une & de l'autre maniere un ſel commun régéneré.

XVIII. Ayant ainſi démontré avec aſſez de clarté, à ce que j'eſpère, les parties qui conſtituent nos trois eſpeces de pierres; on aura beaucoup plus de facilité à comprendre, comment il peut s'engendrer de ſemblables pierres en abondance dans la terre. En effet il s'y trouve aſſez d'eaux, qui dépoſent une quantité de ſtalactite, qui le plus ſouvent n'eſt autre choſe qu'une pierre de chaux ; & ainſi on ne doit regarder ces eaux que comme des ſolutions de terre de chaux. Il y a pareillement ſous terre beaucoup d'eaux vitrioliques, alumineuſes, & en général d'eaux remplies de ces ſels moyens des fontaines medicinales, qui contiennent un acide vitriolique. Ne concoit-on donc pas ſans peine, que de ſemblables ſolutions, ſi elles viennent à ſe rencontrer, & à ſe méler enſemble, pourront former une grande quantité de nos eſpeces de pierres ; leſquelles étant ſolubles dans l'eau, (ce qu'il faut également entendre des concretions naturelles, & des concretions artificielles,) peuvent acquérir très aiſément à force de tems, & par voye de cryſtalliſation, toutes ces figures differentes qu'elles nous offrent, la longueur du tems pouvant aller plus loin dans la production de ces effets que les opérations de l'art ? Les perſonnes qui cultivent

tivent l'etude de l'Hiſtoire Naturelle, & qui demeurent dans les Païs de Montagnes, pourroient faire des obſervations fort utiles ſur ce ſujet.

XIX. Je crois qu'il eſt encore néceſſaire de rapporter une circonſtance ſinguliere de nos produits calcinés, & rendus propres à recevoir la lumiere ; & cela me fournira une correction pour le dernier §. de mon Mémoire précedent. J'ai indiqué dans cet endroit, comme une choſe remarquable, que les pierres artificielles en queſtion, ſi, ſans avoir été auparavant expoſées à la lumiere, elles ſont miſes dans une chambre ténébreuſe ſur un fourneau chaud, commenceront à luire, lorsqu'elles viendront à s'échauffer; & j'ai été dans l'idée que la chaleur du fourneau produiſoit cet effet, qui ſe manifeſte autrement dans ces corps par le moyen des rayons du jour, ou d'une chandelle allumée. Mais une expérience ulterieure m'a donné un autre ſentiment. Car, ni nos eſpeces de pierres préparées & diſpoſées à recevoir la lumiere, ni le Phosphore de *Balduin*, quand on les met dans les ténébres ſur un fourneau chaud, ne commenceront point à reluire, ſi ces matieres ont paſſé auparavant huit ou quinze jours dans l'obſcurité; au lieu que cela leur arrivera toujours, ſi un, deux ou trois jours avant, elles ont été un peu expoſées à la lumiere, & l'ont attirée, & qu'après cela on les ait laiſſées dans les ténébres. Car alors, quoiqu'on ne puiſſe y obſerver quoi que ce ſoit de lumineux en les portant dans l'obſcurité, elles jetteront une fort belle lumiere, dès qu'elles participeront à la chaleur d'un fourneau. Il paroit donc vraiſemblable, que les particules de lumiere qui y ſont demeurées de l'attraction précedente qu'elles en ont fait, ſont ſeulement chaſſées par la chaleur du fourneau, puisque cette pierre préparée, quand elle demeure longtems ſur le fourneau, perd à la fin toute ſa lumiere. En attendant c'eſt une veritable joye d'avoir pu revenir ainſi de mon erreur, puisque par là il ne me reſte plus aucun doute ſur la véritable faculté d'attirer la lumiere que poſſedent nos eſpeces de pierres préparées.

XX. Enfin je dirai en peu de mots, & en forme de corollaire, que nos eſpeces de pierres, ſçavoir la Pierre de Bologne, auſſi bien que le

Spath

Spath fuſible, ſi on les calcine par les charbons, peuvent à la fin éprouver une entiere ſolution dans l'eau, ſans qu'il reſte qu'une très petite quantité de terre, ſans doute argilleuſe. Il ſuffira d'en alléguer pour exemple, notre Spath fuſible. Deux onces de ce Spath, auparavant calcinées & pilées, enſuite réduites en maſſe avec la bouïllie de tragacanthe, ſéchées, & enfin calcinées avec les charbons, ont perdu dans cette calcination deux dragmes & demie, & quinze grains, de leur poids, en ſorte qu'il reſtoit une once, cinq dragmes & quinze grains; dont ayant fait enſuite l'extraction avec de l'eau diſtillée bouïllante, il en eſt provenu un réſidu blanc, & comme embraſé, qui après avoir été bien déſſeché peſoit ſix dragmes & demie, & quinze grains, ayant ainſi perdu dans l'extraction ſix dragmes & demie, qui s'etoient mêlées dans l'eau. J'ai réduit de nouveau en maſſe ces ſix dragmes & demie & quinze grains dont j'ai premièrement parlé, je les ai fait ſécher, & les ai calcinées avec les charbons; ce qui étant fait, j'ai trouvé une maſſe, qui avoit perdu une dragme & demie de ſon poids, & qui par conſéquent peſoit encore cinq dragmes & quinze grains. Cette maſſe rendoit encore fort bien la lumiere, L'ayant pilée de nouveau, j'en ai fait ſoigneuſement l'extraction par l'eau bouïllante, & j'ai verſé cette liqueur extraite, claire & filtrée, ſur la précedente. Ainſi il y eut ici deux dragmes & trente grains de reſidu. Je les pilai de nouveau, & les ayant calcinés encore avec les charbons, j'en tirai deux dragmes d'une maſſe, qui reçoit mieux la lumiere, quoique ce ſurcroit ſoit peu conſidérable, & qui étoit médiocrement compacte. Après avoir pilé cette maſſe, j'en ai fait de nouveau une extraction exacte avec l'eau bouïllante, & j'ai ajouté cette eau à la précedente; ce qui étant fait, le reſidu a été d'une dragme & vint grains. Je l'ai calciné avec les charbons, & j'ai recouvré alors une dragme & un demi-ſcrupule d'une maſſe, qui n'attiroit pas le moins du monde la lumiere, & n'exhaloit plus aucune odeur de ſouffre, paroiſſant tout à fait ſemblable à de l'argille cuite, ne pouvant plus être diſſous dans l'eau, n'entrant plus en effervescence avec l'eau forte, & ne pouvant plus être détruit de

cette maniere. Aprés cela j'ai filtré la liqueur que j'avois décapulée de mes diverſes extractions, faites avec l'eau diſtillée; & l'ayant à la fin diſpoſée par l'evaporation à la cryſtalliſation, j'en ai tiré des cryſtaux qui ſentoient le ſouffre, que j'ai enſuite deſſéchés avec un liquide incryſtalliſable, qui reſſembloit à la ſolution de ſouffre, faite par le moyen de la chaux vive; enſuite je l'ai mis à diſtiller dans une retorte de verre, à laquelle j'avois adapté un récipient, & j'ai continué juſqu'à l'incandeſcence; ce qui étant fait, j'ai trouvé, outre un peu de liqueur qui ſentoit le ſouffre, une quantité du plus beau ſouffre qui s'etoit attaché au cou de la retorte; ce qui reſtoit, formoit une eſpece de pouſſiere, ou corps blanchâtre, qui étant expoſé à la lumiere, ne l'attiroit point du tout. J'ai mis cette matiere dans un creuſet, & l'ai bien embraſée; enſuite, après le réfroidiſſement, je l'ai expoſée à la lumiere, qu'elle a attirée, auſſi bien que nos préparations precedentes, quoique plus foiblement, & a lui dans les ténébres. Voilà ce que j'ai à dire pour le préſent de nos eſpeces de pierres. C'eſt aſſez pour nous de ſçavoir avec certitude, que leurs parties eſſentielles conſiſtent dans une terre de chaux intimément liée avec un acide vitriolique; & qu'en général tous les précipités des ſolutions des terres de chaux dans l'acide de ſel & de nitre, qui ſe font par le moyen de l'eſprit de vitriol, ſont de ſemblables concrétions ſelenitiques; au nombre des quels on peut rapporter les préparations uſuelles de Medecine qu'on nomme Magiſteres épileptiques, cordiaux, & autres ſemblables.

OBSER-

# OBSERVATION
## D'ANATOMIE ET DE PHYSIOLOGIE CONCERNANT UNE DILATATION EXTRAORDINAIRE DU COEUR, QUI VENOIT DE CE QUE LE CONDUIT DE L'AORTE ÉTOIT TROP ÉTROIT,

PAR M. MECKEL,

*Traduit du Latin.*

Le célébre M. *Lancisi*, Auteur très exact, en rapportant, dans le Livre également beau & utile qu'il a écrit *ſur le mouvement du coeur & ſur les anevriſmes*, toutes les cauſes des anevriſmes, & des dilatations du coeur qu'on peut appeller ſurnaturelles, en a omis une, que ni lui, ni aucun autre, n'ont peut-être jamais obſervée, & qui pourtant ſuffit preſque ſeule pour cauſer une dilatation univerſelle de tout le coeur; c'eſt l'Aorte, lorſqu'il arrive qu'elle ſoit plus étroite qu'elle ne doit l'être naturellement. En effet il n'y a dans tout le corps humain aucune proportion qui ſoit auſſi néceſſaire à la conſervation de la ſanté, que celle des forces du coeur avec les forces des arteres. Auſſi-tôt qu'il y arrive quelque altération, le ſang ne peut plus ſe mouvoir par tout le corps avec la même liberté; mais, ſi les forces du coeur ſont trop grandes, & la réſiſtance des Vaiſſeaux trop foible, le ſang accable par ſa maſſe les artères & les veines, il les dilate, les affoiblit, & y produit ces expanſions qu'on nomme *Anevriſmes*, & dont l'Auteur que nous avons cité, rapporte (a) divers exemples remarquables, ſans compter ceux, qui ſe trouvent dans d'au-



(a) *De Anevriſmat.* Lib. I. Prop. 38. & Lib. II.

tres Ouvrages, où la même matiere eſt traittée. Au contraire, ſi c'eſt la force des arteres qui ſurpaſſe celle du coeur, alors le ſang par ſa trop grande quantité produit le même effet ſur le coeur, en le relâchant & le dilatant fort au delà de ſon état naturel; ce qui ne manque pas d'arrêter la circulation naturelle du ſang. On trouve à la vérité dans les Auteurs un aſſez grand nombre d'exemples d'accidens de cette nature; il y en a dans *Lancifi*, (b) dans *Kerckring*, (c) & l'un des plus rares eſt celui que rapporte *Wepfer*, d'une dilatation du coeur, cauſée par l'oſſification de l'aorte & de ſes valvules; mais on ne lit nulle part que la ſtructure trop étroite de l'aorte ait été le principe d'une pareille dilatation, ſuivie de la mort. C'eſt donc ce qui nous fait regarder comme une choſe utile, & même néceſſaire, de faire part au Public d'une Obſervation auſſi rare qui l'eſt celle ſur laquelle va rouler ce Mémoire.

Parmi cette grande quantité de cadavres, dont nôtre Theatre Anatomique eſt un des mieux fournis, grace aux ordres du Roi, & aux ſoins des Directeurs, on apporta il y a quelque tems le corps d'une jeune fille de dix-huit ans. C'etoit un corps aſſez fluet, la poitrine étoit étroite, comprimée, & longue, les membres & les os étoient petits & délicats. La perſonne dont étoit ce cadavre, avoit été dès ſa première enfance fort encline à la colère, elle avoit mené une vie ſédentaire, presque toujours occupée à coudre, & elle avoit été de tems en tems tourmentée de palpitations de coeur, & d'angoiſſes, qui étoient ſuivies d'un tremblement univerſel des membres du corps. Comme elle étoit de baſſe condition, tout le remède qu'on apportoit à ces ſymptomes, c'etoit de lui faire boire un coup d'eſprit de vin; mais l'uſage fréquent de cette boiſſon rendit bientôt ſon état beaucoup plus fâcheux. Elle atteignoit alors ſa quinzième année, tems où les régles commencerent à ſe manifeſter dans cette fille. Mais comme elles ne parurent point, les maux dont elle avoit été affligée, devinrent

(b) *De Repentinis morbis* Lib. II. Obſerv. 2.

(c) Dans le *Spicileg. Obſerv. Anat.*

rent depuis ce tems-là beaucoup plus violens. Son corps étoit dans une agitation continuelle, ſon pouls toujours tremblotant, ſes angoiſſes & ſes palpitations la tourmentoient ſans relâche, elle s'attriſtoit de jour en jour; & comme elle n'avoit d'autre reſſource que la liqueur dont nous avons parlé, on ne peut guères concevoir un état plus miſérable que celui auquel elle étoit réduite. Cependant un Chirurgien, que les parens de la fille avoient appellé à ſon ſecours, entreprit de ſuppléer aux défaut des régles par quelques ſaignées & par des remèdes propres à les pouſſer, y ajoutant l'uſage des purgatifs; mais il y perdit ſes peines. Tout au contraire à chaque ſaignée, ou à chaque priſe de remedes irritans, tout alloit de mal en pis; juſqu'à ce qu'enfin, à l'age de dix-huit ans, les régles ayant toujours refuſé de paroître, les tremblemens du corps & du pouls allant en augmentant, & les palpitations étant devenües de véritables ſyncopes, la malade privée de toutes ſes forces, & hors d'état de ſe ſoutenir, s'allita; & ayant paſſé quatre ſemaines au lit, avec des palpitations continuelles, & une extrême difficulté de reſpirer, elle mourut dans un état de ſuffocation.

J'ai diſſéqué moi-même ce cadavre; & en faiſant l'injection des arteres, j'ai trouvé que tous les rameaux de l'Aorte, & que cette artère elle-même deſcendante par *l'abdomen*, étoient d'une ſtructure merveilleuſement étroite; mais, lorsque j'ai eu ouvert la poitrine, cette proportion de l'aorte a paru encore bien plus endommagée. Car le coeur, que je deſtinois à être rempli d'une injection cereuſe, & que je découvrois à cauſe de cela avec beaucoup de circonſpection, occupoit presque toute la cavité gauche de ce *thorax* étroit, les poûmons étant pourtant libres, & tenant à leurs cavités, ſans aucune adhéſion, ni au médiaſtin, ni à la pleure. Je fus ſurpris de l'inſigne grandeur du coeur, que le pericarde envelopoit néanmoins d'une maniere lâche; je trouvai la ſubſtance charnuë de ſes ventricules plus molle & plus relâchée qu'elle ne doit l'être naturellement; & le ventricule gauche n'etoit presque pas plus fort que le droit. Toutes les

veines avec les cavités du coeur étoient gonflées d'un ſang noir; l'artère du poumon (*fig.* L *lett.* F.) étoit d'une très grande largeur à proportion de l'aorte, & un ſang épais & polypeux la rempliſſoit; le ſinus pulmonal étoit (*fig.* 2. *lett.* C.) fort ample, fort rempli, & s'elevoit fort au delà du ſinus de la veine cave (*fig.* 1. *lett.* D.) mais pour l'aorte (*fig* 1. *lett.* G.) elle étoit ſi étroite que ſon diametre étoit de la moitié plus petit que celui de l'artère du poumon, qu'il auroit néanmoins dû naturellement ſurpaſſer ou du moins égaler. (d) Le coeur tout entier étoit extraordinairement dilaté, & ſa pointe avoit une figure obtuſe que lui donnoient les ventricules, dont l'expanſion s'etendoit jusques-là. L'ayant rempli d'une matiere cereuſe, afin que les parois étenduës fiſſent d'autant mieux voir à quel point ſa proportion avoit été altérée, je l'ai fait peindre, & j'en repréſente dans ces deux Planches la partie antérieure & la partie poſterieure, avec un autre coeur pareillement rempli de matiere cereuſe, & dont les ventricules & les vaiſſeaux ont leur grandeur naturelle, afin qu'on ſoit en état d'appercevoir exactement, de combien le coeur étoit plus gros, & l'aorte plus étroite que les dimenſions naturelles.

Les obſervations qu'on a faites ſur les cadavres, ont appris, que la proportion naturelle des grands vaiſſeaux du coeur entr'eux, eſt telle que dans un adulte le diamètre de l'aorte eſt de 13. lig. pied de Paris; ce qui donne pour quarré 169. Si dans le même coeur l'artere du poûmon a pour diamètre 12, ou $12\frac{1}{2}$, d'où réſultent pour quarrés 144 ou 156. la proportion de ces derniers eſt aux quarrés des veines du poûmon comme 156 ou 144 : 96, c'eſt à dire comme 2 : 3. Pour la proportion des ſinus de la veine du poûmon & de la veine cave, elle eſt beaucoup plus difficile à déterminer. D'autres l'ont poſée comme 4 : 5; pour moi tout au contraire, à en juger par les coeurs que j'ai remplis de matiere cereuſe, le ſinus de

la

(d) Mon illuſtre & reſpectable Maître, *M. de Haller*, a ainſi déterminé cette proportion de l'Aorte à l'Artère du poûmon. Voyez ſon *Comment. ſur Boerhaave* vol. II. p. 28. not. d. & pag. 139. not. a. à la fin.

la veine du poumon a été le plus ſouvent à celui de la veine cave comme 7 : 6.

Or les vaiſſeaux de notre coeur dilaté préſentent des proportions toutes differentes. Car le diametre de l'aorte (*fig.* 1. *lett.* G.) dans l'endroit où elle ſort du coeur, eſt de huit lignes, pied de Paris, & celui de l'artère du poûmon (*fig.* 1. *lett.* E.) qui lui répond eſt de treize lignes. Ainſi les quarrés ont été dans la proportion de 64 : 169. Les quarrés des diametres de toutes les veines du poûmon (*fig.* 2. *lett.* EFGHI.) étoient à celui de l'artère du poûmon dans la proportion de 169 : 152; (e) & par conſéquent les quarrés de l'artère & des cinq veines du poûmon étoient à l'aorte, comme $2\frac{1}{2}$ à 1. D'où il s'enſuit que l'artère & les veines du poumon apportoient une fois & demie plus de ſang, que l'aorte n'en faiſoit ſortir du ventricule gauche; & cela ſuffit pour expliquer tous les maux que cette pauvre créature avoit ſoufferts pendant ſa vie.

Toutes les fois que les anciens Medecins, dans les diſſections des cadavres, trouvoient des coeurs plus gros que de coûtume, ils en inféroient que les perſonnes auxquelles ces coeurs avoient appartenus, étoient ſujettes à la colère; en quoi ils ſuivoient une opinion vulgairement recüe, faute d'avoir aſſez ſoigneuſement approfondi la raiſon de ce Phenomene. Il eſt pourtant vrai que la groſſeur & le relâchement du coeur, qui procedent de la réſiſtance des vaiſſeaux, peuvent diſpoſer ceux qui ſont dans cet état à la triſteſſe & à la colère. Car les vaiſſeaux artériels réſiſtant trop par leur force ſupérieure à l'action qui doit produire l'évacuation du coeur, reçoivent une trop petite

(e) Voici quelles étoient les proportions des diametres & des quarrés des veines du poûmon.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *Veine* | I. | *diametre* | 7. | *quarré* | 49. |
| | II. | — — | 3. | — — | 9. |
| | III. | — — | 7. | — — | 49. |
| | IV. | — — | 3. | — — | 9. |
| | V. | — — | 6. | — — | 36. |

tite quantité de ſang, & en portent moins au cerveau & aux autres parties du corps où ſe font les ſecretions, que ne le demandent ces ſecretions des liqueurs, dont le corps a beſoin pour ſa conſervation. De plus cette petite quantité de ſang que le coeur pouſſe, avec la force qui lui reſte, dans les vaiſſeaux artèriels, qui ont une trop grande force de contraction, y eſt ſi rapidement preſſée, qu'il n'y a pas l'eſpace de tems ſuffiſant pour que le liquide paſſe dans les canaux ſecretoires qui ſont à côté, mais coulant encore avec impétuoſité il ſe jette d'abord dans les vaiſſeaux des veines qui leur ſont continus, & paſſe par deſſus les vaiſſeaux ſecretoires. Ajoutez à cela que les veines contenant presque toute la maſſe du ſang, ſont trop gonflées, & qu'en retréciſſant les petits orifices & les petits canaux des vaiſſeaux ſecretoires, tant dans le cerveau que dans les autres parties, elles apportent des obſtacles d'autant plus grands à la régularité des opérations ſecretoires. La ſecretion de la bile ne peut pas ſe faire plus abondamment que les autres; car quoique le ſang hepatique acheve ſon cours par les vaiſſeaux de la veine porte, & qu'ainſi il éprouve une moindre preſſion que le reſte du ſang, cependant la réſiſtance qu'il éprouve à ſa ſortie du foye de la part des rameaux de la veine cave, cauſe une trop grande dilatation aux rameaux de la veine porte, ce qui comprime les vaiſſeaux ſecretoires, & empêche la ſecretion de la bile; de la même maniere qu'une ſimple plethore met obſtacle en général aux ſecrétions. Il reſte donc alors dans le ſang des parties acres & bilieuſes qui auroient dû en être ſéparées, & qui donnent occaſion à divers ſymptômes de jauniſſe & d'irritation du cerveau. Tant que le ſang abonde ainſi dans toutes les veines du corps & dans les vaiſſeaux du poûmon, les malades endurent continuellement une ſenſation facheuſe cauſée par cette replétion des vaiſſeaux, ils deviennent incapables de toute action, & ils tombent dans les accès de triſteſſe & de colère qui ſont ordinaires dans l'hypocondrie.

Le mouvement importune ceux qui ſont dans cet état, parce que les muſcles ſont tout gonflés du ſang des veines, & qu'etant en même

même tems privés de la quantité néceſſaire de fluïde nerveux, ils ne ſçauroient exercer leur contraction. Mais plus de tels malades évitent le mouvement, plus ils deviennent incapables d'en prendre, & plus s'augmente la cauſe du mal, c'eſt à dire, la réſiſtance des artères. Car c'eſt une choſe néceſſaire à la conſervation de la ſanté dans tout corps, que le ſang ſoit chaſſé dans les veines par le mouvement des muſcles; & quand ce mouvement vient à manquer, le ſang peut facilement croupir dans les veines, qui n'ont point de force de contraction qui leur ſoit propre; du moins la circulation ſe fait trop lentement, parce que la ſeule force des artères eſt obligée d'effectuer toute la propulſion du ſang par les veines. Les muſcles venant donc à perdre leur action, les veines ſe dilatent de plus en plus, les parties du corps ſe tendent, & les ſecretions vont toujours en diminuant; tandis que d'un autre côté la réſiſtance des artères au coeur augmente, parce que le coeur, trop tendu par ce ſang, en devient d'autant moins capable de ſurmonter la réſiſtance de l'aorte, étant en même tems privé de la quantité requiſe de fluïde nerveux, dont la ſecretion diminuée comme toutes les autres cauſoit dans nôtre malade la foibleſſe du corps & le tremblement des membres.

La ſaignée ne ſçauroit apporter ici aucun ſoulagement; c'eſt plutôt une néceſſité qu'elle augmente le mal. En effet, quand on deſemplit les veines de quelque partie de leur ſang, la réſiſtance qu'elles font aux artères diminüe; & moins les artères éprouvent de reſiſtance, plus elles acquierent de force elaſtique, & exercent d'action ſur le fluïde qu'elles renferment, pourvù qu'il demeure une quantité de ce fluïde qui ſuffiſe pour réagir. La force élaſtique des artéres étant augmentée, elles réſiſtent au coeur plus qu'auparavant, lorsque la réſiſtance du ſang les contraignoit à ſe dilater davantage. Le ſang preſſé avec plus de force par les vaiſſeaux, y coule auſſi avec plus de rapidité; & par conſéquent la preſſion des artères ſur le ſang augmentant ſa viteſſe, le frottement des parties du ſang, & avec ce frottement la chaleur & la raréfaction, prennent plus de force. Par où il paroît

que la ſaignée augmente la réſiſtance des artères au coeur, & que la force du coeur ne peut plus y pouſſer qu'une moindre quantité de ſang. En attendant la viteſſe du cours du ſang dans les artères étant accrüe, il paſſe dans les veines la même quantité de ſang que celle qui y circuloit auparavant avec plus de lenteur, & ce ſang plus raréfié tend les veines tout comme avant la ſaignée; c'eſt pourquoi les veines de tout le corps, avec le coeur & les poumons, ſoutenant dans la même proportion la charge d'une trop grande quantité de ſang, ſont dans une tenſion, qui irrite, plutôt que de les diminuer, tous les ſymptômes du mal, angoiſſes, tremblemens, palpitations, &c. Auſſi la jeune fille en queſtion les endura-t-elle tous à la ſuite de la ſaignée.

Lorsqu'il ſe jette dans le coeur une fois & demie plus de ſang, que le coeur n'en peut chaſſer dans les parties du corps, (comme en font foi les quarrés de l'artère & des veines du poûmon une fois & demie plus grands que celui de l'aorte,) il faut de toute néceſſité que le coeur ne puiſſe jamais bien ſe vuider. Le ventricule antèrieur, ou droit, a par ſa ſtructure naturellement lâche beaucoup plus de dilatabilité que le ventricule poſtèrieur, ou gauche, dont la pleine évacuation ne peut être empêchée, ni le relâchement proceder que d'une extrême réſiſtance de l'aorte. Il doit donc naître de cette réſiſtance de l'aorte des ſymptômes beaucoup plus violens que ceux qui peuvent arriver, lorsqu'il n'y a que l'entière évacuation du ventricule droit qui ſoit empêchée. Car le ſang tendant continuellement toutes les veines du corps & les vaiſſeaux des poûmons jusqu'au coeur, & étant enſuite arrêté à ſa ſortie par l'aorte, il charge ſans ceſſe l'embouchure veineuſe des deux ventricules; & entrant dans le coeur avec une quantité une fois & demie plus grande que celle qui en eſt chaſſée dans le corps, les ventricules qui ne ſont jamais exactement vuidés, ne ceſſent d'agir ſur le ſang qui y demeure, parce que le nouveau ſang qui y entre les irrite & les détermine à la contraction. (f) Cette irritation con-

(f) Voyez les expériences qui le prouvent dans la Diſſertation inaugurale de M. *Ens; De cauſſa vitæ alternas cordis producente*, imprimée à Utrecht, en 1745. §. XXXVII. & ſuiv.

continuelle du coeur, & ſon action trop fréquente ſur le fluïde qu'il contient, cauſent le tremblement du pouls, l'augmentation de la réſiſtance, & l'empêchement du cours, produiſent les palpitations, & à la fin les tremblemens & les angoiſſes, qui ont ſi fort déſolé notre malade, & qui ne venoient que de la réſiſtance de l'aorte.

La violence de tous ces ſymptomes prit ſurtout ſes accroiſſemens dans cette jeune fille, lorsque la plethore augmentée cauſa une expanſion de tous les vaiſſeaux du corps. Les années les plus incommodes & les plus dangereuſes pour le ſexe, ſont celles où les régles ſont prêtes à commencer, & celles où elles tendent à leur fin. Dans l'un & dans l'autre de ces tems, le ſang qui ſe trouve avec trop d'abondance dans les vaiſſeaux du corps, devient la cauſe de pluſieurs maladies. Si les régles ne parurent point du tout dans la perſonne dont il s'agit, c'eſt que le ſang étoit porté des artères aux parties naturelles dans une quantité au deſſous de celle qui étoit requiſe pour cette excrètion; & auſſi que les vaiſſeaux excrètoires de l'uterus, étant trop élaſtiques, trop étroits & trop forts, refuſoient le paſſage au ſang avec une réſiſtance que le coeur n'etoit pas en état de ſurmonter, en envoyant une quantité ſuffiſante de ſang dans l'uterus. Faute donc de ce flux, les vaiſſeaux des veines trop tendus par le ſang qui les rempliſſoit, irriterent tous les ſymptomes; & depuis ce tems-là il falut abſolument qu'on vit augmenter à vuë d'oeil la difficulté de reſpirer, parce que les vaiſſeaux des poûmons trop tendus comprimoient les cellules qui reçoivent l'air des bronchies; auſſi bien que les tremblemens, les angoiſſes & les palpitations, parce que la quantité du ſang qui rempliſſoit les cavités du coeur étoit plus grande que celle dont ces mêmes cavités pouvoient effectuer l'evacuation.

On doit faire auſſi attention que les remedes dont la malade avoit fait uſage, & le genre de vie qu'elle menoit, étoient bien plus propres à aggraver ſon état qu'à l'allèger. J'ai déjà fait voir ci-deſſus, que la ſaignée augmentoit la cauſe & les accidens du mal, en augmentant la force des artères. Mais le Chirurgien y avoit encore joint des

*emménagogues*, qui avec les purgatifs, ont excité de plus en plus par leur force irritante les vaiſſeaux à la contraction, au lieu que, pour ſe promettre un effet ſalutaire des remèdes, on auroit dû travailler au contraire au relâchement des Vaiſſeaux. Pendant ce tems-là la malade elle-même, à force d'eſprit de vin, renforçoit ſans ceſſe la diſpoſition des vaiſſeaux à ſe contracter, & donnoit au ſang une raréfaction, qui achevoit de gonfler les veines déjà tenduës par la ſeule plénitude, & opéroit la compreſſion de toutes les parties. L'inaction & la vie ſedentaire arrêtant auſſi le reflux du ſang par les veines, l'y faiſoit croupir de plus en plus. C'eſt pourquoi, tout mouvement du corps ayant ceſſé, quand la malade vint à s'aliter, le progrès de tous les maux fut alors fort rapide, jusqu'à ce que le ſang tendant exceſſivement les veines & toutes les cavités du coeur, redoubla les palpitations, & s'arrêtant enfin dans les vaiſſeaux du poûmon, d'où l'aorte lui refuſoit la ſortie, cauſa la ſuffocation qui fut ſuivie de la mort. De là vient que dans le cadavre toutes les cavités du coeur avec les veines de tout le corps & les vaiſſeaux du poûmon, étoient remplis de ſang coagulé; & il faloit que cela fut ainſi, puisque c'étoit le croupiſſement de ce même ſang, qui avoit cauſé la mort. En effet, tant que le coeur avoit pû ſurmonter la réſiſtance de l'aorte, & faire entrer le ſang dans cette artère & dans ſes rameaux, il n'y avoit pas moyen que la malade périt de ſuffocation; mais le coeur inſenſiblement affoibli & relâché, tant par ſon extrême replétion que par l'action trop fréquente qu'il étoit obligé d'exercer, ne fut plus à la fin en état de ſurmonter la réſiſtance de l'aorte, & de ſe débarraſſer de la maſſe de ſang qu'il contenoit, de ſorte que ſa contraction ceſſant, il ceſſa de ſe mouvoir & de vivre.

Ce qui nous reſte encore de plus remarquable à conſidérer à l'egard de ce coeur, c'eſt une choſe particuliere aux vaiſſeaux du poûmon, excluſivement aux autres vaiſſeaux du corps humain; & qui, dans le cas que nous rapportons, ne ſouffrit aucun changement, malgré l'expanſion plus que naturelle qu'éprouverent ces vaiſſeaux. Une Obſervation

vation connuë & commune en Phyſiologie, (g) c'eſt que l'artère du poûmon a plus de largeur que la veine qui l'accompagne, par une dimenſion contraire à celle de toutes les autres artères, qui ſont toujours beaucoup plus étroites que les veines par tout le reſte du corps. *Santorinus* eſt le premier qui ait trouvé les juſtes calculs de cette proportion, & il a donné (h) pour rapport du quarré des veines au quarré de l'artère du poûmon la proportion de 39: 47. Toutes les Obſervations exactes de ces proportions, priſes ſur les cadavres, s'accordent avec les ſiennes. L'Auteur Anglois *Nichols* a prétendu (i) à la vérité avoir trouvé une proportion contraire, par laquelle le quarré des veines ſeroit à celui de l'artère du poumon, comme $\frac{1}{4}$ à 1. Mais ſi jamais aucune obſervation faite d'aprés les corps auroit du favoriſer le calcul de *Nichols*, ce ſeroit aſſurément la nôtre; puiſque le ſang accumulé au devant du ventricule gauche du coeur, & agiſſant avec force pour tendre les veines du poûmon, auroit pu en augmenter conſidèrablement les canaux. Mais dans ce coeur, dont le ſang avoit pourtant dilaté toutes les parties, la proportion des quarrés des veines à celui de l'artère du poumon, ne laiſſa pas de demeurer dans la raiſon de 152: 159; c'eſt à dire la même que les autres Phyſiologues ont obſervée dans l'etat naturel du coeur; ce qui prouve que *Nichols* a fait ſon calcul d'après des veines du poûmon dont la ſtructure n'etoit point du tout conforme à la Nature, ou qu'il a mal pris ſes dimenſions des quarrés des Vaiſſeaux du poûmon. Nôtre même obſervation répand auſſi de l'incertitude ſur la meſure que l'illuſtre M. *de Senac* a donné de la proportion des vaiſſeaux, ſuivant laquelle il fait le quarré des veines plus grand que celui des artères. Car il ne peut



(g) On trouve cette Obſervation ſouvent répétée dans le Comment. de M. *de Haller* ſur *Boerhaave*. Voy le Tom. II. p. 31. *not.* d. p. & 165. *not.* β. Voyez auſſi *Auriviſlius*, dans ſa belle Diſſertation, *de cavitatum cordis inæquali amplitudine*, §. II - X.

(h) *Santorin. Obſerv Anatom.* Cap. VIII. p. 144. 145.

(i) Philoſ. Tranſ. N. 410.

jamais y avoir eu de cauſe plus propre à étendre davantage les vaiſſeaux du coeur & du poûmon, que ce défaut de paſſage qui empêchoit le ſang de paſſer du ventricule gauche dans l'aorte. Auſſi une autre meſure que M. *de Senac* a priſe des vaiſſeaux du poumon, s'eſt trouvée fort differente de la première, qu'il paroit avoir plutôt employée en vuë de réfuter *Santorinus*, qu'afin d'en faire une régle conſtante. Cette ſeconde meſure s'accorde beaucoup mieux avec la nature, & avec les déterminations que nous & d'autres avons indiquées; car il y met les quarrés de l'artere & des veines du poûmon dans la proportion de 3 : 2. Cette difference entre les veines du poûmon & les autres a paru de tout tems une queſtion intereſſante en Phyſiologie; & ceux qui ont cherché la cauſe & la raiſon de ce phenomene ſe ſont partagés en diverſes opinions. *Helvetius*, qui a le premier obſervé cette diverſité propre aux veines du poûmon, a été dans l'idée que la denſité du ſang, cauſée par le rafraichiſſement que l'air y apporte dans les plus petits vaiſſeaux des poûmons, étoit cauſe que le ſang occupant moins d'eſpace dans la veine que dans l'artere, dilatoit celle-ci davantage, & produiſoit moins cet effet ſur les veines du poûmon. *Santorin* entr'autres a réfuté cette opinion, & a fait voir que la condenſation du ſang étoit tout à fait inſuffiſante pour l'explication de ce phénomene. Il a donc allégué une autre cauſe, ſçavoir que le reflux du ſang ſe fait avec plus de viteſſe par les veines du poûmon, au lieu que le paſſage eſt plus difficile par l'artére du poûmon, d'où il a inféré que l'artére du poûmon & le ventricule droit ſouffrent plus de dilatation par cette réſiſtance que les veines; mais il n'a point dit, pourquoi les veines, ou l'artére du poûmon ne ſçauroient étre dilatées par la réſiſtance que le ſang leur oppoſe.

*Michelotti*, Auteur Italien, cherchant la cauſe de ce fait dans l'utilité qui revient de la ſtructure étroite des veines du poûmon, a voulu expliquer (k) ce phenomene en ſuppoſant que le ſang de la veine du poûmon a plus de fluïdité que celui de l'artere, & qu'ainſi il tend

(k) Dans une Lettre à M. *de Fontenelle*.

tend & dilate moins les veines que les artères; mais il ſuffit pour détruire ce ſentiment d'obſerver, que la preſſion du ſang étant plus grande dans les artères, y doit tout au contraire augmenter la fluïdité, au lieu que dans les veines où le ſang coule fort aiſément d'un canal plus étroit dans un plus large par la force de ſon poids, cet effet de la preſſion ne ſçauroit être tel qu'il le prétend. Ajoutez encore une raiſon pour laquelle le ſang doit avoir plus de denſité dans les veines du poûmon, que dans l'artère; c'eſt que, par cette vapeur qui ſort des vaiſſeaux des poûmons, & ſurtout de leurs petits rameaux artériels, le ſang ſe dépouïlle de pluſieurs particules aqueuſes, avant que de paſſer dans la veine du poûmon; d'où il réſulte néceſſairement qu'il avoit plus de fluïdité dans l'artère, qu'il ne lui en reſte dans les veines. Mais la quantité de cette vapeur n'eſt pas aſſez conſidérable, pour cauſer entre les veines du poûmon & l'artère une proportion qui ſoit comme 2 à 3.

C'eſt pourtant à de pareilles opinions qu'ont acquieſcé la plupart des Phyſiologues; ſeulement les plus modernes ont cherché dans la réſiſtance du ſang à ſon paſſage par l'artère du poûmon, la cauſe de la dilatation de cette artère & du ventricule droit; & pour la capacité plus étroite des veines, ils l'ont attribuée à la condenſation du ſang, par laquelle il occupoit moins d'eſpace. Tout récemment un Suédois, (*Aurivillius*,) dans une fort belle Diſſertation qu'il a donnée ſur l'inégalité des cavités du coeur, a prouvé que la circulation même du ſang, par les obſtacles divers & fréquens qui l'embarraſſent dans le poûmon, eſt la cauſe de ce que le ventricule droit & l'artère du poûmon ont plus de largueur que la veine. Il fait voir que l'artére du poûmon & le ventricule droit ſont conſtruits de maniere à ceder facilement à la quantité du ſang qui les dilate, au lieu que le paſſage du ſang à travers les veines du poûmon n'eſt pas auſſi libre. En effet c'eſt l'inſpiration qui fait paſſer le ſang des artères dans les veines du poûmon, en allongeant les plus petits rameaux des veines qui ſont affaiſſés & ſe rident dans l'exſpiration, ce qui fait qu'ils réſiſtent à leur réplé-

tion,

tion, lorsqu'ils doivent recevoir le ſang des plus petits rameaux de l'artère du poûmon. Or la dilatation des poumons par l'inſpiration, en leur donnant plus d'eſpace, les allonge, & au lieu que ces petits tuyaux dans l'expiration étoient comprimés & ovales, ils deviennent dans l'inſpiration plus circulaires, dont la capacité eſt la plus grande. Mais lorsque l'exſpiration dure un peu trop longtems, ce qui arrive fort ſouvent pendant la vie, ſoit lorsqu'on parle trop longtems, ou qu'on fait quelque autre action qui prive le poûmon d'air, ſans reprendre haleine, alors on attire une plus grande quantité de ſang qu'il n'en peut paſſer pendant le même tems par les veines; d'où il arrive que les petits rameaux des veines du poûmon, obſtrués en partie par l'inflammation qui y naît ou par la lenteur du ſang, réſiſtent au courant de ſang qu'apporte l'artére du poûmon. C'eſt pour cela donc qu'il étoit d'une néceſſité abſoluë que l'artére avec le ventricule droit du coeur euſſent plus de dilatabilité que la veine, de peur que le ſang arrêté à ſon paſſage des veines du poûmon dans l'artère, n'en dechirâtes petits rameaux, s'ils n'avoient pû ceder. Cela fournit une explication entierement ſatisfaiſante du phénomene en queſtion, ſçavoir d'où vient que la dilatation du ventricule droit eſt plus grande que celle du gauche, & la dilatation de l'artère du poûmon plus grande que celle de la veine; & je ne vois pas qu'il y ait rien à y ajouter. Mais on n'a pas été plus loin, & l'on n'a pas ſeulement penſé à chercher dans la ſtructure & dans l'inſertion des veines du poûmon la raiſon de la ſingularité qui les rend ſi étroites dans cette partie du corps, tout au contraire de ce qu'elles ſont dans les autres. Toutes les recherches ſe ſont bornées à expliquer l'amplitude de l'artère du poûmon & du ventricule droit du coeur; & l'on s'eſt contenté d'attribuer la capacité étroite des veines au changement que le ſang éprouve dans les poûmons, & à l'augmentation de la viteſſe de ſon cours à travers les veines. L'Auteur Suedois que nous avons cité, a cependant cru, (1) & avec raiſon, que les obſervations faites ſur les cadavres de perſonnes, en qui

(1) *ub. ſupra.*

les

les organes de la reſpiration avoient beaucoup ſouffert par le ſang qui s'y étoit engorgé, pouvoient être d'un grand uſage pour l'explication de ce phénomene. Effectivement, ſi cette proportion des veines aux arteres du poûmon demeure moindre, même dans ceux en qui le ſang apporté par les veines du poûmon ſouffre des obſtacles qui l'arrêtent dans ſon paſſage au ventricule droit du coeur, il s'enſuit de là que la cauſe de cette differente capacité des vaiſſeaux dont nous parlons, doit ſe trouver dans la ſtructure même des veines du poûmon, & non dans le changement qu'y produit le ſang qui les remplit.

La choſe devient indubitable, ſi l'on examine l'inſertion des veines du poûmon dans leur ample ſinus; on apperçoit évidemment qu'il y a des raiſons mechaniques, en vertu desquelles ces veines doivent être plus étroites que les autres veines du corps & que l'artère du poûmon. En effet les veines du poûmon s'inſerent (*fig.* 2. *lett.* E.F.G.H.I.) dans un ſac quarré membraneux d'une très grande largeur, qui s'appelle le ſinus, ou ſac pulmonal; & cette inſertion ſe fait par des endroits tout à fait différens. Ce ſinus pulmonal reçoit le ſang des veines du poûmon, & ſe vuide dans le ventricule gauche du coeur. Or dans le coeur ſur lequel roule ce Mémoire, le ventricule avec l'oreille gauche (*fig.* 2. *lett.* D.) qui lui ſert d'appendice, pouvoit contenir plus de ſang que le ventricule gauche n'en recevoit en une fois. Car dans l'etat de dilatation où ſe trouvoit ce coeur, la proportion de ce ſinus pulmonal au ventricule gauche étoit beaucoup plus grande qu'elle ne l'eſt naturellement; & cette grandeur étoit tellement augmentée, que ſa hauteur qui n'a coutume d'être qu'égale à la moitié de la hauteur du ventricule poſterieur, avoit autant de longueur qu'en a ce ventricule depuis ſa baſe jusqu'à ſa pointe, lorsque ce ſinus & le ventricule eurent été remplis; ce qui faiſoit 32 lignes, pied de Paris; & pour ſa largeur, depuis l'oreille gauche jusqu'au bord droit du ſinus, elle étoit de 30 lignes, quoique naturellement elle n'aille pas au delà de vingt. Quant à l'eſpace depuis ſa paroi poſterieure jusqu'à celle qui ſépare le ſinus droit de la veine cave du ſinus pulmonal, dans l'endroit

où il étoit le plus étroit, il avoit 19 lignes; & dans celui où il étoit le plus large, il en avoit 22; de ſorte que cela faiſoit une cavité quarrée extrèmement dilatée, qui eſt marquée dans la fig. 2. par la lettre C. Sa capacité s'etoit pareillement accruë en raiſon de ſa grandeur, & il pouvoit contenir jusqu'à douze onces, au lieu que le ventricule gauche n'en contenoit pas au delà de quatre. Ainſi cet accroiſſement paſſoit le triple de la capacité naturelle du ſinus pulmonal: obſervation, qui fait bien voir que le ſinus pulmonal eſt ſuſceptible d'une extraordinaire dilatation. De plus c'eſt une choſe reconnuë, que la preſſion ſur les cotés des vaiſſeaux dilatables s'accroît en raiſon de la maſſe, ou de la capacité; en ſorte qu'un vaiſſeau dilatable qui a de l'amplitude, eſt bien plus dilaté par le fluïde qu'il contient, qu'un canal qui le reçoit par un orifice étroit. La preſſion du fluïde ſur le canal ſe réduit même presque à rien, à proportion que ſon embouchure eſt moindre par rapport au vaiſſeau dans lequel elle s'inſere. Or l'embouchure de la plus grande des veines du poûmon par rapport à la cavité où elle s'inſere, eſt comme 49: 1118; d'où l'on voit que la preſſion du ſang ſur ce canal eſt très petite à proportion de celle qui a lieu ſur le ſac pulmonal; & que par une conſéquence de ſon plus grand diamètre, ce ſac eſt bien plus aiſément dilaté par le ſang qui y entre, s'il rencontre de la réſiſtance quand il veut en ſortir, que ne le ſont les veines du poûmon. Car celles-ci s'inſerent en divers endroits (*fig.* 2. *lett.* E.F.G.H.I.) dans l'ample ſinus pulmonal; & le ſang qui aborde ainſi par pluſieurs petits canaux, peut couler tout à fait librement dans ce ſinus, ſans exercer aucune preſſion ſur ces canaux, pourvû qu'il ſe décharge dans le ſinus, dont il preſſera alors & dilatera les cotés, après avoir quitté le canal où il couloit librement. De plus, dans l'etat naturel, les veines du poûmon trouvent ce ſinus pour la plus grande partie vuidé lorsqu'il a chaſſé dans le ventricule gauche du coeur le ſang qu'il a reçu; en ſorte qu'une onde de ſang, amenée par le pouls précedent, eſt jettée du ſinus dans le ventricule, ſans que les veines du poûmon éprouvent dans leur évacuation aucune réſiſtance de la part du ſang

qui

qui a été précedemment dans le ſinus. Le ſang coulant donc avec une parfaite liberté des poûmons dans le ſinus pulmonal par ces canaux divergens des veines du poûmon, ne ſçauroit les dilater. Mais il leur arrive ce qui réſulte clairement de nôtre Obſervation, & qui qui eſt confirmé par les Loix de l'Hydroſtatique ; c'eſt que le ſinus qui a de l'amplitude eſt plus facilement dilaté, que les canaux des veines du poûmon, qui ſont étroits. D'où il s'enſuit que, ſi le ſinus a été évacué, le ſang qui coule par les veines du poûmon, ne ſçauroit naturellement leur faire ſouffrir aucune preſſion. Comme outre cela le chemin des veines au ſinus pulmonal par les poûmons eſt très court, le ſang peut exercer d'autant moins de preſſion ſur ces canaux. Toutes les raiſons de dilatation que nous obſervons dans les autres veines du corps humain, n'ont aucun lieu par rapport aux veines du poûmon. Car les premières ont un beaucoup plus grand eſpace à parcourir par tout le corps que celles-ci; & dans ce long eſpace, où il ne leur reſte que la force qu'elles conſervent de l'impreſſion des artères, pour pouſſer le ſang qui par le poids même de ſa maſſe reſiſte à ſon cours, le mouvement des muſcles venant à manquer, le ſang doit revenir par les veines au ſinus droit du coeur; mais il rencontre tant d'obſtacles à ſurmonter en ſon chemin, qu'il eſt d'une parfaite néceſſité que la maſſe du ſang ainſi retardée dilate les canaux des veines dans tout le reſte du corps. Outre cela le ſang des veines du corps trouve à ſa ſortie pour entrer dans le ſinus & le ventricule droit du coeur, beaucoup plus de difficulté, que celui des veines du poûmon. Car les veines caves, la ſupérieure & l'inférieure, forment par leur concours le ſinus droit, dans lequel l'onde ſupérieure du ſang peut preſſer l'inférieure, ſoit que le corps ait une ſituation droite, ou penchée; & ces veines ont de fort grandes embouchures, par leſquelles elles s'inſerent dans leur ſinus, où elles portent une beaucoup plus grande quantité de ſang que les veines du poûmon dans le leur. Nôtre Obſervation confirme encore que le ſinus droit n'eſt pas ſi dilatable que le ſinus pulmonal, puiſque celui-ci s'etoit

élargi presque le double plus que l'autre, au lieu que naturellement le ſinus droit a coûtume d'etre plus grand que le gauche, ou du moins de lui être égal. De plus, le ſang du ventricule droit du coeur trouve beaucoup plus d'obſtacles à ſon paſſage par le poûmon à travers la foible artère du poûmon, que le ſang du ventricule gauche n'en rencontre naturellement par l'aorte. Or dès que la ſortie du ſang hors du ſinus droit eſt empêchée, il eſt forcé de croupir dans les veines caves & des les dilater; & ces veines par la ſtructure de leur ſinus cedent davantage, & ſont beaucoup plus lâches que les veines du poûmon. Au contraire il paroît par ce qui a été dit ci-deſſus, que lorsqu'il y a des obſtacles à la ſortie du ſang, le grand ſinus pulmonal ſe dilate, mais que cela n'arrive point aux veines étroites du poûmon; d'où il ſuit que la raiſon pour laquelle ces veines ont des proportions moindres que celles des autres veines du corps, & de l'artère du poûmon qui y répond, conſiſte principalement dans leur inſertion à l'ample ſinus pulmonal, qui produit un défaut de réſiſtance & de preſſion de la part du ſang qui y eſt contenu, & qui paſſe à travers ces veines. Puisque toutes les cauſes, qui produiſent la dilatation des veines dans le reſte du corps, n'ont aucun lieu à l'egard de celles du poûmon, il eſt clair qu'en vertu de leur ſtructure & de leur inſertion, elles ne peuvent changer leur diamètre naturel, ſuivant la régle; la cauſe ceſſant, l'effet ceſſe auſſi.

Je ſuis donc bien éloigné de croire, avec *Helvetius* & d'autres Phyſiciens, que le rafraîchiſſement & la condenſation du ſang ſoyent la cauſe pour laquelle ces veines ſont plus étroites. Cette cauſe n'eſt point ſuffiſante pour produire cet état des veines, & pour le conſerver, lorsque la libre ſortie du ſang hors du ventricule gauche eſt arrêtée, comme cela a lieu dans le cas de nôtre Obſervation, où la proportion de ces veines eſt demeurée la même, quoique la capacité du ſinus pulmonal eut été augmentée.

Ce n'eſt pas au reſte ſans une très grande utilité que la nature a fait le ſinus pulmonal ſi dilatable, & qu'elle a mis les veines du poûmon à l'abri de la preſſion du ſang; car par cette ſtructure il arrive que, de la même ma-

maniere que le ventricule droit peut contenir le ſang, qui eſt arrêté à ſon entrée dans l'artère du poumon, & à ſon paſſage par les poûmons; de même auſſi, le ſinus pulmonal peut garder le ſang apporté par les veines du poûmon, que le ventriculegauche ne reçoit pas. Cet arrangemen auroit pû devenir très aiſément prèjudiciable au corps, ſi les veines du poûmon avoient eu la même dilatabilité que celles du reſte du corps. En effet en s'etendant elles boucheroient le paſſage au ſang qui arrive par les petits rameaux de l'artère du poûmon; & étant trop dilatées elles agiroient d'autant plus avec les artères pour preſſer les cellules des poûmons, & refuſer l'entrée à l'air. La Nature a donc voulu, que le ſang, après avoir ſurmonté les défilés étroits des petits rameaux de l'artère du poûmon, pût refluër librement par les veines dans le ſinus pulmonal. C'eſt pour cela qu'elle a ouvert cinq embouchures, ou petits troncs, qui aboutiſſent à un grand ſac dilatable, où elles peuvent porter leur fluïde librement & ſans riſque qu'il régorge. Car la cavité du ventricule gauche étant moindre, & n'ayant aucun mouvement de pulſation, reçoit une quantité de ſang moindre que celle qui eſt apportée de l'artère du ponmon par les veines du poûmon; or ce qui demeure dans les veines y croupiſſant, accableroit les poûmons, & cauſeroit des oppreſſions continuelles, s'il n'y avoit été pourvû par la fabrique du ſinus pulmonal, qui contient le reſte du ſang du ventricule gauche, ſans en recevoir aucun dommage, & empêche par la facilité qu'il a à ſe dilater une trop grande expanſion des veines du poûmon, qui nuïroit à la reſpiration. La jeune fille, dont le coeur étoit dans l'etat extraordinaire que j'ai décrit, n'auroit pû même vivre ſi longtems, ſi le ſinus pulmonal par ſa dilatabilité n'avoit ſuffi à contenir & garder le ſang arrêté à ſa ſortie par l'aorte. Car ce ſang auroit tellement dilaté les veines du poûmon, dans leſquelles il auroit autrement falu qu'il croupît, qu'il auroit fermé l'entrée, & au ſang qui arrivoit par l'artère du poûmon, & à l'air, par la compreſſion que les vaiſſeaux gonflés de ſang auroient cauſée aux cellules des poûmons; ce qui auroit avancé de beaucoup la ſuffocation.

# EXPLICATION
# DES FIGURES.

## La premiere Figure repréſente la face anterieure du Coeur dilaté.

A. La convexité anterieure du Coeur.
B. La ſurface du ventricule droit.
C. La partie anterieure du ventricule droit, qui doit être vüe.
D. L'Oreillette droite.
E. La veine Cave ſuperieure.
F. L'Artere du poûmon, ſortant du ventricule droit.
G L'Artère Aorte trop étroite.
H. La Souclaviere droite.
I. Son rameau carotide droit.
K. La Souclaviere gauche.
L. Le rameau carotide gauche.
M. L'oreillette gauche du Coeur.
N. Le ſinus pulmonal qui avance entre les vaiſſeaux dans la partie poſterieure du coeur.
O. La veine pulmonale droite ſuperieure.
P. Le rameau de la veine pulmonale droite inferieure.

## FIGURE II. La face poſterieure du même coeur.

A. La face convexe du ventricule gauche, ou poſterieur.
B. La partie poſterieure du ventricule droit.
C. Le ſinus pulmonal fort ample, & s'elevant beaucoup au deſſus du ſinus droit.
D. L'oreillette gauche, attachée au bord droit du ſinus.
E. La veine pulmonale droite ſupérieure, & trés grande.
F. La veine pulmonale droite moyenne, & trés petite.
G. La veine pulmonale droite inferieure.
H. La veine pulmonale gauche ſuperieure.
I. La veine pulmonale gauche inferieure.
K Le tronc de la veine coronaire.
L. L'Artere Aorte qui deſcend en faiſant un Arc.
M. Le rameau droit de l'Artère pulmonale.
N. Son rameau gauche coupé.
O. L'Artere ſouclaviere droite.
P. La carotide droite.
Q. La Souclaviere gauche.
R. La carotide gauche.
S. La veine cave ſuperieure.

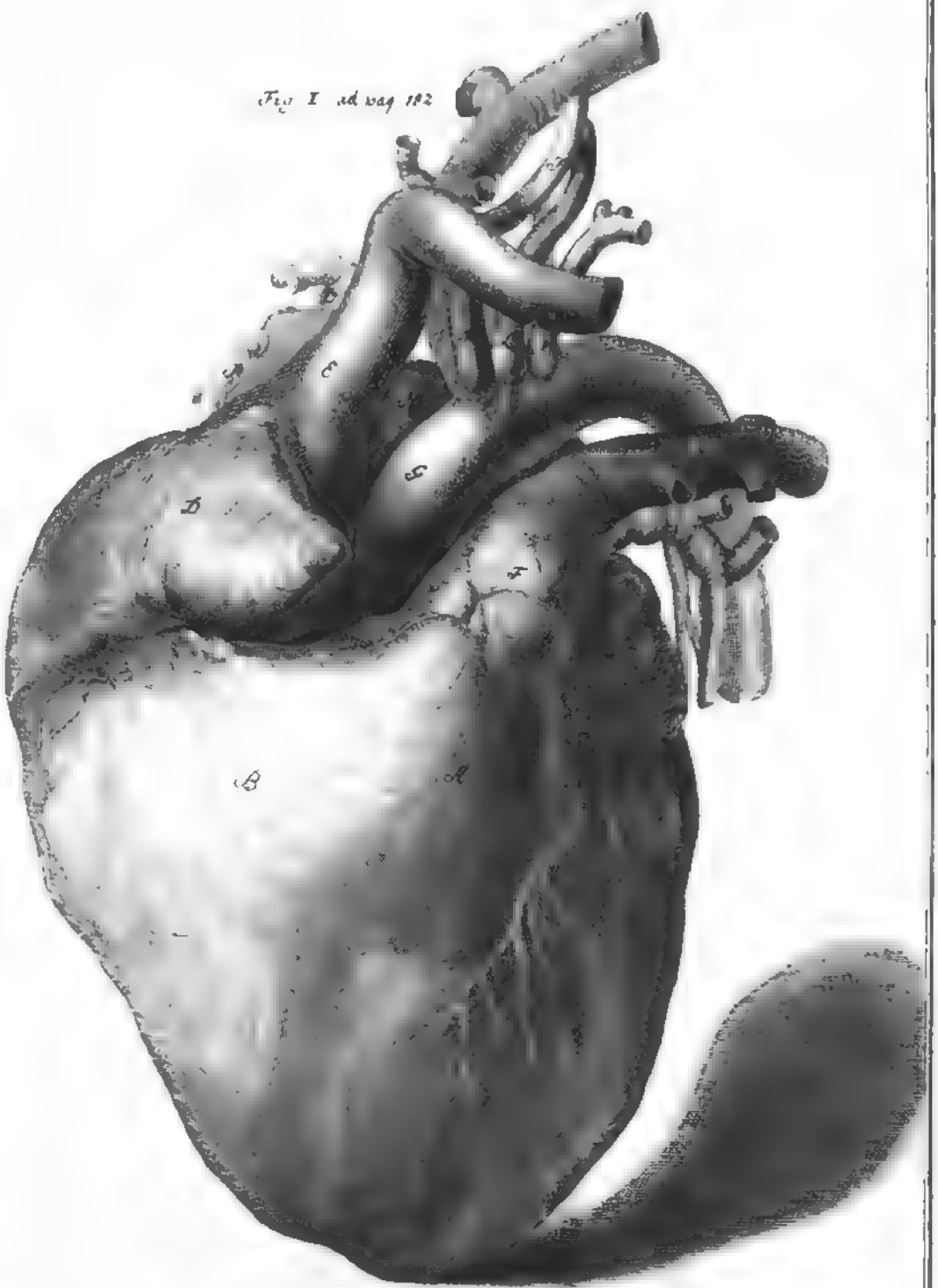


Fig. I. ad vag. 182
C
S
D
H
B
A

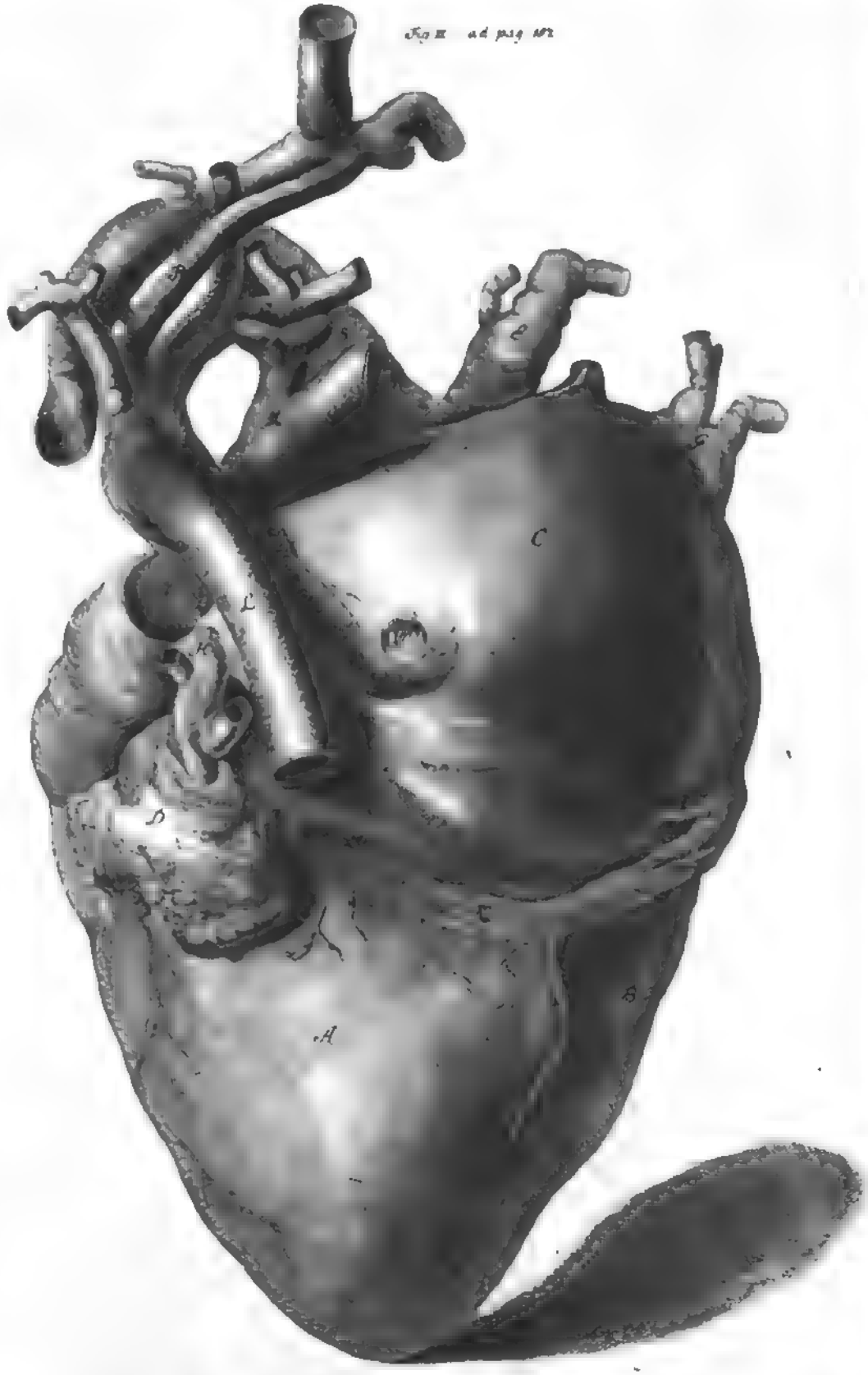


Fig. III. ad pag. 172
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L

# MEMOIRES
DE
# L'ACADEMIE ROYALE
DES
# SCIENCES
ET
# BELLES LETTRES.

---

*CLASSE DE MATHEMATIQUE.*

* * *

# DECOUVERTE
## D'UN NOUVEAU PRINCIPE DE MECANIQUE,

PAR M. EULER.

I.

Un corps eſt appellé ſolide, dont l'intérieur n'eſt aſſujetti à aucun changement, ou dont toutes les parties conſervent conſtamment la même ſituation entr'elles, quelque mouvement que puiſſe avoir le corps entier. Nonobſtant cette ferme & invariable liaiſon des parties, un corps ſolide peut recevoir une infinité de mouvemens differens, dont la determination & les loix, qui s'y obſervent, ſont l'objet de la Mecanique, ou Dynamique: & c'eſt par là, que cette ſcience ſe diſtingue de l'Hydrodynamique, ou Hydraulique, qui s'occupe dans la recherche du mouvement des corps fluides, dont toutes les parties ſont tellement dégagées les unes des autres, que chacune peut avoir un mouvement à part. Entre ces deux eſpeces de corps on peut conſtituer une moyenne, qui renferme les corps fléxibles, dont la figure eſt ſuſceptible d'une infinité de changemens: mais la conſidération du mouvement de ces corps ſe reduit aiſément à la Mecanique, & peut être dévelopée par les mêmes principes, de ſorte que dans cette Science il ne s'agit que des loix du mouvement, qui regardent les corps ſolides.

II. Entre l'infinité des mouvemens, dont un corps ſolide eſt ſuſceptible, le premier, qu'il faut conſidérer, eſt celui, où toutes les parties demeurent conſtamment dirigées vers les mêmes points de l'eſpace abſolu. C'eſt à dire, ſi nous concevons une ligne droite tirée par deux points quelconques du corps, cette ligne conſervera toujours la même direction, ou ce qui revient au même, elle demeurera perpétuellement parallele à elle-même. Un tel mouvement eſt nommé purement progreſſif, dont la propriété conſiſte en ce qu'à chaque inſtant toutes les parties du corps ſe meuvent avec des viteſſes egales ſelon la même direction. Ainſi lorsqu'un corps ſe meut d'un mouvement purement progreſſif, il ſuffit de ſavoir le mouvement d'un ſeul de ſes élémens, c'eſt à dire, le chemin qu'il parcourt avec la viteſſe à chaque endroit, pour connoître le mouvement du corps tout entier.

III. Or un corps, quoique ſolide, peut recevoir une infinité d'autres mouvemens; car il peut arriver qu'un point du corps demeurant immobile, tout le corps tourne autour de ce point; & il eſt clair que dans ce cas la viteſſe des differentes parties de ce corps ne ſera plus la même, & que la direction du mouvement ſera differente dans les differentes parties du corps. Neantmoins dès qu'on ſait le mouvement d'un ſeul point de ce corps, pendant qu'un autre point demeure en repos, on ſera en état de determiner le mouvement de tous les autres points du corps pour le même inſtant; car, puisque le corps eſt ſolide, il faut, que tous ſes points conſervent toujours la même ſituation par raport à ces deux, dont l'un eſt en repos, & le mouvement de l'autre connu. Ce mouvement de rotation ſe peut auſſi joindre au mouvement purement progreſſif, d'où réſulte un mouvement mixte, tel que nous obſervons dans la Terre, dont toutes les parties ſe meuvent en ſorte que le mouvement de chacune eſt different du mouvement de toutes les autres, tant par raport à la viteſſe, qu'à l'egard de la direction.

IV. Mais

IV. Mais comme le mouvement de rotation peut varier à l'infini, on n'a conſidéré jusqu'ici dans la Mecanique qu'une ſeule eſpece; faute de principes ſuffiſans pour ramener les autres au calcul. Cette eſpece renferme les cas, où un corps tourne autour d'un axe, ou immobile, ou qui demeure conſtamment parallele à ſoi-même, pendant que le corps ſe meut d'un mouvement progreſſif. Car dans ce dernier cas on peut décompoſer le mouvement du corps en deux, dont l'un eſt purement progreſſif, & l'autre ſe fait autour d'un axe fixe, conſervant toujours la même direction. C'eſt ainſi qu'on ſe repréſente le mouvement de la Terre, en le décompoſant dans le mouvement annuel, qu'on regarde comme purement progreſſif, & dans le mouvement diurne, qui ſe fait autour de l'axe de la Terre, entant qu'on regarde cet axe comme conſtamment dirigé vers les mêmes points du Ciel; faiſant abſtraction tant de la préceſſion des équinoxes, que de la nutation de l'axe de la Terre.

V. Quelque compoſé que ſoit le mouvement d'un corps ſolide, on le peut toujours décompoſer en un mouvement progreſſif & en un mouvement de rotation. Le premier s'eſtime par le mouvement du centre de gravité du corps, & il eſt toujours permis de conſidérer ce mouvement ſéparément & indépendamment de l'autre mouvement de rotation; & cette circonſtance nous fournit l'avantage, que nous pouvons toujours réciproquement conſidérer le mouvement de rotation indépendamment du mouvement progreſſif, s'il y en a; ou on peut entreprendre la recherche du mouvement de rotation, tout comme ſi le corps n'avoit aucun mouvement progreſſif. Pour cet effet on n'a qu'à imprimer dans la penſée à l'eſpace, où le corps ſe trouve, un mouvement progreſſif égal & contraire au mouvement du centre de gravité du corps, & par ce moyen on obtiendra le cas, où le centre de gravité du corps demeure en repos, quelque mouvement de rotation que puiſſe avoir le corps.

VI. Donc, quelque mouvement qui ait été imprimé d'abord à un corps ſolide, & de quelques forces qu'il ſoit ſollicité enſuite, pour déterminer ſon mouvement à chaque inſtant, on commencera par

conſidérer le corps, comme ſi toute ſa maſſe étoit réünie dans ſon centre de gravité, & alors on déterminera par les principes connus de la Mecanique le mouvement de ce point produit par les forces ſollicitantes; ce ſera le mouvement progreſſif du corps. Aprés cela on mettra ce mouvement progreſſif à part, & on conſidèrera ce même corps, comme ſi ſon centre de gravité étoit immobile, pour déterminer le mouvement de rotation, ayant égard tant au mouvement imprimé au commencement, qu'aux forces dont il doit être altéré dans la ſuite. Et quand on ſera venu à bout de cette recherche, en combinant enſemble ces deux mouvemens trouvés ſeparement, on ſera en état d'aſſigner pour chaque inſtant le vrai mouvement dont le corps ſera porté.

VII. Suppoſant donc le centre de gravité d'un corps ſolide quelconque en repos, ce corps ſera néantmoins ſuſceptible d'une infinité de mouvemens differens. Or je démontrerai dans la ſuite, que, quel que ſoit le mouvement d'un tel corps, ce ſera pour chaque inſtant non ſeulement le centre de gravité qui demeure en repos, mais il y aura auſſi toujours une infinité de points ſitués dans une ligne droite, qui paſſe par le centre de gravité, dont tous ſe trouveront également ſans mouvement. C'eſt à dire, quel que ſoit le mouvement du corps, il y aura en chaque inſtant un mouvement de rotation, qui ſe fait autour d'un axe, qui paſſe par le centre de gravité: & toute la diverſité qui pourra avoir lieu dans ce mouvement, dépendra, outre la diverſité de viteſſe, de la variabilité de cet axe, autour duquel le corps tourne à chaque inſtant; ou bien la queſtion revient à ce qu'on cherche, ſi le corps tournera conſtamment autour du même axe, qui ſeroit par conſéquent immobile, ou ſi l'axe de rotation changera lui même de ſituation, de ſorte que le corps tourne ſucceſſivement autour de diverſes lignes, qui paſſent par ſon centre de gravité.

VIII. Pour faire voir maintenant combien on eſt avancé jusqu'ici dans la détermination de ces mouvemens de rotation, dont un corps ſolide eſt ſuſceptible, je remarque que les principes de Mecanique

que, qui ont été établis jusqu'à préſent, ne ſont ſuffiſans, que pour le cas, où le mouvement de rotation ſe fait continuellement autour du même axe. Donc, puisqu'on peut nommer les extrémités de cet axe les poles du corps, c'eſt le cas où les poles du corps demeurent conſtamment auſſi bien en repos, que le centre de gravité. Or dès que l'axe de rotation ne demeure plus le même, & que les poles, autour desquels le corps tourne, changent eux-mêmes, alors les principes de Mecanique connus jusqu'ici ne ſont plus ſuffiſans à déterminer ce mouvement. Il s'agit donc de trouver & d'établir de nouveaux principes, qui ſoient propres à ce deſſein; & cette recherche ſera le ſujet de ce Mémoire, dont je ſuis enfin venu à bout après pluſieurs eſſais inutiles, que j'ai fait depuis long-tems.

IX. Mais, avant que d'entrer dans cette recherche, il ſera à propos de déterminer plus exactement les cas, où un corps ſolide peut tourner autour d'un axe immobile paſſant par ſon centre de gravité, afin qu'on puiſſe mieux juger, en quelles occaſions les principes connus de Mecanique peuvent être emploiés avec ſuccès: & de là on connoitra en même tems, que dans tous les autres cas ces principes ne ſeront plus ſuffiſans, mais qu'il faut avoir recours à ces principes nouveaux, dont j'entreprends ici la recherche. Or, pour juger ſi un corps peut tourner autour d'un axe immobile, ou non? il faut avoir égard tant à la conſtitution du corps même, qu'aux forces dont il eſt ſollicité. Car, quand même il n'y a point de forces, qui agiſſent ſur le corps, dès qu'il commence à tourner autour de quelque axe, chaque particule ſera pouſſée par ſa force centrifuge; & ce n'eſt que dans le cas, où toutes ces forces centrifuges ſe détruiſent mutuellement, que le mouvement autour de cet axe immobile pourra ſubſiſter.

X. Soit donc un corps ſolide quelconque, qui tourne librement *Fig.* autour d'un axe immobile A*a*, qui paſſe par ſon centre de gravité O. Je conſidèrerai cet axe A*a* comme perpendiculaire au plan de la planche, dans lequel ſoit le centre de gravité O; & dans ce plan je conçois

deux autres axes $BOb$ & $COc$, normales tant entr'eux qu'au premier axe $AOa$: & c'eſt par rapport à ces trois axes, que je déterminerai la poſition de chaque élément du corps pour un inſtant quelconque. Car il eſt clair, que ces deux autres axes $BOb$ & $COc$, entant qu'ils traverſent le corps, tourneront auſſi avec le corps autour du premier axe $AOa$, qui eſt l'axe de rotation, & qui demeure immobile par hypotheſe. Donc le point C de l'axe OC ſe mouvra en vertu du mouvement rotatoire par un arc de cercle $C\gamma$, dont le centre eſt en O ſur le plan BOC: & ſi nous poſons la diſtance $OC = f$ & la viteſſe du point C duë à la hauteur $v$, de ſorte que la viteſſe même ſera exprimée par $\sqrt{v}$, la viteſſe de tout autre point du corps ſera partout à ſa diſtance de l'axe $AOa$ comme $\sqrt{v}$ à $f$: ou bien $\frac{\sqrt{v}}{f}$ marquera partout ce qu'on nomme la viteſſe angulaire, ou la viteſſe de rotation.

XI. Cela poſé, ſoit Z un élément quelconque du corps, dont la maſſe ſoit indiquée par $dM$, la maſſe du corps entier étant $= M$; qu'on tire de ce point Z ſur le plan BOC la perpendiculaire ZY, qui ſera parallele à l'axe de rotation $AOa$, & du point Y à OC la perpendiculaire YX: qu'on nomme de plus $OX = x$, $XY = y$ & $YZ = z$, qui ſeront les trois coordonnées orthogonales, par leſquelles le lieu du point Z eſt déterminé. Soit la droite ZY perpendiculaire à l'axe de rotation AO, & elle ſera parallele & égale à la droite YO, & partant il ſera auſſi $OV = YZ = z$. Donc la diſtance du point Z à l'axe de rotation ſera $ZV = OY = \sqrt{(xx+yy)}$, d'où la viteſſe du point Z, dont il tournera autour de l'axe AO, ſera à ſa diſtance $\sqrt{(xx+yy)}$ comme $\sqrt{v}$ eſt à $f$. Par conſéquent la viteſſe du point Z ſera $= \frac{\sqrt{v(xx+yy)}}{f}$, & la hauteur duë à cette viteſſe $= \frac{v(xx+yy)}{ff}$.

XII. De

XII. De là il s'enſuit que la force centrifuge de l'elément Z $= dM$, ſera $= \frac{2v(xx+yy)}{ff} \cdot \frac{dM}{V(xx+yy)} = \frac{2vdM}{ff} V(xx+yy)$. où $dM$ marque le poids, que cet élément auroit aux environs de la terre. C'eſt donc de cette force que l'elément Z tachera de s'eloigner de l'axe AO ſelon la direction VZ, & partant l'effet de cette force ſera le même, que ſi l'axe de rotation étoit ſollicité au point V ſelon la direction VZ par une force $= \frac{2vdM}{ff} V(xx+yy)$. Donc, puiſqu'il réſulte de chaque élément du corps une force ſemblable qui agit ſur l'axe de rotation AO$o$, pour qu'il demeure néantmoins immobile, il faut que toutes ces forces ſe détruiſent mutuellement. Car à moins que cela n'arrive, il eſt clair que l'axe de rotation ne ſauroit demeurer immobile, mais comme il eſt ſuppoſé libre, il cederoit à la force réſultante; & tomberoit dans le cas, qui ne ſauroit plus etre développé par les principes deja établis de la Mecanique.

XIII. Décompoſons chacune de ces forces VZ en deux autres dont les directions ſoient paralleles aux axes OC & OB, & puisque VZ eſt parallele & egale à $OY = V(xx+yy)$, la force qui agira ſur l'axe de rotation OA en V ſelon la direction parallele à OC ſera $= \frac{x}{V(xx+yy)} \cdot \frac{2vdM}{ff} V(xx+yy) = \frac{2vxdM}{ff}$ & la force ſelon la direction parallele à OB ſera $= \frac{2vydM}{ff}$. Ayant donc réduit toutes les forces centrifuges à deux eſpeces, dont l'une agit ſur l'axe de rotation en des directions paralleles a OC & l'autre en des directions paralleles à OB, pour que l'axe de rotation n'en ſoit point altéré, il faut que toutes les forces de chaque eſpece ſe détruiſent mutuellement. Premiérement donc, il faut que la ſomme de toutes les forces de l'une & de l'autre eſpece évanouiſſe, ce qui donne $\frac{\int 2vxdM}{ff} = o$

ou

ou $\frac{2v}{ff} \int x\,dM = o$ & $\frac{2v}{ff} \int y\,dM = o$: ou bien il faut qu'il ſoit $\int x\,dM = o$ & $\int y\,dM = o$. Or cette condition ſe trouve remplie dès que nous ſuppoſons, que l'axe de rotation A O *a* paſſe par le centre de gravité du corps O.

XIV. Mais cette ſeule condition ne ſuffit pas pour maintenir l'axe de rotation A O *a* en repos, il faut outre cela que tous les momens de toutes les forces de chaque eſpece, ſe détruiſent mutuellement. Car la premiére condition ne délivre l'axe de rotation que du mouvement progreſſif, & cette ſeconde condition eſt requiſe pour empêcher, qu'il ne s'incline de quelque côté vers le plan B C O. Or le moment des forces $\frac{2vx\,dM}{ff}$, qui agiſſent ſur le point V de l'axe, étant réduit au centre de gravité O ſera $= \frac{2vxz\,dM}{ff}$, & le moment de chaque force de l'autre eſpece ſera $= \frac{2vyz\,dM}{ff}$. Donc cette ſeconde condition qui doit empecher l'inclinaiſon de l'axe de rotation, exige qu'il ſoit tant $\frac{\int 2vxz\,dM}{ff} = o$ que $\frac{\int 2vyz\,dM}{ff} = o$, ou puisque pour l'inſtant préſent $\frac{2v}{ff}$ eſt une quantité conſtante, il faut qu'il ſoit $\int xz\,dM = o$, & $\int yz\,dM = o$.

XV. Donc, pour qu'un corps ſolide puiſſe tourner librement autour d'un axe A O *a* immobile, il faut premiérement que cet axe paſſe par le centre de gravité O du corps, & outre cela il eſt néceſſaire, que la matiere, dont le corps eſt compoſé, ſoit tellement diſpoſée autour de cet axe, qu'il ſoit tant $\int xy\,dM = o$ que $\int yz\,dM = o$. On voit bien que cette derniere condition peut ne pas avoir lieu, quoique l'axe de rotation paſſe par le centre de gravité; & partant dans ce cas,

il

il ſera impoſſible de déterminer par les principes connus de Mecanique la continuation du mouvement, après que le corps aura reçu un mouvement quelconque autour d'un tel axe. Car alors dès le commencement l'axe de rotation s'inclinera, & le corps tournera à chaque inſtant autour d'un autre axe, ce qui rendra impoſſible l'application des principes, dont on ſe ſert ordinairement dans la détermination des mouvemens de rotation.

XVI. Mais ſi l'axe de rotation paſſe non ſeulement par le centre de gravité du corps, mais qu'il y ait auſſi tant $\int x\,z\,d\,M = o$ que $\int y\,z\,d\,M = o$, alors quelque mouvement de rotation que le corps puiſſe avoir reçu autour de cet axe, ce mouvement ſe continuera uniformément, ſans que l'axe ſouffre le moindre changement; ou le corps tournera autour de cet axe immobile d'un mouvement uniforme, à moins que le corps ne ſoit ſollicité par quelque force externe. Or il peut arriver que des forces externes agiſſent ſur le corps ſans troubler la poſition de l'axe; c'eſt lorſque la moyenne direction de ces forces tombe dans le plan BOC, perpendiculaire à l'axe de rotation dans le centre de gravité même du corps O. Car alors ces forces n'auront point de moment ni par rapport à l'axe BO ni à CO, & partant toute la force ſera emploiée ou à accelerer ou à retarder le mouvement de rotation autour de l'axe AO, ſans altérer l'axe même. Et c'eſt ce cas, où l'on peut déterminer ces changemens cauſés par des forces externes à l'aide des principes connus de Mecanique.

XVII. Or ſi la moyenne direction des forces, qui agiſſent ſur le corps, ne ſe trouve pas dans le plan BOC, l'axe de rotation AO*a* ne pourra pas demeurer immobile, mais il s'inclinera vers le côté où il ſera forcé par le moment de ces forces. Ainſi, quoique l'axe ait les propriétés, qui viennent d'etre expliquées, les forces le rendront mobile, & ſans la découverte de nouveaux principes de Mecanique on ne ſera pas en état de développer ce cas, où l'axe de rotation ne ſauroit demeurer immobile. Donc toutes les fois que les conditions marquées ne ſe rencontrent pas dans l'axe de rotation, ou que les

forces ſollicitantes renferment un moment pour incliner l'axe de rotation, ou que l'un & l'autre arrive à la fois, il faut recourir à ces nouveaux principes pour déterminer les changemens, qui ſeront cauſés tant dans le mouvement de rotation, que dans la poſition de l'axe, autour duquel le corps tournera à chaque inſtant. Or pendant tous ces changemens on peut toujours ſuppoſer, que le centre de gravité du corps demeure immobile.

XVIII. Quoique les principes dont il s'agit ici ſoient nouveaux, entant qu'ils ne ſont pas encore connus ou étalés par les Auteurs, qui ont traité la Mecanique, on comprend néantmoins, que le fondement de ces principes ne ſauroit être nouveau, mais qu'il eſt abſolument néceſſaire, que ces principes ſoient déduits des premiers principes, ou plutôt des axiomes, ſur leſquels toute la doctrine du mouvement eſt établie. Ces axiomes ſe rapportent à des corps infiniment petits, ou tels, qui ne ſoient ſuſceptibles d'autre mouvement, que de progreſſif; & c'eſt de là que tous les autres principes du mouvement doivent être déduits, tant ceux qui ſervent à déterminer les mouvemens des corps ſolides que des fluides : tous ces autres principes dérivés n'étant que des applications des axiomes ſelon les diverſes manieres, dont les corps ſont compoſés des élémens, & ſelon la diverſité du mouvement, dont toutes les parties du corps ſont ſuſceptibles.

XIX. On trouve ordinairement pluſieurs tels principes, qui ſemblent devoir être mis au rang des axiomes de la Mecanique, puiſqu'ils ſe rapportent aux mouvement des corps infiniment petits ; or je remarque que tous ces principes ſe réduiſent à un ſeul, qu'on peut regarder comme l'unique fondement de toute la Mecanique & des autres Sciences, qui traitent du mouvement des corps quelconques. Et c'eſt ſur ce ſeul principe, que doivent être établis tous les autres principes, tant ceux qui ſont déjà reçus dans la Mecanique & l'Hydraulique, & dont on ſe ſert actuellement pour déterminer le mouvement des corps ſolides & fluides ; que ceux auſſi qui ne ſont pas encore connus, & dont nous avons beſoin pour développer tant les cas marqués

qués cy-deſſus des corps ſolides, que pluſieurs autres qui ſe trouvent dans les corps fluides. Car dans tous ces cas il ne s'agit que d'y appliquer adroitement ce principe fondamental, dont je viens de parler, & que je m'en vai expliquer plus ſoigneuſement.

## EXPLICATION DU PRINCIPE GENERAL ET FONDAMENTAL DE TOUTE LA MECANIQUE.

XX. Soit un corps infiniment petit, ou dont toute la maſſe ſoit réünie dans un ſeul point, cette maſſe étant $= M$; que ce corps ait reçu un mouvement quelconque, & qu'il ſoit ſollicité par des forces quelconques. Pour déterminer le mouvement de ce corps, on n'a qu'à avoir égard à l'éloignement de ce corps d'un plan quelconque fixe & immobile; ſoit à l'inſtant préſent la diſtance du corps à ce plan $= x$; qu'on décompoſe toutes les forces qui agiſſent ſur le corps, ſelon des directions, qui ſoient ou paralleles au plan, ou perpendiculaires, & ſoit P la force qui réſulte de cette compoſition ſelon la direction perpendiculaire au plan, & qui tachera par conſéquent ou à éloigner ou à rapprocher le corps du plan. Aprés l'elément du tems $dt$, ſoit $x + dx$ la diſtance du corps au plan, & prenant cet élément $dt$ pour conſtant, il ſera $2M\,ddx = \pm P\,dt^2$, ſelon que la force P tend ou à eloigner ou à approcher le corps du plan. Et c'eſt cette formule ſeule, qui renferme tous les principes de la Mecanique.

XXI. Pour mieux comprendre la force de cette formule, il faut expliquer à quelles unités ſe rapportent les diverſes quantités M, P, $x$ & $t$, qui s'y trouvent. Or d'abord il eſt à remarquer, que M marquant la maſſe du corps, exprime en même tems le poids que ce corps auroit aux environs de la ſuperficie de la terre; de ſorte que la force P étant auſſi réduite à celle d'un poids, les lettres M & P contiennent des quantités homogenes. Enſuite la viteſſe du corps dont il s'eloigne du plan étant comme $\frac{dx}{dt}$; ſi nous ſuppoſons, que

cette viteſſe ſoit egale à celle qu'un corps grave acquiert en tombant de la hauteur $v$, il faut prendre $\frac{dx^2}{dt^2} = v$, ou l'elément du tems ſera $dt = \frac{dx}{\sqrt{v}}$; d'où l'on connoit le rapport entre le tems $t$ & l'eſpace $x$.

XXII. Comme cette formule ne détermine que l'eloignement ou l'approchement du corps par rapport à un plan fixe quelconque, pour trouver le vrai lieu du corps à chaque inſtant, on n'aura qu'à le rapporter en même tems à trois plans fixes, qui ſoient perpendiculaires entr'eux. Donc, comme $x$ marque la diſtance du corps à un de ces plans, ſoient $y$ & $z$ ſes diſtances aux deux autres plans : & aprés avoir décompoſé toutes les forces qui agiſſent ſur le corps, ſuivant des directions perpendiculaires à ces trois plans, ſoit P la force perpendiculaire qui en réſulte ſur le premier, Q ſur le ſecond, & R ſur le troiſième. Suppoſons que toutes ces forces tendent à eloigner le corps de ces trois plans ; car en cas qu'elles tendent à le rapprocher, on n'auroit qu'à faire les forces negatives. Cela poſé, le mouvement du corps ſera contenu dans les trois formules ſuivantes:

I. $2M\,ddx = P\,dt^2$; II. $2M\,ddy = Q\,dt^2$; III. $2M\,ddz = R\,dt^2$.

XXIII. Si le corps n'eſt ſollicité par aucune force, de ſorte que $P = o$, $Q = o$, $R = o$, les trois formules trouvées, à cauſe de $dt$ conſtant, ſe réduiront par l'intégration à celles-cy:

$$M\,dx = A\,dt; \quad M\,dy = B\,dt; \quad \& \quad M\,dz = C\,dt.$$

d'où l'on voit d'abord, que dans ce cas le corps ſe mouvra dans une ligne droite, avec un mouvement uniforme; & partant ces formules renferment en ſoi la premiere loi du mouvement, en vertu de laquelle tout corps étant en repos y demeure ; or étant en mouvement le corps continuë uniformément ſelon la même direction, à moins qu'il ne ſoit ſollicité par quelque force de dehors. Mais il eſt clair que

nos

nos formules ne ſe bornent point à cette grande loi, elles renferment outre cela les loix, ſuivant lesquelles des forces quelconques agiſſent ſur les corps. Par conſéquent le principe que je viens d'etablir contient tout ſeul tous les principes qui peuvent conduire à la connoiſſance du mouvement de tous les corps, de quelque nature qu'ils ſoient.

XXIV. C'eſt donc de ce même grand principe, d'où il faudra dériver les régles, dont nous avons beſoin pour déterminer le mouvement d'un corps ſolide, lorsque l'axe de rotation ne demeure pas immobile. Pour cet effet il faudra conſidérer non ſeulement tous les élémens du corps, mais auſſi leur liaiſon mutuelle, en vertu de laquelle tous les élémens conſervent entr'eux le même ordre & les mêmes diſtances. Car le mouvement du corps entier eſt compoſé des mouvemens de tous ſes élémens, & le mouvement de chacun doit ſuivre le principe, que je viens d'expliquer, entant que chaque élément participe des forces, qui agiſſent ſur le corps, & qu'il eſt outre cela ſollicité par de certaines forces, qui l'empêchent, qu'il n'abandonne la connéxion avec les autres. Or avant que de déterminer cet effet des forces, auxquelles les élémens ſont aſſujettis, il faut conſidérer en general le mouvement, dont un tel corps eſt ſuſceptible.

## DÉTERMINATION DU MOUVEMENT EN GENERAL, DONT UN CORPS SOLIDE EST SUSCEPTIBLE, PENDANT QUE SON CENTRE DE GRAVITÉ DEMEURE EN REPOS.

XXV. Soit donc O le centre de gravité du corps, ſuppoſé en repos, qu'on conſidère trois plans fixes, qui ſe croiſent perpendiculairement dans ce point O. Ou ce qui revient au même, conſidèrons trois axes AO, BO, CO qui ſe rencontrent en O à angles droits, dont deux BO, CO ſoient ſur le plan de la table, & le troiſième AO y ſoit perpendiculaire. Ces trois axes détermineront les trois *Fig. II.*

plans normales entr'eux, dont je viens de parler, & qui feront AOB, AOC, & BOC, dont celui-cy eſt le plan de la table. Or je ſuppoſerai que ces plans, & partant auſſi ces trois axes, demeurent immobiles, pendant que le corps ſe meut d'un mouvement quelconque; ſon centre de gravité reſtant pourtant toujours en O ſans mouvement. C'eſt pour avoir des lieux fixes, par rapport auxquels on puiſſe déterminer à chaque inſtant la ſituation du corps.

XXVI. Soit maintenant un élément quelconque du corps en Z, duquel on baiſſe ſur le plan BOC la perpendiculaire ZY, & du point Y à OC la normale YX: qu'on nomme $OX = x$, $XY = y$ & $YZ = z$: & $OX = x$ marquera la diſtance du point Z au plan AOB; $XY = y$ ſa diſtance au plan AOC, & $YZ = z$ ſa diſtance au plan BOC. A préſent, quel que ſoit le mouvement du point Z, on le pourra réſoudre ſelon les directions de ces trois axes; ſuppoſons donc qu'après un tems infiniment petit $= dt$, ſa diſtance au plan AOB devienne $= x + P\,dt$; au plan AOC $= y + Q\,dt$, & au plan BOC $= z + R\,dt$, ou que ce point Z s'eloigne dans le tems $dt$ du plan AOB de l'elément $= P\,dt$; du plan AOC de l'elément $= Q\,dt$, & du plan BOC de l'elément $= R\,dt$: ou ce qui revient au même ſoient P, Q, R les viteſſes, dont le point Z s'eloigne de chacun des plans fixes AOB, AOC, & BOC.

XXVII. Or puisque le corps eſt ſuppoſé ſolide, il faut que le point Z demeure toujours à la même diſtance depuis le centre de gravité O. Mais au commencement du tems $dt$ la diſtance OZ étoit $= V(xx + yy + zz)$, & au bout de ce tems elle ſera $= V\big((x + P\,dt)^2 + (y + Q\,dt)^2 + (z + R\,dt)^2\big)$. Il faut donc que ces deux diſtances ſoient egales entr'elles, d'où, en effaçant les termes qui évanouiſſent par rapport aux autres, réſultera cette équation:

$$2x\,P\,dt + 2y\,Q\,dt + 2z\,R\,dt = 0.$$

qui ſe réduit à celle-cy:

$$Px + Qy + Rz = 0$$

Ces

Ces lettres P, Q, R, marquent des fonctions de nos trois variables $x$, $y$, $z$. & partant après avoir trouvé la nature de ces fonctions, on ſera en etat de déterminer le mouvement de chaque point du corps à l'inſtant propoſé, c'eſt à dire, au commencement du tems $dt$.

XXVIII. Conſidèrons de plus pour ce même inſtant un autre point du corps en z, qui ſoit infiniment proche du précédent Z. Soient pour ce point z les trois variables $Ox = x + dx$, $xy = y + dy$, & $yz = z + dz$: où il faut remarquer que ces differentielles $dx$, $dy$, $dz$ ſont indépendantes entr'elles, vû que l'autre point $z$ eſt pris à volonté. La diſtance de ce point au premier Z ſera donc $= V(dx^2 + dy^2 + dz^2)$; or différentiant les fonctions P, Q, R en donnant à $dx$, $dy$, $dz$ les valeurs, que la poſition du point $z$ par rapport à Z exige; après le tems $dt$, ce point $z$ avancera dans la direction OC de l'elément $(P + dP)\,dt$, dans la direction OB de l'elément $(Q + dQ)\,dt$, dans la direction OA de l'elément $= (R + dR)\,dt$. Ou bien après le tems $dt$ les diſtances ſeront

| | du point $z$ | or du point Z |
|---|---|---|
| au plan AOB | $= x + dx + (P + dP)\,dt$ . . . | $= x + P\,dt$ |
| au plan AOC | $= y + dy + (Q + dQ)\,dt$ . . . | $= y + Q\,dt$ |
| au plan BOC | $= z + dz + (R + dR)\,dt$ . . . | $= z + R\,dt$. |

XXIX. Ainſi au bout du tems $dt$ la diſtance entre les points Z & $z$ ſera $= V((dx + dP\,dt)^2 + (dy + dQ\,dt)^2 + (dz + dR\,dt)^2)$ qui à cauſe de la ſolidité du corps doit être la même qu'au commencement. Poſant donc cette expreſſion égale à $V(dx^2 + dy^2 + dz^2)$ nous obtiendrons cette équation $2\,dx\,dP\,dt + 2\,dy\,dQ\,dt + 2\,dz\,dR\,dt = 0$, en négligeant les termes qui ſont incomparablement moindres que ceux-cy. Cette équation ſe réduit donc à cette forme plus ſimple

$$dP\,dx + dQ\,dy + dR\,dz = 0$$

qui étant jointe à celle qui a été trouvée, ſavoir

$$Px + Qy + Rz = 0$$

nous

nous ſervira à découvrir la nature des fonctions P, Q, R, d'où nous connoitrons tous les mouvemens, dont toutes les parties d'un corps ſolide ſont ſuſceptibles à la fois, pendant que ſon centre de gravité demeure immobile en O. D'où il eſt dabord clair que poſant $x = o$, $y = o$, $z = o$, toutes ces trois fonctions P, Q, R, doivent évanouïr auſſi.

XXX. Pour mieux connoitre ces fonctions, ſuppoſons qu'il ſoit $Ox = OX$ & $XY = xy$, ou $dx = o$ & $dy = o$: & l'équation trouvée en dernier lieu donnera $dR\,dz = o$ & partant $dR = o$. d'où l'on voit que la fonction R ne ſauroit renfermer la variable $z$. Car ſuppoſant pour prouver cela $dR = L\,dx + M\,dy + N\,dz$, il ſera dans le cas préſent $dR = N\,dz$ à cauſe de $dx = o$ & $dy = o$, & partant $N = o$: donc il ſera en général $dR = L\,dx + M\,dy$, & par conſéquent la fonction R ne contiendra point la variable $z$. De même poſant $dx = o$ & $dz = o$, il doit être $dQ\,dy = o$ ou $dQ = o$, d'où l'on voit que la fonction Q ne ſauroit contenir la variable $y$. Et enfin ſi nous conſidèrons le cas ou $dy = o$ & $dz = o$, nous aprendrons pareillement qu'à cauſe de $dP\,dx = o$, la fonction P ne ſauroit contenir la variable $x$.

XXXI. Ayant reconnu ces propriétés de ces fonctions P, Q, R poſons donc:

$dP = A\,dy + B\,dz$; $dQ = C\,dz + D\,dx$; $dR = E\,dx + F\,dy$.

& ces valeurs étant ſubſtituées dans l'équation

$$dP\,dx + dQ\,dy + dR\,dz = o$$

produiront l'équation ſuivante:

$$+A\,dx\,dy + B\,dx\,dz + C\,dy\,dz$$
$$+D\,dx\,dy + E\,dx\,dz + F\,dy\,dz = o$$

d'où il eſt clair qu'il doit être $D = -A$; $E = -B$; $F = -C$ puiſque cette équation doit avoir lieu, ſoit qu'on mette $dx = o$ ou $dy = o$ ou $dz = o$. Ainſi les differentiels de nos fonctions ſeront: $dP = A\,dy + B\,dz$; $dQ = C\,dz - A\,dx$: $dR = -B\,dx - C\,dy$.

Or

Or comme ces formules doivent être intégrables, il eſt évident de la premiere, que ni A ni B ne ſauroit renfermer $x$; de la ſeconde on comprend que ni C ni A ne ſauroit contenir $y$, & enfin la troiſième nous donne a connoitre que ni B ni C ne peut contenir $z$. Ainſi A ne contenant ni $x$ ni $y$, ſera fonction de $z$, B fonction de $y$, & C fonction de $x$.

XXXII. Poſons donc en conſéquence de ce que nous venons de trouver :

$$dA = L\,dz,\ dB = M\,dy\ \&\ dC = N\,dx.$$

& puisque $A\,dy + B\,dz$ doit être un differentiel intégrable, il faut qu'il ſoit $\frac{dA}{dz} = \frac{dB}{dy}$ : ou $L = M$. Enſuite l'intégrabilité de la ſeconde formule $C\,dz - A\,dx$ donne $\frac{dC}{dx} = \frac{-dA}{dz}$ ou $N = -L$: enfin l'intégrabilité de la troiſième formule $-B\,dx - C\,dy$ donne $\frac{-dB}{dy} = \frac{-dC}{dx}$ ou $-M = -N$. Ayant donc $M = L$; $N = -L$ & $M = N$ ou $L = -L$, il eſt clair que $L = o$ & partant auſſi $M = o$ & $N = o$. Donc les lettres A, B, C marqueront des quantités conſtantes; d'où l'on tire par conſéquent, en intégrant

$$P = A\,y + B\,z;\ Q = C\,z - A\,x;\ R = -B\,x - C\,y$$

expreſſions, qui ſatisfont déjà d'elles mêmes à la premiére condition:

$$P\,x + Q\,y + R\,z = o.$$

XXXIII. Tout mouvement donc, qu'un corps ſolide peut recevoir, ſon centre de gravité demeurant immobile, doit toujours avoir cette propriété: Que ſi d'un point quelconque du corps Z on tire les trois coordonnées orthogonales $OX = x$, $XY = y$, & $YZ = z$, ſelon les trois axes perpendiculaires entr'eux OA, OB, OC, & qu'on décompoſe le mouvement du point Z ſelon les mêmes trois directions, en nommant la viteſſe du mouvement ſelon $OC = P$,

celle du mouvement ſelon $OB = Q$ & celle du mouvement ſelon $OA = R$; ces lettres P, Q, R ne ſauroient jamais avoir d'autres valeurs, que telles, qui ſont renfermées dans les formules ſuivantes.

$$P = Ay + Bz; \quad Q = Cz - Ax; \quad R = -Bx - Cy.$$

Donc toute la diverſité, qui peut avoir lieu dans le mouvement du corps, ne provient que des diverſes valeurs, que peuvent recevoir les quantités conſtantes A, B, C.

XXXIV. Puisque ces formules ſerviront à déterminer le mouvement de chaque point du corps pendant l'elément du tems $dt$, voyons s'il y a, outre le centre de gravité O, des points deſtitués de tout mouvement; ou pour leſquels devienne $P = o$, $Q = o$ & $R = o$. Or poſant $P = o$ nous aurons $Ay + Bz = o$, & partant $z = Au$ & $y = -Bu$, où $u$ marque une nouvelle variable quelconque; donc prenant ces valeurs pour $y$ & $z$ quelque valeur qu'on ne donne à $x$, les points du corps qui répondent ne changeront point de diſtance par rapport au plan AOB. Soit de plus $Q = o$, & il deviendra $Cz = Ax$, ou $x = Cu$; & la même valeur ſe trouve pour $x$, en poſant $R = o$. D'où il s'enſuit que tous les points du corps, qui ſont contenus dans ces formules $x = Cu$; $y = -Bu$; $z = Au$ demeureront en repos pendant le tems $dt$. Or tous ces points ſe trouvent dans une ligne droite, qui paſſe par le centre de gravité O; donc cette ligne droite demeurant immobile ſera l'axe de rotation, autour duquel le corps tourne dans le préſent inſtant.

XXXV. Pour trouver le mouvement de rotation du corps autour de cet axe, que nous venons de trouver, ſoit $YZ = z = o$, & que le point Y ſoit tellement ſitué, que la droite OY devienne perpendiculaire à l'axe de rotation. Pour cet effet il ſera $y : x = Cu : Bu$. Prenons donc $x = Bu$ & $y = Cu$, & la diſtance du point Y à l'axe de rotation ſera $= u\sqrt{(BB + CC)}$. Or à cauſe de $x = Bu$; $y = Cu$ & $z = o$, les trois viteſſes du point Y ſelon les trois directions OC, OB, OA ſeront:

$$P = ACu; \quad Q = -ABu; \quad R = -BBu - CCu.$$

Donc

Donc la vraie viteſſe du point Y étant $= V(PP + QQ + RR)$ ſera $= u V(BB + CC)$ $(AA + BB + CC)$; qui étant diviſée par la diſtance $OY = u V(BB + CC)$ donnera la viteſſe angulaire ou rotatoire du corps autour de l'axe de rotation, laquelle ſera par conſéquent $= V(AA + BB + CC)$.

XXXVI. Quelque mouvement donc, qui puiſſe être imprimé à un corps ſolide, ſon centre de gravité demeurant en repos, ce mouvement ſe fera à chaque inſtant autour d'un axe, qui ſera immobile pendant cet inſtant, & qui paſſera par le centre de gravité du corps; & la viteſſe rotatoire autour de cet axe ſera $= V(AA + BB + CC)$. De là il ſera aiſé de déterminer la vraie viteſſe de tous les points du corps; on n'aura qu'à chercher la diſtance d'un point quelconque à l'axe de rotation, & cette diſtance étant poſée $= s$, la viteſſe vraie de ce point ſera $= s V(AA + BB + CC)$, dont la direction ſera connuë par la nature du mouvement de rotation. Il eſt donc impoſſible que toutes les parties d'un corps, qui tourne ſur ſoi-même, ou autour de ſon centre de gravité, ſoient en mouvement à la fois; puiſque il y a toujours une ligne droite, dont tous les points ſeront en repos du moins pour un inſtant, & le mouvement des autres points du corps ſera d'autant plus rapide, plus ils ſeront éloignés de l'axe de rotation.

XXXVII. Sans entrer dans le détail du calcul, que je viens de développer, on peut auſſi prouver la même vérité par la ſeule Géometrie. Qu'on conſidère dans le corps une couche ſphérique, dont le centre ſoit dans le centre de gravité du corps; car il eſt évident, qu'ayant connu le mouvement de cette ſuperficie ſphérique, le mouvement du corps tout entier ſera déterminé. Soit AB un arc quelconque d'un grand cercle de cette ſurface ſphérique, qui par le mouvement du corps parvienne en $ab$ aprés le tems $dt$, de ſorte que $ab = AB$, & de là il ſera aiſé de déterminer les endroits où tous les autres points de la ſurface ſphérique ſeront transportés. Qu'on prolonge ces deux arcs AB & $ab$ juſqu'en C, où ils s'entrecoupent, & *Fig.*

prenant $ac = AC$, le point C ſera transporté en $c$, & l'arc CAB en $cab$ pendant le tems $dt$. De plus ſi nous conſidèrons hors du cercle CAB un autre point quelconque M, & que nous tirions de là à C l'arc d'un grand cercle MC, pour trouver où ce point M ſera transporté pendant le même tems $dt$, on n'a qu'à conſtituer en $c$ un arc $cm = CM$, de ſorte que l'angle $acm$ ſoit egal à l'angle ACM, & il eſt clair, que $m$ ſera le lieu du point M après le tems $dt$.

XXXVIII. Il eſt auſſi clair que ces deux arcs CM & $cm$ étant prolongés ſe rencontreront quelque part en O, & partant dans le tems $dt$ l'arc entier CMO ſera transporté en $cmO$, & s'il étoit $CMO = cmO$, le point O demeureroit immobile. Or il eſt certain qu'on peut toujours conſtituer en ſorte l'arc CMO, qu'ayant décrit ſon arc correſpondant $cmO$, il ſoit $cmO = CMO$. Car pour que cela arrive on n'a qu'à conſtituer l'arc CMO en ſorte, que l'angle $cCO$ devienne egal à l'angle $Cc O$; afin que le triangle ſphèrique $COc$ devienne iſoſcele, & partant les cotés CO & $cO$ egaux entr'eux. Pour trouver cette poſition il faut remarquer que l'angle $cCO = ACO - ACc$ & $CcO = 180° - acO$; & de là puisque l'angle $ACO = acO$ & $cCO = CcO$, on tirera $2cCO = 180° - ACc$ & partant $cCO = 90° - \frac{1}{2}ACc$. Donc, ſi nous partageons l'angle $ACc$ en deux parties égales par l'arc $C\gamma$, l'angle $\gamma CO$ deviendra droit, & partant l'arc CMO doit être perpendiculaire a l'arc $C\gamma$.

XXXIX. Ayant ainſi déterminé la poſition de l'arc CMO, pour trouver le point O même, qui demeure immobile pendant le tems $dt$, le plus court moyen ſera de tirer du point O ſur le milieu $\omega$ de la baſe $Cc$ l'arc perpendiculaire $O\omega$. Car alors connoiſſant dans le triangle ſphérique $C\omega O$ rectangle à $\omega$ le côté $C\omega = \frac{1}{2}Cc$ & l'angle $\omega CO = 90° - \frac{1}{2}ACc$, on en tirera tang $C\omega$ = tang CO cof $\omega CO$, ou tang $CO = \frac{\text{tang } C\omega}{\text{cof } \omega CO} = \frac{\text{tang } \frac{1}{2}Cc}{\text{ſin } \frac{1}{2}ACc}$. Mais comme le tems $dt$ eſt ſuppoſé infiniment petit, tant l'intervalle $Cc$ que l'angle $ACc$ ſeront

ſeront auſſi infiniment petits, & partant égaux à leur ſinus ou tangentes. Donc la tangente de l'arc CMO ſera $= \frac{Cc}{AC.c}$, ou bien tang CO $= \frac{Cc}{AC.c}$. Par ce moyen on déterminera aiſément la grandeur de l'arc CMO, dont la poſition étant perpendiculaire à l'arc C$\gamma$, ou à l'arc BAC même, l'angle AC$c$ étant infiniment petit, on connoitra le point O, par lequel paſſe l'axe de rotation, autour duquel tourne le corps pendant l'elément du tems $dt$.

## RECHERCHE DES FORCES REQUISES
### POUR CONSERVER LE CORPS DANS UN MOUVEMENT QUELCONQUE.

XL. Ayant rapporté le corps à trois axes fixes AO, BO, CO perpendiculaires entr'eux, qui ſe croiſent dans le centre de gravité O du corps, qui demeure toujours immobile; ſoient $OX = x$, $XY = y$ & $YZ = z$ les trois coordonnées orthogonales, qui déterminent le lieu d'un élément quelconque du corps ſitué en Z, pour l'inſtant préſent, & ſoit $dM$ la maſſe de cet élément. Que le mouvement de cet élément ſoit tel, qu'en le décompoſant ſelon les directions de nos trois axes fixes, la viteſſe ſelon OC ſoit $= \lambda y - \mu z$; la viteſſe ſelon OB $= \nu z - \lambda x$; & la viteſſe ſelon OA $= \mu x - \nu y$: poſant pour les lettres A, B, C du §. 33. les lettres $\lambda, -\mu, \nu$. Donc l'axe de rotation dans l'inſtant préſent ſe trouvera en prenant $x = \nu u$; $y = \mu u$ & $z = \lambda u$; & la viteſſe rotatoire autour de cet axe ſera $= V(\lambda\lambda + \mu\mu + \nu\nu)$. Or je ſuppoſe que ces viteſſes étant affirmatives tendent a eloigner le point Z ſelon les directions des trois axes du point O. *Fig. IV*

XLI. Donc pendant l'elément du tems $= dt$, l'elément $dM$ en Z s'eloignera du plan AOB par l'elément d'eſpace $= (\lambda y - \mu z)\,dt$, du plan AOC par l'elément $= (\nu z - \lambda x)\,dt$, & du plan BOC par l'elément $= (\mu x - \nu y)\,dt$. Prenant donc $x + dx$, $y + dy$ & $z + dz$

pour les coordonnées, qui déterminent le lieu de notre élément $dM$ après le tems $dt$; nous aurons pour les differentiels $dx$, $dy$ & $dz$ les valeurs ſuivantes,

$dx = (\lambda y - \mu z)\,dt$; $dy = (\nu z - \lambda x)\,dt$; $dz = (\mu x - \nu y)\,dt$

qui ont cette propriété, comme nous avons vu, que tous les élémens du corps demeurent à la même diſtance, tant entr'eux, que du centre de gravité O. D'où il eſt clair qu'il eſt impoſſible que toutes ces trois expreſſions ſoient affirmatives à la fois, quoique nous les regardions comme telles; puisqu'il faut qu'il ſoit toujours $(x+dx)^2 + (y+dy)^2 + (z+dz)^2 = xx+yy+zz$, ou bien $x\,dx + y\,dy + z\,dz = 0$.

XLII. Maintenant pour la continuation du mouvement en ſuppoſant l'elément du tems $dt$ conſtant, il faut par le principe général du mouvement, que l'elément $dM$ en Z ſoit ſollicité par trois forces ſelon les directions de nos trois axes. Car la maſſe de cet élément étant poſée $= dM$, il faut qu'il ſoit ſollicité dans la direction OC par une force $= \frac{2dM\,ddx}{dt^2}$, dans la direction OB par la force $= \frac{2dM\,ddy}{dt^2}$ & dans la direction OA par la force $= \frac{2dM\,ddz}{dt^2}$. Ces forces renferment en ſoi tant les forces externes, dont le corps peut être ſollicité par dehors, que les forces internes, dont les parties du corps ſont liées entr'elles, afinqu'elles ne changent pas leur ſituation rélative. Or il eſt à remarquer que les forces internes ſe détruiſent mutuellement, de ſorte que la continuation du mouvement ne demande des forces externes, qu'entant que ces forces ne ſe détruiſent pas mutuellement.

XLIII. Pour rendre notre recherche générale, ſuppoſons que l'axe de rotation change après le tems $dt$ d'une maniere quelconque, de même que la viteſſe angulaire, ce qui arrivera, lorsque les lettres $\lambda$. $\mu$, $\nu$, ne marqueront plus des quantités conſtantes. Soient donc les quantités $\lambda$, $\mu$, $\nu$, variables, & pour trouver les differentio-

differen-

differentiels $ddx$, $ddy$ & $ddz$, les valeurs de $dx$, $dy$, $dz$ nous fourniront :

$$ddx = (\lambda dy + y\,d\mu - \mu\,dz - z\,d\mu)\,dt$$
$$ddy = (\nu\,dz + z\,d\nu - \lambda\,dx - x\,d\lambda)\,dt$$
$$ddz = (\mu\,dx + x\,d\mu - \nu\,dy - y\,d\nu)\,dt$$

ou bien :

$$ddx = (y\,d\lambda - z\,d\mu)\,dt + (\lambda\,dy - \mu\,dz)\,dt$$
$$ddy = (z\,d\nu - x\,d\lambda)\,dt + (\nu\,dz - \lambda\,dx)\,dt$$
$$ddz = (x\,d\mu - y\,d\nu)\,dt + (\mu\,dx - \nu\,dy)\,dt$$

XLIV. Dans ces formules remettons pour $dx$, $dy$, $dz$, leurs valeurs données cy-deſſus, & nous obtiendrons :

$$ddx = (y\,d\lambda - z\,d\mu)\,dt + (\lambda\nu z + \mu\nu y - (\lambda\lambda + \mu\mu)\,x)\,dt^2$$
$$ddy = (z\,d\nu - x\,d\lambda)\,dt + (\mu\nu x + \lambda\mu z - (\nu\nu + \lambda\lambda)\,y)\,dt^2$$
$$ddz = (x\,d\mu - y\,d\nu)\,dt + (\lambda\mu y + \lambda\nu x - (\mu\mu + \nu\nu)\,z)\,dt^2$$

Donc ſi les lignes $Z\alpha$, $Z\beta$, $Z\gamma$ ſont tirées pour marquer les trois forces, qui ſont requiſes à ſolliciter l'élément $dM$ en Z ſelon les directions des trois axes OA, OB, OC, nous aurons pour ces forces les expreſſions ſuivantes.

$$\text{force } Z\gamma = \frac{2\,dM}{dt}(y\,d\lambda - z\,d\mu) + 2\,dM(\lambda\nu z + \mu\nu y - (\lambda\lambda + \mu\mu)x)$$

$$\text{force } Z\beta = \frac{2\,dM}{dt}(z\,d\nu - x\,d\lambda) + 2\,dM(\mu\nu x + \lambda\mu z - (\nu\nu + \lambda\lambda)y)$$

$$\text{force } Z\alpha = \frac{2\,dM}{dt}(x\,d\mu - y\,d\nu) + 2\,dM(\lambda\mu y + \lambda\nu x - (\mu\mu + \nu\nu)z)$$

XLV. Pour réduire ces expreſſions dans une ſomme, ou pour trouver les forces totales, il faut remarquer que dans ces intégrations on n'aura d'autres variables, que l'élément $dM$ & les coordonnées

$x$, $y$,

$x$, $y$, $z$, qui déterminent le lieu de cet élément, & que $dM$ doit ſucceſſivement paſſer par tous les élémens du corps, de ſorte que l'integrale $\int dM$ rende la maſſe du corps entier M : ainſi dans toutes ces intégrations, qui ne regardent que la variabilité du point Z, les quantités $\lambda$, $\mu$, $\nu$, avec leurs differentiels $d\lambda$, $d\mu$, $d\nu$, & l'élément du tems $dt$ ſeront à conſidérer comme invariables. De là il eſt clair que l'intégrale de chacune de ces trois forces deviendra $= o$, puiſque par la nature du centre de gravité O il eſt $\int x\,dM = o$, $\int y\,dM = o$ & $\int z\,dM = o$. Donc, quelles que ſoient les forces requiſes à ſolliciter le corps, il faut qu'étant appliquées au centre de gravité O, chacune ſelon ſa direction, elles ſe détruiſent mutuellement.

XLVI. Donc, pour connoitre exactement l'état de ces forces, il ne faut qu'avoir égard à leurs momens par rapport à nos trois axes OA, OB, OC. Or la force $Z\alpha$ donne pour l'axe OC un moment dans le ſens $BA = Z\alpha.y$, & pour l'axe OB un moment dans le ſens $CA = Z\alpha.x$. Enſuite la force $Z\beta$ donne pour l'axe OC un moment dans le ſens $AB = Z\beta.z$, & pour l'axe OA un moment dans le ſens $CB = Z\beta.x$. Enfin la force $Z\gamma$ donne pour l'axe OB un moment dans le ſens $AC = Z\gamma.z$, & pour l'axe OA un moment dans le ſens $BC = Z\gamma.y$. Par conſéquent des forces $Z\alpha$, $Z\beta$, $Z\gamma$ réſultera pour l'axe OA un moment dans le ſens $BC = Z\gamma.y - Z\beta.x$; pour l'axe OB un moment dans le ſens $CA = Z\alpha.x - Z\gamma.z$; & pour l'axe OC un moment dans le ſens $AB = Z\beta.z - Z\alpha.y$.

XLVII. Si nous ſubſtituons pour ces forces les valeurs trouvées, le moment qui en réſulte pour l'axe OA dans le ſens BC ſera

$$= \frac{2\,d\,M}{dt}(y\,y\,d\lambda + x\,x\,d\lambda - y\,z\,d\mu - x\,z\,d\nu)$$
$$+ 2\,dM(\lambda\nu yz - \lambda\mu xz + \mu\nu yy - \mu\nu xx - (\mu\mu - \nu\nu)xy)$$

Le moment qui en réſulte pour l'axe OB dans le ſens CA ſera

$$= \frac{2\,d\,M}{dt}(x\,x\,d\mu + z\,z\,d\mu - x\,y\,d\nu - y\,z\,d\lambda)$$
$$+ 2\,d\,M(\lambda\mu xy - \mu\nu yz + \lambda\nu xx - \lambda\nu zz - (\nu\nu - \lambda\lambda)xz)$$

Enfin

Enfin le moment qui réſulte pour l'axe OC dans le ſens AB ſera

$$= \frac{2\,d\,M}{dt}(z\,z\,d\,v + y\,y\,d\,v - x\,z\,d\,\lambda - x\,y\,d\,\mu)$$

$$+ 2\,d\,M\,(\mu\nu\,x\,z - \lambda\nu\,x\,y + \lambda\mu\,z\,z - \lambda\mu\,y\,y - (\lambda\lambda - \mu\mu)\,y\,z)$$

Or quand je dis qu'il y a un moment pour l'axe OC dans le ſens AB, il faut entendre que la force de ce moment tend à tourner le corps autour de l'axe OC, & cela dans le ſens AB.

XLVIII. Maintenant on n'aura qu'à prendre les intégrales de ces trois formules trouvées, pour avoir les momens tout entiers des forces, dont le corps doit être ſollicité, afin que ſon mouvement ſoit tel, que nous venons de le ſuppoſer. Or ces intégrales ſe réduiſent à l'intégration des formules, qui dépendent uniquement de la figure du corps & de la diſtribution de la matiere dont il eſt compoſé, par rapport à nos trois axes fixes, OA, OB, OC. Suppoſons donc qu'il ſoit

$$\int d\,M\,(x\,x + y\,y) = M\,ff \qquad \int x\,y\,d\,M = M\,ll$$

$$\int d\,M\,(x\,x + z\,z) = M\,gg \qquad \int x\,z\,d\,M = M\,mm$$

$$\int d\,M\,(y\,y + z\,z) = M\,hh \qquad \int y\,z\,d\,M = M\,n\,n$$

où il faut remarquer que $M\,ff$ eſt le moment d'inertie du corps par rapport à l'axe OA ; $M\,gg$ le moment d'inertie par rapport à l'axe OB, & $M\,hh$ le moment d'inertie par rapport à l'axe OC. Les trois autres formules contiennent les forces centrifuges, qu'auroit le corps, s'il tournoit autour d'un de ces trois axes.

XLIX. De là les momens totals, dont le corps doit être ſollicité, ſe trouveront exprimés de la maniere ſuivante ;

I. Le moment pour l'axe OA dans le ſens BC ſera :

$$2\,M\left(\frac{ff\,d\,\lambda}{dt} - \frac{n\,n\,d\,\mu}{dt} - \frac{mm\,dv}{dt} + \lambda\nu\,n - \lambda\mu\,mm - (\mu\mu - \nu\nu)\,ll + \mu\nu(hh - gg)\right)$$

II. Le moment pour l'axe OB dans le ſens CA ſera

$$2\,M\left(\frac{gg\,d\,\mu}{dt} - \frac{l\,l\,d\,\nu}{dt} - \frac{n\,n\,d\,\lambda}{dt} + \lambda\mu\,l\,l - \mu\nu\,n - (\nu\nu - \lambda\lambda)\,mm + \lambda\nu(ff - hh)\right)$$

III. Le moment pour l'axe OC dans le ſens AB ſera

$$2M\left(\frac{hh\cdot\nu}{dt}-\frac{mm\alpha\lambda}{dt}-\frac{ll\cdot\mu}{dt}+\mu\nu\,mm-\lambda\nu ll-(\lambda\lambda-\mu\mu)nn+\lambda\mu(gg-ff)\right)$$

D'où l'on voit que ces momens de forces dépendent, tant des quantités $\lambda, \mu, \nu$, qui ſe rapportent à l'axe de rotation & au mouvement rotatoire, que de leurs changemens inſtantanés $d\lambda$, $d\mu$, $d\nu$, qui arrivent dans l'elément du tems $dt$.

L. Rapportons maintenant ces formules à l'axe de rotation qui ſoit $Oz$ ; & nous avons vû qu'il ſera $Ox = \nu\alpha$, $xy = \mu\alpha$ & $yz = \lambda\alpha$; & que la viteſſe angulaire autour de cet axe eſt $= V(\lambda\lambda+\mu\mu+\nu\nu)$ ; or en quel ſens cette viteſſe ſoit dirigée, on trouvera en conſidérant l'élément du corps ſitué en X, dont la viteſſe à cauſe de $y = o$ & $z = o$ ſera ſelon OB ou $XY = -\lambda x$ & ſelon $OA = \mu x$. Donc ce point s'elevera au deſſus du plan BOC, & de là on conclura aiſement en quel ſens le corps tourne autour de l'axe $Oz$. Soit maintenant la viteſſe angulaire autour de cet axe $Oz = v$, de ſorte que $V(\lambda\lambda+\mu\mu+\nu\nu) = v$. Enſuite ſoient $\zeta$, $\eta$, $\theta$ les angles $AOz$, $BOz$, $COz$, que l'axe de $Oz$ conſtitue avec les trois axes OA, OB, OC & puiſque $Oz = \alpha V(\lambda\lambda+\mu\mu+\nu\nu) = \alpha v$, on aura $\cos\zeta = \frac{\lambda}{v}$; $\cos\eta = \frac{\mu}{v}$ & $\cos\theta = \frac{\nu}{v}$; d'où l'on voit qu'il y a toujours $\cos\zeta^2 + \cos\eta^2 + \cos\theta^2 = 1$ : & ainſi on aura

$$\lambda = v\cos\zeta; \quad \mu = v\cos\eta; \quad \nu = v\cos\theta.$$

LI. Suppoſant donc pour la variabilité de l'axe de rotation $Oz$ les angles $\zeta$, $\eta$, $\theta$ variables, & outre cela la viteſſe angulaire $v$ variable, on obtiendra :

$d\lambda = dv\cos\zeta - v\,d\zeta\sin\zeta$ : $d\mu = dv\cos\eta - v\,d\eta\sin\eta$ : $d\nu = dv\cos\theta - v\,d\theta\sin\theta$

Or a cauſe de $\cos\zeta^2 + \cos\eta^2 + \cos\theta^2 = 1$ on aura

$$d\zeta\sin\zeta\cos\zeta + d\eta\sin\eta\cos\eta + d\theta\sin\theta\cos\theta = o$$

Or puiſque nos formules deviendroient trop compliquées par ces ſubſtitutions, & que la poſition de nos trois axes eſt arbitraire, poſons qu'à

qu'à l'inſtant préſent, ou au commencement de l'elément du tems $dt$, le corps ait tourné exactement autour de l'axe OA, de ſorte que $\mu = o$ & $\nu = o$, & que partant le mouvement ſe fit dans le ſens BC, avec la viteſſe angulaire $v$, la valeur de $\lambda$ ètant affirmative. Il ſera donc $\zeta = o$; $\eta = 90°$; $\theta = 90°$; d'où $\lambda = v$; $\mu = o$, $\nu = o$; or après l'elément du tems $dt$, l'axe de rotation s'ecarte infiniment peu de l'axe OA, de ſorte qu'il faſſe alors avec l'axe OA un angle $= \zeta$, avec l'axe OB un angle $= 90° + d\eta$, & avec l'axe OC un angle $= 90° + d\theta$; & il doit être $d\zeta^2 = d\eta^2 + d\theta^2$

LII. Dans cette ſuppoſition nous aurons donc :

$$d\lambda = dv; \quad d\mu = -v\,d\eta \quad \& \; d\nu = -v\,d\theta.$$

Et ces valeurs étant ſubſtituées dans nos expreſſions précédentes du § 49 donneront.

I. Le moment requis pour l'axe OA dans le ſens BC $=$

$$2\,M\left(\frac{ff\,dv}{dt} + \frac{nnv\,d\eta}{dt} + \frac{mmv\,d\theta}{dt}\right)$$

II. Le moment requis pour l'axe OB dans le ſens CA $=$

$$2\,M\left(\frac{-nn\,dv}{dt} - \frac{gg\,v\,d\eta}{dt} + \frac{ll\,v\,d\theta}{dt} + mmvv\right)$$

III. Le moment requis pour l'axe OC dans le ſens AB $=$

$$2\,M\left(\frac{-mm\,dv}{dt} + \frac{ll\,v\,d\eta}{dt} - \frac{hh\,v\,d\theta}{dt} - nnvv\right)$$

Où il faut remarquer que le mouvement rotatoire autour de l'axe AO eſt ſuppoſé ſe faire dans le ſens BC, avec la viteſſe angulaire $= v$.

LIII. Donc, pour que le corps tourne conſtamment autour du même axe OA, ou qu'il ſoit $d\eta = o$ & $d\theta = o$, mais d'un mouvement variable, il faut que ce corps ſoit ſollicité par des forces, qui fourniſſent

I. Pour l'axe OA un moment dans le ſens BC $= \frac{2\,M\,ff\,dv}{dt}$.

II. Pour l'axe OB un moment dans le ſens CA $= \left(mmvv - \frac{nn\,dv}{dt}\right)$

III. Pour l'axe OC un moment dans le ſens BA $= \left(nnvv + \frac{mm\,dv}{dt}\right)$

D'où l'on voit que pour accélerer le mouvement rotatoire, il faut un moment de forces pour l'axe de rotation OA, lequel ſoit proportionel à M $ff$, c'eſt à dire au moment d'inertie du corps par rapport à l'axe OA. Mais, pour que le corps tourne autour de l'axe immobile OA d'un mouvement uniforme, il faut que ce corps ſoit ſollicité de dehors par des forces, qui n'ayent aucun moment pour l'axe OA, mais qui donnent pour l'axe OB un moment dans le ſens CA $= 2\,M\,mmvv$, & pour l'axe OC un moment $= 2\,M\,nnvv$. Donc ce mouvement ne ſaura ſubſiſter ſans le ſecours de forces externes, à moins qu'il n'y ſoit $mm = 0$ & $nn = 0$, ou $\int xz\,dM = 0$ & $\int yz\,dM = 0$, ce qui eſt préciſement le cas remarqué cy-deſſus, où les forces centrifuges ſe détruiſent mutuellement.

## RECHERCHE DU MOUVEMENT D'UN CORPS SOLIDE AUTOUR DE SON CENTRE DE GRAVITÉ, LES FORCES DONT IL EST SOLLICITÉ ÉTANT DONNÉES.

*Fig. IV.* LIV. Le corps étant rapporté aux trois axes fixes OA, OB, OC, qui ſe coupent perpendiculairement au centre de gravité O, ſoit comme nous avons poſé cy-deſſus, nommant les coordonnées $OX = x$, $XY = y$, $YZ = z$, & l'élément du corps en $Z = dM$.

$\int dM\,(xx + yy) = M\,ff$ $\qquad$ $\int xy\,dM = M\,ll$

$\int dM\,(xx + zz) = M\,gg$ $\qquad$ $\int xz\,dM = M\,mm$

$\int dM\,(yy + zz) = M\,hh$ $\qquad$ $\int yz\,dM = M\,nn$

Cela poſé, que le corps ait déjà un mouvement quelconque qui ſe faſſe autour d'un axe Oz, de ſorte que $Ox = vu$; $x\eta = \mu u$; $\eta z = \lambda u$, & que la viteſſe rotatoire autour de cet axe ſoit $= V(\lambda\lambda + \mu\mu + \nu\nu)$.

LV. Dans

LV. Dans cet état le corps ſoit ſollicité par des forces quelconques, & pour trouver le changement, qui en ſera cauſé dans le mouvement du corps, on n'aura qu'à avoir égard aux momens des ces forces par rapport aux trois axes OA, OB, OC: ſoit donc le moment qui réſulte de ces forces

pour l'axe OA dans le ſens BC $= Pa$.

Le moment pour l'axe OB dans le ſens CA $= Qa$.

Le moment pour l'axe OC dans le ſens CO $= Ra$.

Maintenant égalant ces moments à ceux qui ont été trouvés cy-deſſus (§. 49.) nous obtiendrons les trois équations ſuivantes.

I. $$\frac{Pa}{2M} = \frac{ff\,d\lambda}{dt} - \frac{nn\,d\mu}{dt} - \frac{mm\,dv}{dt} + \lambda\nu mn - \lambda\mu mm - (\mu\mu - \nu\nu)ll + \mu\nu(hh - gg)$$

II. $$\frac{Qa}{2M} = \frac{gg\,d\mu}{dt} - \frac{ll\,dv}{dt} - \frac{nn\,d\lambda}{dt} + \lambda\mu ll - \mu\nu nn - (\nu\nu - \lambda\lambda)mm + \lambda\nu(ff - hh)$$

III. $$\frac{Ra}{2M} = \frac{hh\,dv}{dt} - \frac{mm\,d\lambda}{dt} - \frac{ll\,d\mu}{dt} + \mu\nu mm - \lambda\nu ll - (\lambda\lambda - \mu\mu)nn + \lambda\mu(gg - ff)$$

d'où on pourra déterminer les changemens infiniment petits $d\lambda$, $d\mu$ & $d\nu$, qui ſeront produits dans l'elément du tems $dt$.

LVI. Mais, puiſque la réſolution de ces équations nous conduiroit à des formules trop longues, poſons, comme nous avons fait auparavant, que le corps tourne à l'inſtant préſent autour de l'axe OA dans le ſens BC avec une viteſſe angulaire $= v$: & qu'après le tems $= dt$, l'axe de rotation change, en ſorte qu'il faſſe alors avec l'axe OA un angle $= d\zeta$, avec l'axe OB un angle $= 90° + d\eta$ & avec l'axe OC un angle $= 90° + d\theta$; & que la viteſſe angulaire devienne alors $= v + dv$: & nous avons vû qu'il eſt $d\zeta^2 = d\eta^2 + d\theta^2$. Cela ſuppoſé, nous aurons les trois équations ſuivantes:

I. $$\frac{Pa}{2M} = \frac{ff\,dv}{dt} + \frac{nn\,v\,d\eta}{dt} + \frac{mm\,v\,d\theta}{dt}.$$

II. $\frac{Qa}{2M} = \frac{-nn\,dv}{dt} - \frac{gg\,v\,d\eta}{dt} + \frac{ll\,v\,d\theta}{dt} + mm\,vv$

III. $\frac{Ra}{2M} = \frac{-mm\,dv}{dt} + \frac{ll\,v\,d\eta}{dt} - \frac{hl\,v\,d\theta}{dt} - nn\,vv$

LVII. Maintenant la réſolution de ces trois équations nous fournira pour $dv$, $d\eta$ & $d\theta$ les valeurs ſuivantes:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{Pa\,(gghh-ll) + Qa\,(hhmm+llmm) + Ra\,(ggmm+llnn) - 2Mvv\,(mmnn\,(hh-gg)+ll\,(m^4-n^4))}{2M\,(ffggbb-ffl^4-ggm^4-hhn^4-2llmmnn)}$$

$$-\frac{vd\eta}{dt} = \frac{Pa\,(hhnn+llmm) + Qa\,(ffhh-mm) + Ra\,(ffll+mmnn) - 2Mvv\,(ffhhmm-ffllnn-mm\,(m^4+n^4))}{2M\,(ffggbb-ffl^4-ggm^4-hhn^4-2llmmnn)}$$

$$-\frac{vd\theta}{dt} = \frac{Pa\,(ggmm+llnn) + Qa\,(ffll+mmmm) + Ra\,(ffgg-n^4) + 2Mvv\,(ffggnn-ffllmm-nn\,(m^4+n^4))}{2M\,(ffggbb-ffl^4-ggm^4-hhn^4-2llmmnn)}$$

De ces formules donc on connoitra pour chaque inſtant le changement élémentaire, qui arrivera tant dans la poſition de l'axe de rotation, que dans la viteſſe angulaire. Or il faut pour chaque inſtant changer la poſition des trois axes OA, OB, OC afin que OA convienne toujours avec l'axe de rotation: & alors on ſera obligé de calculer de nouveau pour chaque inſtant les valeurs $ll$, $mm$, $nn$, $ff$, $gg$, $hh$; puiſque le changement de la ſituation du corps par rapport aux trois axes y cauſera des variations continuelles.

LVIII. Ce ſeront donc ces trois formules, qui contiennent les nouveaux principes de Mecanique, dont on a beſoin pour déterminer le mouvement des corps ſolides, lorſque l'axe de rotation, autour duquel ils tournent, ne demeure pas immobile, ou dirigé vers la même plage du Ciel, ou de l'eſpace abſolu. Et il eſt évident que ces nouveaux principes ſont ſuffiſans pour tous les cas imaginables des mouvemens, dont les corps ſolides ſont ſusceptibles. Or jusqu'ici on n'a été en état que de réſoudre ce cas fort particulier, où il eſt pour le corps $m = o$ & $n = o$, & enſuite pour les forces ſollicitantes $Q = o$ & $R = o$: Mais pour ce cas on aura $\frac{dv}{dt} = \frac{Pa}{2Mff}$, & $d\eta = o$ & $d\theta = o$:

$d\theta = o$ : d'où l'on voit combien ſont bornées les recherches de Mecanique, ſans le ſecours de ces nouveaux principes, que je viens de déduire de l'axiome général, ſur lequel eſt fondée toute la Mecanique.

LIX. Comme les formules qui contiennent ces principes, ſont trop embaraſſées, pour en pouvoir faire voir clairement leur nature ; il ſera à propos d'en faire l'application à une certaine eſpece de corps, où ces formules deviennent aſſés ſimples. Suppoſons donc que le corps ſolide, dont il s'agit de déterminer le mouvement, ſoit un globe formé d'une matiére homogene, ou du moins des couches ſphériques concentriques, dont chacune ſoit homogene. Dans ce cas il eſt clair, que les momens d'inertie $Mff$, $Mgg$, $Mhh$ par rapport à chaque axe ſeront égaux entr'eux, & partant $gg = hh = ff$ ; de plus il ſera toujours $ll = o$, $mm = o$, & $nn = o$. Donc les trois formules, qui renferment le changement du mouvement cauſé par les trois momens $Pa$, $Qa$, $Ra$ ſeront :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{Pa}{2Mff}; \quad \frac{vd\eta}{dt} = \frac{-Qa}{2Mgg} \quad \& \quad \frac{vd\theta}{dt} = \frac{-Ra}{2Mhh}$$

dont la raiſon ne ſera plus difficile à comprendre.

LX. Les deux axes OB & OC étant arbitraires, pourvu qu'ils ſoient dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation OA, on les peut toujours arranger en ſorte, que les moments de forces par rapport à un d'eux ſe détruiſent. Soient donc ces axes OB & OC tellement choiſis que le moment par rapport à OC évanouïſſe, ou qu'il ſoit $R = o$: nous aurons donc $\frac{dv}{dt} = \frac{Pa}{2Mff}$; $\frac{vd\eta}{dt} = \frac{-Qa}{2Mqq}$ & $d\theta = o$, d'où nous voyons que l'axe OA approchera de l'axe OB par un angle infiniment petit $-d\eta = \frac{Qadt}{2Mggv}$ dans le tems $dt$; car puiſque $a\theta = o$, c'eſt un ſigne que l'axe de rotation demeure perpendi-

pendiculaire à l'axe OC. Donc c'eſt le moment de forces, qui tend à tourner le corps autour de l'axe OB dans le ſens CA, duquel eſt produite l'inclinaiſon de l'axe de rotation OA vers l'axe OB, pendant que le corps tourne autour de OA dans le ſens BC, & cette inclinaiſon eſt réciproquement proportionelle à la viteſſe rotatoire du corps autour de ſon axe de rotation.

*Fig. V.* LXI. Soient pour mieux répreſenter cela OA, OB, OC les trois axes, autour du premier desquels OA le corps ſphèrique que je conſidere ici, tourne dans le ſens BC avec une viteſſe angulaire $= v$. Que ce corps ſoit ſollicité par deux forces P & Q, dont la premiere P lui ſoit appliquée en B ſelon la direction B P parallele à OC, & l'autre Q en C ſelon la direction CQ parallele à OA, de ſorte que les diſtances ſoient $OB = a$ & $OC = e$. Cela poſé, la premiere force n'aura pas d'autre moment que par rapport à l'axe OA, & ce moment ſera $= P\,a$ dans le ſens BC; or l'autre force $CQ = Q$ n'aura pas d'autre moment que par rapport à l'axe OB, & ce moment ſera $= Q\,a$ dans le ſens CA. Maintenant le moment d'inertie du corps par rapport à un axe quelconque, qui paſſe par ſon centre de gravité étant poſé $= M\,ff$: l'effet de la premiere force P conſiſtera dans l'accéleration du mouvement rotatoire, donnant $dv = \frac{P\,a\,dt}{2\,M\,ff}$: & l'effet de l'autre force Q fera incliner l'axe de rotation OA vers OB, & le transportera en $Oa$, de ſorte que l'angle $A\,O\,a = \frac{Q\,a\,dt}{2\,M\,ff\,v}$.

*Fig. VI.* LXII. On comprendra mieux le fondement de ces effets, ſi nous regardons la ſuperficie ſphèrique BCD du corps, dont le rayon ſoit $OB = OC = OA = a$, & qui tourne autour de l'axe OA dans le ſens BC avec la viteſſe rotatoire $= v$. Soit B P la force P, qui accélere le mouvement de rotation, autour de l'axe OA; & on voit que cette force produit le même effet, que ſi l'autre force Q n'agiſſoit point ſur le corps; donc cet effet eſt connu par les principes vulgai-

vulgaires, desquels il doit être $dv = \frac{P a dt}{2 M ff}$. Conſiderons l'autre force Q appliquée en A ſelon la direction AQ parallele à CO, car il eſt évident que cette force produira le même moment, que ſi elle étoit appliquée en C ſelon une direction parallele à OA. L'effet donc de cette force conſiſtera en ce qu'elle tranſportera l'axe de rotation OA en O $a$ par l'angle $AOa = \frac{Q a dt}{2 M ff v}$.

LXIII. Pour donner une explication de cet effet, qu'on conſidere d'abord le ſeul mouvement de rotation, par lequel le point $a$ ſera tranſporté autour de A en $\alpha$, par l'angle $aA\alpha$ dans le tems $dt$: la viteſſe angulaire étant $= v$, cet angle $aA\alpha$ ſera $= v\,dt$; & partant l'eſpace $a\alpha = A a . v\,dt$. Enſuite faiſons abſtraction du mouvement rotatoire, & conſiderons le corps, comme s'il étoit ſollicité par la ſeule force $AQ = Q$, qui lui imprimera un mouvement de rotation autour de l'axe BOD, dans le ſens CA ou $\alpha a$; & la viteſſe rotatoire engendrée dans le tems $dt$ ſera $= \frac{Q a dt}{2 M ff}$: donc dans le tems $dt$ ce mouvement ſe fera par un angle $= \frac{Q a dt^2}{2 M ff}$. Par ce mouvement le point $\alpha$ ſera retiré vers $a$ par un eſpace $= \frac{Q a a dt^2}{2 M ff}$; & il eſt clair que le point $\alpha$ doit exactement être rétabli en $a$, afin que ce ſoit le point $a$ & l'axe O $a$ qui demeure en repos. De là nous aurons $a\alpha = A a . v\,dt = \frac{Q a a dt^2}{2 M ff}$, & partant $\frac{A a}{AO} =$ angl. $AOa = \frac{Q a dt}{2 M ff v}$; ce qui eſt la même expreſſion qui a été déduite de nos principes.

# SUR LE PLUS GRAND ECLAT DE VENUS, EN SUPPOSANT SON ORBITE ET CELLE DE LA TERRE ELLIPTIQUE.

PAR M. KIES.

Copernic ayant au commencement du XVI. ſiecle renouvellé l'ancien Syſtême que Pythagore avoit appris dans l'Orient, il fut bientôt répandu par toute l'Europe ; & la plûpart des Aſtronomes reconnurent d'abord que le mouvement de la Terre & des autres Planetes autour du Soleil eſt la vraye Phyſique celeſte, & le Soleil fut regardé comme immobile au centre de leurs révolutions. Mais, quelque ſimple & ſolide que parût cette théorie, comme auroient facilement pû s'en convaincre ceux qui auroient refléchi ſur les ſolides raiſons, que Copernic en avoit apportées, elle ne manqua pourtant pas d'être vivement attaquée. L'une des principales objections qui ait été oppoſée contre le mouvement de la Terre & de toutes les Planetes autour du Soleil ; c'eſt que dans la nouvelle hypotheſe Venus devroit paroître à chaque révolution avoir préciſément les mêmes phaſes que la Lune ; ce qui étoit, diſoit-on, contraire à l'expérience & aux obſervations. Car, ſuivant le Syſteme de Copernic, lorsque Venus, après ſa conjonction inférieure avec le Soleil, ſort des rayons du Soleil, en ſe faiſant voir dans l'Aurore, ſon diametre devroit être le plus grand, & Venus devroit paroître alors concave, comme paroit la Lune peu de jours avant qu'elle ſoit nouvelle. Après cela elle devroit augmenter de lumiere ; de ſorte que dans ſes plus grandes digreſſions ou élongations du Soleil, elle devroit paroître dicho-

dichotome, ou coupée par la moitié, comme la Lune paroit dans ſes derniers Quartiers. S'approchant enſuite en apparence du Soleil, elle devroit diminuer continuellement de grandeur, mais augmenter de lumiere, jusqu'à ce que, vers le tems de ſa conjonction ſupérieure avec le Soleil, elle parut ronde & ſe cachât enfin ſous les rayons du Soleil. Peu de tems après ſa conjonction ſupérieure, elle devroit reparoitre le ſoir dans le crépuſcule, augmentant de grandeur & diminuant de lumiere à meſure qu'elle s'éloigneroit du Soleil, jusqu'à ſes plus grandes digreſſions, où l'on devroit encore la voir dichotome comme la Lune paroit dans ſes premiers Quartiers ; & à meſure qu'elle s'approcheroit enſuite de ſa conjonction inférieure, elle devroit paroitre le ſoir ſous la forme d'un Croiſſant, comme la Lune quelques jours après qu'elle eſt nouvelle. Les Adverſaires de Copernic prétendoient qu'on n'obſervoit point les phaſes de Venus telles que je les ai décrites, & Copernic ne pouvoit répondre autre choſe, ſi ce n'eſt qu'elle les avoit en effet, & méme qu'il ne falloit pas deſeſpérer qu'un jour les Aſtronomes ne puſſent en rendre un témoignage authentique. En effet cette prédiction fut confirmée peu de tems après, lorsque le célébre Galilée profitant de la découverte qui venoit de ſe faire en Allemagne des lunettes d'approche, ou des teleſcopes, obſerva le premier les phaſes de Venus ſemblables à celles de la Lune, & préciſément telles que la théorie de Copernic les demande, de ſorte qu'ayant bientôt publié par toute la Terre les obſervations qu'il venoit de faire, l'on fut enfin obligé de conclurre avec Galilée que rien ne pouvoit être plus propre a démontrer le ſyſtème de Copernic, que cette obſervation ſur les phaſes de Venus. Mercure eſt ſujet aux mêmes variations dans ſes phaſes que Venus, mais ne ſe montrant que dans ſes plus grandes digreſſions, nous ne le pouvons jamais voir parfaitement plein & rond; mais il eſt ou dichotome, ou un peu convexe, ou enfin un peu concave, étant vû par le teleſcope. Dans les planetes ſupérieures de Saturne & de Jupiter, les changemens des phaſes ne ſont pas ſenſibles du tout, à cauſe de leur grande diſtance;

car, ſoit dans la figure ci-jointe P la planete inférieure, par exemple, la Terre, Q la ſupérieure & dans nôtre cas Jupiter, mettez $SP = x$, $SQ = y$, $PSQ = s$, qu'on tire de P à SQ la ligne perpendiculaire PR, & nous aurons $PR = x \sin s$, $SR = x \cos s$, & $QR = y - x \cos s$, & partant tang. $PQS = \frac{x \sin s}{y - x \cos s}$, & comme le ſinus verſe de l'angle SQM eſt proportionel à la partie éclairée de la Planete, obſervée du centre de la Terre, nous aurons

ſin. verſ. $SQM = 1 + \frac{y - x \cos s}{\sqrt{(y^2 - 2xy\cos s + x^2)}}$: mais parce que la diſtance de Jupiter au Soleil eſt à peu près cinq fois plus grande que celle qui nous ſépare du Soleil, on aura ſin. verſ. $SQM = 1 + \frac{5 - \cos s}{\sqrt{(26 - 10\cos s)}}$ Mettons à préſent l'élongation heliocentrique de Jupiter à la Terre ou $s = 90°$, & notre formule deviendra $1 + \frac{5}{\sqrt{26}} = 1.98058$.

ſi $s = 45°$, nous aurons $1 + \frac{5 - \sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{(26 - 5\sqrt{2})}} = 1.98668$

Ces expreſſions nous font voir, en diviſant le Diametre de Jupiter en 2, la quantième partie en pourroit manquer dans ſes diverſes ſituations & ſes differens aſpects avec le Soleil: & comme le plus grand Diametre de Jupiter, vû du centre de la Terre, eſt à peu près $= 50''$, $\frac{2}{100}$ qui y pourroient manquer, n'importeront pas une ſeconde; & comme il eſt vraiſemblable que Jupiter eſt environné d'une atmoſphere, à cauſe de laquelle plus de la moitié du corps de Jupiter ſera éclairée du Soleil, on verra la planete de Jupiter toujours pleine & parfaitement ronde. A plus forte raiſon les changemens des phaſes de Saturne doivent diſparoitre tout à fait, quand nous conſidèrons l'extrême diſtance dont il eſt eloigné de notre globe. Dans

la

la planete de Mars on obſerve quelques variations dans les phaſes qui ne ſont pourtant pas à beaucoup près ſi grandes que celles qu'on remarque dans les planetes inferieures, & ſurtout dans Venus ; & tous ces changemens des phaſes s'accordent ſi parfaitement avec le ſyſtème de Copernic, que ſa théorie n'eſt jamais démentie par les obſervations. Après toutes ces explications & cet accord merveilleux de l'expérience & des principes, il reſte encore dans les apparitions de la planete de Venus une merveille, qui paroiſſoit d'abord irréconciliable avec tous les ſyſtèmes du monde, tant qu'on ne peſoit pas avec aſſez de circonſpection toutes les circonſtances ; c'eſt que, quand le diſque de Venus paroit entierement éclairé, ce n'eſt jamais dans cette ſituation que ſa lumiere devient la plus brillante & la plus abondante ; ſon plus grand éclat n'arrive jamais dans ſa conjonction ſupérieure avec le Soleil, mais long tems après, & même après les quadratures ; car Venus étant dans ſa conjonction ſupérieure avec le Soleil, ſa diſtance à la Terre devient trop grande ; c'eſt cette grande diſtance, qui eſt cauſe que la force & la vivacité de ſa lumiere diminuent d'une part dans un plus grand rapport que la quantité de lumiere n'augmente de l'autre, c'eſt à dire, à meſure que nous voyons ſous un plus grand angle ſon diſque éclairé. Car la lumiere de Venus décroit conſtamment comme les quarrés de ſes diſtances à la Terre augmentent, au lieu que la partie éclairée que nous appercevons ſucceſſivement un peu plus grande, jusqu'à ce que le diſque nous paroit entierement lumineux, croit ſeulement dans la raiſon des ſinus verſes de l'angle extérieur qui eſt à la planete SPM, comme nous l'avons vû cy-deſſus. Ce qui augmente le plus cette merveille dans les apparitions de Venus, c'eſt qu'ayant exactement obſervé dans une révolution le point de l'orbite de Venus, ou ſon élongation Géocentrique au Soleil, où ſon éclat étoit le plus grand, on trouve que faiſant la ſeconde révolution, & ayant la même élongation, ſon plus grand éclat eſt la ſeconde fois ou plus grand ou plus petit, que la premiere ; de ſorte qu'il y a des degrés dans ſa plus grande lumiere,

& un éclat enfin qui ſurpaſſe tous les autres plus grands éclats. Pour s'aſſurer de ce que j'avance ici, on n'a qu'à ſe rappeller, que Venus a été quelquefois obſervée à la vûe ſimple en plein midi avec le Soleil, comme l'année 1747. au mois de Novembre, & même l'année paſſée; & dans le dernier ſiecle, où elle fut d'abord priſe pour une Comete, qui ſelon la ſuperſtition du peuple prédiſoit toutes ſortes d'evénemens. Il eſt bien vrai que ce cas n'arrive pas toujours quand il devroit paroitre, mais il faut auſſi de certaines ſaiſons, pour nous faire voir ce beau ſpectacle. En Eté on a rarement obſervé la planete de Venus en plein jour, parce que le trop grand éclat du jour l'éteint alors; en Hyver l'atmoſphère continuellement chargée de trop de vapeurs nous la fait pareillement diſparoitre; ce n'eſt qu'aux environ des équinoxes qu'il nous eſt permis d'admirer ce luſtre de Venus; dans leſquelles ſaiſons, heureuſement pour la ſolution du problème que nous allons examiner, la Terre eſt dans ſa diſtance moyenne au Soleil. Si l'on vouloit déterminer par des obſervations le rapport, qu'ont les plus grands éclats de Venus entre eux, on pourroit ſe ſervir de la même methode qu'a emploiée Mr. *Bouguer* pour la détermination de la lumiere de la Lune par rapport à celle du Soleil; il avoit affoibli la lumiere du Soleil moyennant un verre concave jusqu'à ce qu'elle lui parût égale à la lueur d'une bougie éloignée de lui d'une diſtance connue, & comparant après la lumiere de la Lune pleine à la même bougie éloignée de lui pareillement d'une diſtance connue, il a trouvé le vray rapport de la lumiere du Soleil à celle de la Lune. Si l'on faiſoit la même opération pour le plus grand éclat de Venus dans chaque révolution, on trouveroit le véritable rapport qu'ont ces plus grandes ſplendeurs de Venus entre elles. J'ai taché dans la ſolution du problème ſuivant de découvrir par la théorie cette rélation; & les uſages qui en réſultent pour faire voir l'accord du ſyſtème du monde avec tous les phénomenes juſtifieront aſſez mon entrepriſe.

PRO-

## PROBLEME.

*La theorie de la Terre & de Venus étant donnée, trouver où le plus grand éclat de Venus arrivera.*

## SOLUTION

Soit la Terre en Q, Venus en P, $SP = x$, $SQ = y$, l'angle $QSP = s$, & il ſera coſin $QPS = \frac{x - y \cos s}{\sqrt{(x^2 - 2xy\cos s + y^2)}}$. Comme l'éclat de Venus eſt en raiſon compoſée directe du ſinus verſe de l'angle SPM & inverſe compoſée doublée de la diſtance QP & PS, il ſera proportionel à cette quantité $= \frac{x - y\cos s + \sqrt{x^2 - 2xy\cos s + y^2}}{(y^2 - 2xy\cos s + x^2)^{3:2}\, x\, x}$. Pour trouver donc où cet éclat eſt le plus grand, le differentiel de la quantité $\frac{x - y\cos s + \sqrt{x^2 - 2xy\cos s + y^2}}{(y^2 - 2xy\cos s + x^2)^{3:2} x\, x}$ doit être égalé à zero, c'eſt à dire

$$(y^2 - 2xy\cos s + x^2)\,(x\,dx - x\cos s\,dy + xy\sin s\,ds) =$$
$$(3x - 3y\cos s + 2\sqrt{x^2 - 2xy\cos s + y^2})(x^2 dx - x^2\cos s\,dy - xy\cos s\,dx + x^2 y\sin s\,ds + xy\,dy)$$
$$+ 2\,dx\,(x - y\cos s + \sqrt{x^2 - 2xy\cos s + y^2})\,(x^2 - 2xy\cos s + y^2), \text{ ou}$$
$$\left[4x^3 - 10x^2 y\cos s - 2y^3\cos s + xy^2(7\cos s^2 + 1) + 2x(x - y\cos s)\sqrt{(x^2 - 2xy\cos s + y^2)} + 2(x^2 - 2xy\cos s + y^2)^{3:2}\right] dx$$
$$+ \left[x^2 y(4 - \sin s^2) - 2x\cos s\,(x^2 + y^2) + 2x\,(y - x\cos s)\sqrt{(x^2 - 2xy\cos s + y^2)}\right] dy$$
$$+ \left[xy\sin s\,(2x^2 - y^2 - xy\cos s + 2x\sqrt{x^2 - 2xy\cos s + y^2}\right] ds = 0$$

Si l'on ſuppoſe l'éclat de Venus ſeulement proportionel à $\frac{x - y\cos s + \sqrt{x^2 - 2xy\cos s + y^2}}{(y^2 - 2xy\cos s + x^2)^{3:2}}$ nous aurons

3 (x—

$$3(x-y\cos s+\sqrt{x^2-2xy\cos s+y^2})(xdx-xdy\cos s-ydx\cos s+ydy+xy\sin s ds)(\sqrt{x^2-2xy\cos s+y^2}) =$$
$$(x^2-2xy\cos s+y^2)^{\frac{3}{2}}(dx-dy\cos s+y\sin s ds)+(x^2-2xy\cos s+y^2)(xdx-xdy\cos s-ydx\cos s+ydy+xy\sin s ds)$$

ou

$$(3x-3y\cos s+2\sqrt{x^2-2xy\cos s+y^2})(xdx-xdy\cos s-ydx\cos s+xy\sin s ds+ydy) =$$
$$(x^2-2xy\cos s+y^2)(dx-dy\cos s+y\sin s ds)$$

ou enfin

$$[2(x-y\cos s)^2-y^2\sin s^2+2(x-y\cos s)\sqrt{x^2-2xy\cos s+y^2}]\,dx +$$
$$[xy(4-\sin s^2)-2\cos s(x^2+y^2)+2(y-x\cos s)\sqrt{x^2-2xy\cos s+y^2}]\,dy +$$
$$y\sin s\,ds\,(2x^2-y^2-xy\cos s+2x\sqrt{x^2-2xy\cos s+y^2}) = 0$$

Comme nous ſuppoſons la Theorie du Soleil & de Venus connue, mettons le demi-grand axe de l'orbite de Venus $= a$, & celui de la Terre $=$ A, l'excentricité de l'orbite de Venus $= e$, & celle de la Terre $=$ E, l'anomalie vraie de Venus $= v$, & celle de la Terre $=$ V; & comme les planetes décrivent autour du Soleil des aires proportionelles au tems, ſoit dans l'élément du tems (fig. 2.) $dt$ l'aire $PSp = mdt$, & $QSq = ndt$, il ſera $mdt = \frac{1}{2}PS^2\,PSp$ & partant l'angle $PSp = \frac{2mdt}{x^2}$, pareillement le petit angle $QSq = \frac{2ndt}{y^2}$, & partant $ds = qSp - QSP = QSq - PSp = 2dt\left(\frac{n}{y^2}-\frac{m}{x^2}\right)$. AP & BQ ſoient les tangentes des orbites, & APS $= p$, BQS $= q$, l'aire $PSp = mdt = \frac{1}{2}PS.\,Pp.\,\sin p$, on aura $Pp = \frac{2mdt}{x\sin p}$ & $dx = \frac{2mdt}{x\tang p}$ & $dy = \frac{2ndt}{y\tang q}$. Et comme les aires de deux corps tournant autour du Soleil ſont en raiſon ſousdoublée des parametres de leurs orbites, il ſera $m = V a(1-ee)$;

$* =$

$n = \sqrt{A(1-EE)}$ & la tangente de $p$ étant $= \frac{e \cos v - 1}{e \sin v}$; tang. $q$

$= \frac{E \cos V - 1}{E \sin V}$ & $x = \frac{a(1-ee)}{1-e\cos v}$; $y = \frac{A(1-EE)}{1-E\cos V}$.

il ſera $dx = \frac{-2e \sin v.\, dt}{\sqrt{a(1-ee)}}$; $dy = \frac{-2E \sin V\, dt}{\sqrt{A(1-EE)}}$

$$ds = \frac{2\,dt\,((1-E\cos V)^2 - (1-e\cos v)^2)}{A^{3:2}(1-EE)^{3:2} - a^{3:2}(1-ee)^{3:2}}$$

Et ſi l'on met la difference de la longitude des Aphelies de la Terre & Venus, qui eſt connue, $= \theta$, il ſera $s = \theta + V - v$.

Comme il n'eſt pas poſſible de développer cette équation, mettons le lieu de la Terre en Q fixe, & cherchons pour chaque lieu donné de la Terre dans ſon orbite le lieu de Venus, où ſon plus grand éclat arrive ; dans ce cas nous aurons, à cauſe de $s = \alpha + v$, R répondant à l'aphelie de Venus

$$[2(x-y\cos s)^2 - y^2 \sin s^2 + 2(x-y\cos s)\sqrt{x^2-2xy\cos s+y^2}]\frac{e\,x \sin v}{1-e\cos v} =$$

$$y \sin s\,(2x^2 - y^2 - y\cos s + 2x\sqrt{(x^2-2xy\cos s+y^2)})$$

ſoit $x - y\cos s = z$, & cette équation ſera transformée dans la ſuivante

$$(2z^2 - y^2 \sin s^2 + 2z\sqrt{z^2 + y^2 \sin s^2})\frac{e\,x \sin v}{1-e\cos v} =$$

$$y \sin s\,(2z^2 + 3yz\cos s - y^2 \sin s^2 + 2(z + y\cos s)\sqrt{z^2 + y^2 \sin s^2})$$

& multipliant de part & d'autre par $2z^2 - y^2 - 2z\sqrt{(z^2 + y^2 \sin s^2)}$

il ſera

$$z\cos s\,(2z^2 - 7y^2 \sin s^2) + \frac{e\,x \sin v.\, \sin s}{1-e\cos v}(8z^2 - y^2 \sin s^2) - y^2 \sin s^2$$

$(8z^2 + y^2 \sin s^2) = 2\cos s\,(y^2 \sin s^2 + z^2)^{3:2}$, dans cette équation ſi on ſubſtitue $x = \frac{a(1-ee)}{1-\cos v}$; $z = x - y\cos s$; $s = \alpha + v$, on trouvera, par les racines de l'équation du 8me dégré, en combien de

points de l'orbite de Venus ſon éclat eſt le plus grand pour la même diſtance de la Terre au Soleil.

Comme cette équation eſt encore fort intraitable, faiſons pluſieurs hypotheſes pour les diſtances de la Terre & de Venus au Soleil, & les mettant données, ou connues, nous aurons dans nos formules differentielles

$$y \sin s\, ds\,(2x^2 - y^2 - xy\cos s + 2x\sqrt{x^2 - 2xy\cos s + y^2}) = 0$$

& partant $\cos s = \frac{-2x}{y} - \frac{y}{x} + \frac{2}{y}\sqrt{(3y^2 + x^2.)}$

Faiſons à preſent toutes les ſuppoſitions pour les diſtances de la Terre & de Venus au Soleil, & cherchons pour ces cas l'angle $s$.

| | |
|---|---|
| $l\,x = 9.\ 862359$ | $x = 0.\ 7283798$ *aphelie.* |
| $l\,x = 9.\ 859359$ | $x = 0.\ 7233666$ *diſtance moyenne.* |
| $l\,x = 9.\ 856295$ | $x = 0.\ 7182820$ *perihelie.* |
| $l\,y = 0.\ 007286$ | $y = 1.\ 0169180$ *aphelie.* |
| $l\,y = 0.\ 000000$ | $y = 1.\ 0000000$ *diſtance moyenne.* |
| $l\,y = 9.\ 992589$ | $y \quad 0.\ 9830800$ *perihelie.* |

## HYPOTHESE I.

*Si Venus eſt aphelie, & la Terre perihelie.*

$l\,x = 9.\ 862359$ | $l\,y = 9.\ 992589$ | $l\,y^2 = 9.\ 985178$
$l\,2 = 0.\ 301030$ | $l\,x = 9.\ 862359$ | $l\,3 = 0.\ 477121$
$0.\ 163389$ | $0.\ 130230$ | $0.\ 462299$

$l\,y = 9.\ 992589$
$0.\ 170800$

$l\,x^2 = 9.\ 724718$

$1.\ 4819$
$1.\ 3497$
$2.\ 8316$
$3.\ 7677$

$3\,y^2 = 2.\ 8993$
$x^2 = 0.\ 5305$
$3y^2 + x^2 = 3.4298$

$\cos s = 0.\ 9361$
$s = 20^\circ\ 35'$

$\log(3y^2 + x^2) = 0.\ 5352688$
$\frac{1}{2}\ l = 0.\ 2676344$
$l\,2 = 0.\ 3010300$
$0.\ 5686644$
$l\,y = 9.\ 992589$
$0.\ 576075$
nomb. $3.\ 7677$

HYPO-

## HYPOTHESE II.

*Si Venus eſt peribelie, & la Terre apbelie.*

$l x = 9.856295$
$l 2 = 0.301030$
$0.157325$
$l y = 0.007286$
$0.150039$
nombr. 1.4127
$l y = 0.007286$
$l x = 9.856295$
$0.150991$
$1.4158$
$3.7411$
$2.8285$
$\cos s = 0.9126$
$s = 24° 8'$

$l y^2 = 0.014572$
$l 3 = 0.477121$
$0.491693$
$3y^2 = 3.10237$
$x^2 = 0.51593$
$x^2 + 3y^2 = 3.61830$
$\log = 0.5585046$
$\frac{1}{2} \log = 0.2792523$
$l 2 = 0.3010300$
$0.5802823$
$l y = 0.007286$
$0.5729963$

$l x^2 = 9.712590$

## HYPOTHESE III.

*Si Venus & la Terre ſont dans leurs diſtances moyennes du Soleil.*

$l x = 9.859359$
$x = 0.72336$
$2x = 1.44672$
$1.38242$
$2.82914$

$\frac{ly}{x} = 0.140641$
$\frac{y}{x} = 1.38242$

$l x^2 = 9.718718$
$x^2 = 0.52326$
$3y^2 = 3.$
$3.52326$
$V 3y^2 + x^2 = 1.87704$
$\frac{2}{y} V 3y^2 + x^2 = 3.75408$
$2.82914$
$\cos s = 0.92494$
$s = 22° 20'$

## HYPOTHESE IV.

*Si Venus eſt perihelie, & la Terre perihelie.*

| | | |
|---|---|---|
| $l\ x = 9.\ 856295$ | $l\ y = 9.\ 992589$ | $l\ y^2 = 9.\ 985178$ |
| $l\ 2 = 0.\ 301030$ | $l\ x = 9.\ 856295$ | $l\ 3 = 9.\ 477121$ |
| $0.\ 157325$ | $0.\ 136294$ | $0.\ 462299$ |
| $l\ y = 9.\ 992589$ | | $3\ y^2 = 2.\ 8994$ |
| $0.\ 164736$ | | $x^2 = 0.\ 5159$ |
| $1.\ 4613$ | | $3.\ 4153$ |
| $1.\ 3687$ | | log. $0.\ 5334289$ |
| $2.\ 8300$ | | $\frac{1}{2}\ l.$ $0.\ 2667144$ |
| $3.\ 7597$ | | $l\ 2 = 0.\ 3010300$ |
| $\cos s = 0.\ 9297$ | | $0.\ 5677444$ |
| $s = 21^\circ\ 36'.$ | | $l\ y = 9.\ 9925890$ |
| | | $0.\ 5751554$ |

## HYPOTHESE V.

*Si la Terre eſt aphelie, & Venus aphelie.*

| | | |
|---|---|---|
| $l\ x = 9.\ 862359$ | $l\ y = 0.\ 007286$ | $l\ y^2 = 0.\ 014572$ |
| $l\ 2 = 0.\ 301030$ | $l\ x = 9.\ 862359$ | $l\ 3 = 0.\ 477121$ |
| $0.\ 163389$ | $0.\ 144927$ | $0.\ 491693$ |
| $l\ y = 0.\ 007286$ | | $3\ y^2 = 3.\ 10237$ |
| $0.\ 156103$ | | $x^2 = 0.\ 53054$ |
| $1.\ 4325$ | | $3y^2+x^2 = 3.\ 63291$ |
| $1.\ 3961$ | | log $= 0.\ 5602546$ |
| $2.\ 8286$ | | $\frac{1}{2}\ l = 0.\ 2801273$ |
| $3.\ 7486$ | | $l.\ 2. = 0.\ 3010300$ |
| $\cos s = 0.\ 9200$ | | $0.\ 5811573$ |
| $s = 22^\circ\ 56'.$ | | $l\ y = 0.\ 007286$ |
| | | $0.\ 5738713$ |

HYPO-

## HYPOTHESE VI.

*Si Venus eſt dans ſa diſtance moyenne du Soleil, & la Terre perihelie.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $l\,x$ | = 9. 859359 | $l\,y$ | = 9. 992589 | $3\,y^2$ | = 2. 8993 |
| $l\,2$ | = 0. 301030 | $l\,x$ | = 9. 859359 | $x^2$ | = 0. 5233 |
| | 0. 160389 | | 0. 133230 | $3y^2+x^2$ | = 3. 4226 |
| $l\,y$ | = 9. 992589 | | | log | = 0. 5343561 |
| | 0. 167800 | | | $\frac{1}{2}\ l$ | = 0. 2671780 |
| | 1. 4716 | | | $l\,2$ | = 0. 3010300 |
| | 1. 3590 | | | | 0. 5682080 |
| | 2. 8306 | | | $l\,y$ | = 9. 992589 |
| | 3. 7637 | | | | 0. 575619 |
| cof $s$ | = 0. 9331 | | | | |
| $s$ | = 21° 5′. | | | | |

## HYPOTHESE VII.

*Si Venus eſt dans ſa diſtance moyenne du Soleil, & la Terre aphelie.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $l\,x$ | = 9. 859359 | $l\,y$ | = 0. 007286 | $3\,y^2$ | = 3. 10237 |
| $l\,2$ | = 0. 301030 | $l\,x$ | = 9. 859359 | $x^2$ | = 0. 5233 |
| | 0. 160389 | | 0. 147927 | $3y^2+x^2$ | = 3. 62567 |
| $l\,y$ | = 0. 007286 | | | log | = 0. 5593883 |
| | 0. 153103 | | | $\frac{1}{2}$ log. | = 0. 2796941 |
| | 1. 4227 | | | $l\ 2$ | = 0. 3010300 |
| | 1. 4058 | | | | 0. 5807241 |
| | 2. 8285 | | | $l\ y$ | = 0. 007286 |
| | 3. 7449 | | | | 0. 5734381 |
| cof $s$ | = 0. 9164 | | | | |
| $s$ | = 23° 36′ | | | | |

## HYPOTHESE VIII.

*Si la Terre eſt dans ſa diſtance moyenne du Soleil, & Venus perihelie.*

$l\,x = 9.856295$ $l\,y = 0.000000$ $3\,y^2 = 3.000000$
$l\,2 = 0.301030$ $l\,x = 9.856295$ $x^2 = 0.5159$
$0.157325$ $0.143705$ $3\,y^2 + x^2 = 3.5159$
$1.43657$ log $= 0.5460365$
$1.39221$ $\frac{1}{2}\,l. = 0.2730182$
$2.82878$ $l.\ 2 = 0.3010300$
$3.75015$ $0.5740482$
$\cos s = 0.92137$
$s = 22°\ 52°$

## HYPOTHESE IX.

*Si la Terre eſt dans ſa diſtance moyenne du Soleil & Venus aphelie.*

$l\,x = 9.862359$ $l\,y = 0.000000$ $3\,y^2 = 3.0000$
$l\,2 = 0.301030$ $l\,x = 9.862359$ $x^2 = 0.5305$
$0.163389$ $0.137641$ $3\,y^2 + x^2 = 3.5305$

$1.4568$ log $0.5478362$
$1.3729$ $\frac{1}{2}$ log $= 0.2739181$
$2.8295$ $l\ 2 = 0.3010300$
$3.7582$ $0.5749481$
$\cos s = 0.9292$
$s = 21°\ 39'$

Après avoir trouvé l'élongation heliocentrique de Venus au Soleil pour ſon plus grand éclat, cherchons à preſent le rapport qui eſt

eſt entre ces plus grands éclats ; pour cette fin il faut trouver les valeurs de l'angle S P M, & de la ligne Q P.

## HYPOTHESE I.

I. 7114598 : 0. 2547002 = tang. 79° 42′½ :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9. 4060292 | | *l.* S P = | 9. 8623590 |
| 10. 7409308 | | *l.* fin. P S Q = | 9. 5460110 |
| 10. 1469600 | | | 9. 4083700 |
| 0. 2333666 | | *l.* fin. S Q P = | 9. 8113583 |
| 9. 9135934 | | *l.* Q P = | 9. 5970117 |

½ diff. = 39° 20½′

79 42½

S P Q = 119° 3′ & S Q P = 40° 22′

## HYPOTHESE II.

I. 7352000 : 0. 2986360 = tang. 77° 56′

9. 4751421
10. 6700472
10. 1451893
0. 2393495
9. 9058398
38° 50
77 56

S P Q 116 46 SQP = 39° 6′

*l.* S P = 9. 8562950
*l.* fin. P S Q = 9. 6115762
9. 4678712
*l.* fin S Q P = 9. 7998062
*l* Q P 9. 6680650

## HYPOTHESE III.

I. 7233666 : 0. 2766334 = tang. 78° 50′

9. 4419046
0. 2363777
9. 2055269
10. 7046511
9. 9101780
39° 7′
78 50

S P Q 117 57 SQP = 39° 43′

9. 8593590
9. 5797772
9. 4391362
9. 8054951
*l* Q P 9. 6336411

HYPO-

## HYPOTHESE IV.

| | | |
|---|---|---|
| 1. 7013620: | 0. 2647980 = | tang. 79° 12′ |
| 9. 4229147 | / S P. | 9. 8562950 |
| 10. 7195122 | / sin PSQ | 9. 5659948 |
| 10. 1424269 | | 9. 4222898 |
| 0. 2307967 | / sin PQS | 9. 8079169 |
| 9. 9116302 | / QP = | 9. 6143729 |
| 39° 12 | | |
| 79 12 | | |
| SPQ = 118 25 | S Q P = 39 59 | |

## HYPOTHESE V.

| | | |
|---|---|---|
| 1. 7452978: | 0. 2885382 = | tang. 78° 32′ |
| 9. 4602033 | / S P | 9. 8623590 |
| 10. 6928325 | / sin PSQ | 9. 5906856 |
| 10. 1530358 | | 9. 4530446 |
| 0. 2418695 | / sin PQS | 9. 8022816 |
| 9. 9111663 | SQP = | 9. 6507630 |
| 39° 10′ | | |
| 78 32 | | |
| SPQ 117 42 | / Q P = 117 42 | |

## HYPOTHESE VI.

| | | |
|---|---|---|
| 1. 7064466: | 0. 2597134 = | tang. 79° 27½ |
| 9. 4144944 | / S P | 9. 8593590 |
| 10. 7302739 | / sin PS Q | 9. 5559711 |
| 10. 1447683 | | 9. 4153301 |
| 0. 2320927 | / sin P Q S | 9. 8097182 |
| 9. 9126756 | / QP = | 9. 6056119 |
| 39 16½ | | |
| 79 27½ | | |
| SPQ = 118° 44′ | S Q P = 40° 11′ | |

HYPO-

## HYPOTHESE VII.

1. 7402846 : 0. 2935514 = tang. 78° 12′

| | | |
|---|---|---|
| 9. 4676842 | | *l.* SP = 9. 8593590 |
| 10. 6800389 | | *l.* sin PSQ = 9. 6024388 |
| 10. 1477231 | | 9. 4617978 |
| 0. 2406202 | | *l.* sin SQP = 9. 8015106 |
| 9. 9071029 | | *l.* QP = 9. 6602872 |
| 38° 55 | | |
| 78 12 | | |
| SPQ = 117 7 | | SQP = 39° 17 |

## HYPOTHESE VIII.

1. 7182820 : 0. 2817180 = tang. 78° 34′

| | | |
|---|---|---|
| 9. 4498146 | | *l.* SP = 9. 8562950 |
| 10. 6941311 | | *l.* sin PSQ = 9. 5894893 |
| 10. 1439457 | | 9. 4457843 |
| 0. 9088513 | | *l.* sin SQP = 9. 8038168 |
| 39° 2′ | | *l* QP = 9. 6419675 |
| 78 34 | | |
| SPQ = 117 36 | | SQP = 39° 32′ |

## HYPOTHESE IX.

1. 7283798 : 0. 2716202 = tang. 79° 10′½

| | | |
|---|---|---|
| 9. 4339620 | | *l.* SP = 9. 862359 |
| 10. 7184839 | | *l.* sin PSQ = 9. 5669508 |
| 10. 1524459 | | 9. 4293098 |
| 0. 2376392 | | *l.* sin SQP = 9. 8059510 |
| 9. 9148067 | | *l* QP = 9. 6233588 |
| 39° 24½′ | | |
| 79 10½ | | |
| SPQ = 118° 35′ | | SQP = 39° 46′. |

Ayant à préſent trouvé les valeurs des lignes Q P & S P & de l'angle S P M, cherchons le rapport des plus grands éclats de Venus.

I.
$l.\ PQ^2 = 9.1940234$
$l.\ SP^2 = 9.7247180$
$8.9187414$
$l.\text{ fin. verſ. } SPh = 9.7113240$
$0.7925826$

II.
$l.\ PQ^2 = 9.3361300$
$l.\ SP^2 = 9\ 0125900$
$9.0487200$
$\text{fin. verſ. } SPh = 0.7400798$
$0.6913598$

III.
$l.\ PQ^2 = 9.2672822$
$l.\ SP^2 = 9.7187180$
$8.9860002$
$\text{fin. v. } SPh = 9.7253391$
$0.7393389$

IV.
$l.\ PQ^2 = 9.2287458$
$l.\ SP^2 = 9.712590$
$8.9413358$
$\text{fin. v. } SPh = 9.7194307$
$0.7780949$

V.
$l.\ PQ^2 = 9.3015260$
$l.\ SP^2 = 9.724718$
$9.0262440$
$\text{fin. v. } SPh = 9.7284820$
$0.7022380$

VI.
$l.\ PQ^2 = 9.2112238$
$l.\ SP^2 = 9.7187:8$
$8.9299418$
$\text{fin. v. } SPh = 9.7153901$
$0.7854483$

VII.
$l.\ PQ^2 = 9.3205744$
$l.\ SP^2 = 9.718718$
$9.0392924$
$\text{fin. v. } SPh = 9.7357555$
$0.6964631$

VIII.
$l.\ PQ^2 = 9.2839350$
$l.\ SP^2 = 9.712590$
$8.9965250$
$\text{fin. v. } SPh = 9.7297348$
$0.7332098$

IX.
$l.\ PQ^2 = 9.2467176$
$l.\ SP^2 = 9.724718$
$8.9714356$
$\text{fin. v. } SPh = 9.7173072$
$0.7458716$

Les

Les nombres de ces logarithmes ſont proportionels aux plus grands éclats de Venus dans ſes differens aſpects avec le Soleil, & pour les comparer enſemble, mettons le plus grand éclat de Venus quand elle & la Terre ſont dans leurs diſtances moyennes au Soleil = 1. & nous aurons.

| | | | |
|---|---|---|---|
| I. 0. 7925826 | II. 0. 6913598 | IV. 0. 7780949 | V. 0. 7022380 |
| 0. 7393389 | 0. 7393389 | 0. 7393389 | 0. 7393389 |
| 0. 0532437 | 9. 9520209 | 0. 0387560 | 9. 9628991 |
| 11304 | 8954 | 10933 | 9181 |
| VI. 0. 7854483 | VII. 0. 6964631 | VIII. 0. 7332098 | IX. 0. 7458716 |
| 0. 7393389 | 0. 7393389 | 0. 7393389 | 0. 7393389 |
| 0. 0461094 | 9. 9571242 | 9. 9938709 | 0. 0065327 |
| 1112 | 906 | 986 | 10151 |

| HYPOTHESES. | *Rapport des plus grands éclats de Venus.* |
|---|---|
| Si Venus eſt perihelie, & la Terre aphelie. | 0. 8954 |
| Venus dans ſa diſtance moyenne, & la Terre aphelie. | 0. 9060 |
| Venus & la Terre aphelies. | 0. 9181 |
| La Terre dans ſa diſtance moyenne, & Venus perihelie. | 0. 9860 |
| La Terre & Venus dans leurs diſtances moyennes. | 1. 0000 |
| La Terre dans ſa diſtance moyenne, & Venus aphelie. | 1. 0151 |
| Venus & la Terre perihelies. | 1. 0933 |
| Venus dans ſa diſtance moyenne, & la Terre perihelie. | 1. 1120 |
| Venus aphelie, & la Terre perihelie. | 1. 1304 |

* * * * * * * * *

# MEMOIRE

## SUR LA DETERMINATION DE LA PARALLAXE DE LA LUNE ET DE LA COURBURE DE LA TERRE ENTREPRISE AU CAP DE BONNE ESPERANCE ET A' BERLIN PAR ORDRE DE S. M. T. CHRET. AVEC LES OBSERVATIONS, FAITES DEPUIS LE 25. NOV. 1751. JUSQU'AU 20. AVRIL 1752. A' L'OBSERVATOIRE ROYAL DE BERLIN,

PAR M. DE LA LANDE.

En venant entreprendre ſous les yeux de cette Illuſtre Compagnie des opérations dont elle connoit l'utilité, quoique ſous les ordres d'une Cour étrangère, je me ſuis cru dès-lors obligé à pluſieurs titres de vous rendre compte, Meſſieurs, de l'objet de cette entrepriſe. Mais aujourd'huy que le nouveau lien par lequel vous avez bien voulu m'attacher à vous me met dans l'heureuſe neceſſité de vous faire hommage de mes travaux par reſpect tout à la fois & par reconnoiſſance, je vais m'efforcer de remplir une partie de mes obligations, avec le ſeul regret de ne pouvoir m'en acquitter d'une manière plus éclatante.

L'on ſçait combien, depuis plus de 20 Ans, la France s'eſt occupée de la Figure & de la Grandeur de la Terre, & les travaux immenſes qu'ont déjà couté ces recherches. Je ne pourrois, ſans répéter ce qu'ont dit avant moy les Illuſtres Auteurs de ces fameuſes entrepriſes, vous parler

ler de l'importance & de l'etenduë de leurs projets, ou de la manière dont ils les ont accomplis : il me ſuffira de rappeller ce qui peut avoir un rapport immédiat avec les opérations dont il s'agit ici.

Les Voyages du Nord & du Midy devoient également ſervir à la meſure du degré de la Terre, à la deſcription Geographique des Côtes & des Pays qu'il falloit traverſer, à differentes recherches ſur l'obliquité de l'Ecliptique, ſur les refractions Aſtronomiques, ſur le poids de l'air, ſes degrés de condenſation & d'élaſticité, ſur la longueur du Pendule, ſur l'Aiman, enfin ſur divers points d'Aſtronomie & de Phyſique, dont chacun peut-être ſuffiroit dans ce ſiecle, pour conduire de curieux Obſervateurs dans les régions les plus éloignées & les moins acceſſibles Ce dont j'ai, Meſſieurs, à vous entretenir ne renferme que deux choſes; la premiere qui n'eſt entrée pour rien dans le travail de l'Académie des Sciences de Paris, eſt la détermination de la juſte quantité des parallaxes de la Lune, la ſeconde eſt la Courbure des arcs du Meridien, à laquelle conduit le rapport de ces parallaxes, ſi elles peuvent être déterminées en même tems par divers Obſervateurs diſperſés ſous un même Meridien, Tel eſt l'objet pour lequel Mr. de la *Caille* eſt parti de Paris le 21 Octobre 1750. pour aller, avec l'agrément des Etats Géneraux, obſerver au Cap de Bonne Eſpèrance, ou il eſt arrivé le 19 Avril de l'année 1751. en même tems qu'il ſe propoſe de completer un Catalogue général des Etoiles qu'il a entrepris depuis longtems, en y faiſant entrer les Etoiles Auſtrales qui ne paroiſſent jamais dans nos Climats. C'eſt auſſi cette même détermination des parallaxes de la Lune qui a été quelques mois après l'objet des ordres que j'ay reçu du Roy, pour venir faire dans le Nord des Obſervations ſimultanées, en même tems que l'Académie Royale des Sciences a donné avis à tous les Aſtronomes de l'Europe de l'entrepriſe à laquelle ils doivent coopérer. Nous avons même déja eu la ſatisfaction d'apprendre qu'il y a un grand nombre d'Obſervateurs qui y prennent tout l'intéret que merite la grandeur de ce projet. Il s'en trouve, par exemple, à Rome, à Lisbonne, à

Toulouſe, à Montpellier, à Marſeille, à Lion, à Turin, à Vittemberg, à Paris, à Berlin, à Upſal, à Stockolm, à Petersbourg; & nous venons d'apprendre que Mr. *Griſchow*, un des Aſtronomes de l'Académie Impériale de Petersbourg, ſe tranſporte dans l'Isle d'Oeſel, à l'extremité Occidentale des Etats de l'Impératrice de Ruſſie, qui n'eſt éloignée que d'environ 13 minutes de tems du Meridien du Cap, avec un très grand Inſtrument qui a été conſtruit à Londres par M. Bird. Chacun de ces Obſervatoires pris deux à deux nous peut donner une petite parallaxe de la Lune aſſés exacte: & l'on voit aſſés que chacune de ces parallaxes a pour baſe une corde du Méridien ſous lequel on obſerve. Si la Terre étoit ſphèrique, le progrés de tous ces angles & de toutes ces cordes ſeroit toujours dans un rapport fort ſimple & fort connu avec la difference des latitudes; mais les latitudes devant croitre fort inégalement ſous une même corde donnée ſur un ſphèroide ou bien, ce qui revient au même, les Cordes elles-mêmes fort inégalement dans un progrés uniforme des latitudes, ce ne ſera que lorsque nous aurons obſervé avec la dernière préciſion & les latitudes & les angles formés au Centre de la Lune, qu'il nous ſera facile d'en conclure quel eſt le progrés des Cordes & des arcs du Méridien, & de juger par là de la nature de cette Courbe, ou tout au moins de connoitre ſi elle eſt ou n'eſt pas regulière.

C'eſt là tout le noeud de la difficulté: une multitude de petits Angles formés au Centre de la Lune, & comparés entre eux, doivent achever de décider de la Figure de la Terre. Comparés avec le Cap de Bonne Eſpérance pour former un plus grand Angle, ils doivent déterminer la parallaxe de la Lune qui repond à la ſoutendante du grand Arc qui eſt entre nous & le Cap. Cette methode a déjà été propoſée d'une manière plus ſpeciale, il y a plus de dix ans, dans le diſcours ſur la parallaxe de la Lune, où il eſt démontré par des formules très élegantes que trois Obſervateurs qui ſeroient par les Latitudes de 0°, 28°, 56°, quoique également diſtants, la ☾ ayant 28° de déclinaiſon, ils trouveroient une difference de Parallaxe de 10″, tandis qu'il

ne

ne devroit y en avoir aucune, ſi la Terre étoit ſphèrique, ou ſi à des latitudes égales répondoient des Arcs égaux dans la Circonférence du Méridien.

Cette Methode eſt différente de celle que Mr. Manfredi a propoſé dans les Mémoires de l'Academie de 1734. où il veut qu'ayant obſervé en même tems la parallaxe horaire de la ☾ devant & après ſon paſſage au Méridien, on en déduiſe par le calcul des angles qui comparés à l'obſervation faite dans le Méridien même peuvent montrer ſi la Terre eſt plus ou moins applatie que ſelon la Théorie ; mais outre que cette Methode préſuppoſe trop la conoiſſance de la Figure de la Terre, il eſt certain que la methode par laquelle on obſerve la Parallaxe horaire n'eſt prèsque pas applicable à la Lune à cauſe des irrégularités de ſon mouvement: ainſi il eſt inutile que j'entre dans aucun détail ſur les moyens de réüſſir par cette voye, celle que nous avons choiſie eſt plus ſimple, & ne ſuppoſe que des calculs trés faciles.

Mais quel fruit retirer de cette multitude d'Obſervations? Quel uſage pourra-t-on faire de cette Parallaxe de la Lune, ou quelle néceſſité de ſe propoſer encor la figure de la Terre, après tout ce qui s'eſt fait ſur les Montagnes de la Laponie, ſur les Cordilières, & au milieu de la France ? Telles ſont les réfléxions qui peuvent ſe préſenter, & auxquelles je puis ſatisfaire en deux mots.

La parallaxe de la Lune influe neceſſairement ſur tous ſes mouvemens, puiſque ſes mouvemens qui ſe font autour du centre de la Terre deviennent irréguliers aux yeux de tous ceux qui ſont placés ſur ſa ſurface par l'effet de cette même parallaxe, & qu'elle entre dans le calcul de toutes ſes irrégularités ; la parallaxe de la Lune a donc part à tous les avantages que l'on peut retirer de la Théorie même de la Lune, c'eſt à dire, de la connoiſſance de tous ſes mouvemens. Or, ſans entrer dans aucun détail à ce ſujet, l'on ſçait ſurtout que tous les Aſtronomes ont déjà reconnu que nous n'avons presque aucun moyen de déterminer la Longitude ſur Mer que celuy qui ſuppoſe la connoiſſance des Mouvemens de la Lune, & que le ſecret des Longitudes

ſemble

ſemble n'être un ſecret pour nous qu'à proportion de l'imperfection de nos Calculs ſur la Theorie de la Lune. C'eſt donc ainſi que le travail des Aſtronomes obligera, pour ainſi dire, cette Planete, malgré des irrégularités infinies, à ſervir dans tout l'Univers de fanal ou de guide infaillible, & achevera, ce ſemble, de remplir l'objet que l'Auteur de la Nature a pu ſe propoſer en nous donnant ce Satellite. Si c'eſt de la parallaxe de la Lune que nous attendons de ſi grands avantages, eſt-il ſurprenant que nous recherchions avec tant d'empreſſement les moyens les plus exacts & les plus ſurs d'en conſtater la valeur ? Mais, indépendemment de la navigation, de la Geographie, de tous les uſages même auxquels on peut appliquer ces connoiſſances, elles ſont par elles-mêmes aſſez belles, aſſès relevées, aſſez dignes de l'Eſprit humain, pour mériter de trouver place au nombre des choſes éclatantes dont la poſtérité ſera à jamais redevable au régne glorieux de *Louis XV.* & par leſquelles eſt déjà gravé au Temple de Mémoire le nom de cet invincible Monarque.

Les Aſtronomes ont imaginé des methodes admirables pour déterminer les Parallaxes ſans ſortir d'un Obſervatoire ; telle eſt celle que Mr. *Caſſini* a expliquée dans le traité de la Comète de 1680 ; celle des plus grandes latitudes &c. Mais, malgré tout le génie qu'on admire dans leurs reſſources, on eſt toujours convenû que le plus ſur & le meilleur ſeroit de placer deux Obſervateurs à une trés grande diſtance & ſous un même Meridien ; il ne faut que jetter les yeux ſur les Tables de la Lune pour voir que la diverſité des methodes nous jettoit dans des différences de réſultats, qui aboutiſſoient à faire voir combien cet Elément étoit peu connu. Mr. *Flamſteed* dans ſes premieres Tables de la Lune faiſoit la parallaxe dans ſes moyennes diſtances aux ſizigies de $58' 2'' \frac{1}{2}$. Mr. *Newton* l'a réduit a $57' 30''$, & par les dernieres obſervations de la plus grande latitude, faites à Paris, elle a parû $57' 2'' \frac{1}{2}$. Celle-cy eſt aſſez approchante de celle qui ſe trouve dans les Tables de Mr. *Halley* publiées l'année dernière, mais il ne faut pas s'y tromper : la Table des parallaxes dans

les

les ſizigies y a été nouvellement ajoutée, & probablement d'après celle qui étoit déjà dans les Inſtitutions Aſtronomiques de Mr. *le Monnier*: elle différe auſſi de plus d'une minute de celle qui eſt employée dans les Tables de Mr. *Caſſini*. Cependant la queſtion parut prête à être reſoluë en 1705. lorsque Mr. *Kolbe* alla au Cap de Bonne Eſperance pour faire avec Mr. *Wilh. Wagner*, qui demeuroit à Berlin, des Obſervations ſimultanées: mais, outre que les Aſtronomes n'ont point pû faire uſage de ces Obſervations, elles étoient en elles-mêmes trop imparfaites. Il n'eſt donc pas étonnant que le ſuccés n'ayant pu répondre à la généroſité & à l'empreſſement de l'auteur de cette belle entrepriſe, nous ſoyons réduits aujourd'huy à reprendre la choſe tout de nouveau. Rien ne manquoit cependant du côté des Obſervateurs: tous les deux éléves de Mr. *Geor. Chriſt. Einmart*, habile Artiſte & grand Aſtronome de Nuremberg, ils furent choiſis l'un & l'autre au ſortir d'une ſi bonne Ecole comme les plus capables de remplir l'etenduë du projet & des vuës de leur généreux Protecteur; mais que ne fut-il auſſi heureux dans le choix des Inſtrumens que dans celui des Aſtronomes! Il voulut donner à chacun d'eux un Quart de cercle azimuthal, un ſextans, un horloge à Pendule, une Lunette de 14. Pieds, & une de 27. mais le malheur voulut qu'il eut recours à une Nation & à des gens peu inſtruits de la délicateſſe des opérations dont il s'agiſſoit. Les deux premieres pieces, qui étoient auſſi les plus importantes, ſe conſervent encor à l'Obſervatoire Royal de Berlin: l'on voit que le ſextans a un rayon de 2 pieds, 10 pouces, 8 lignes de France; la longueur & même la ſolidité auroient pû être ſuffiſantes, ſi on eut eu la précaution d'y appliquer des Lunettes, comme il ſe pratiquoit déjà en France depuis près de 40 ans, & ſi les Diviſions euſſent été faites avec plus de délicateſſe. Mais quand on voit que, ſur un Inſtrument où un demi-pouce remplit environ 3000″ les ſeuls traits de la Diviſion en occupent plus de 30, & qu'il n'y a pour bornoyer ou pointer à des étoiles que des pinnules aſſez groſſières, que peut-on préſumer de l'exactitude des réſultats où il faut abſolument porter la préciſion jusqu'a 4 ou 5 ſe-

condes. Le Quart de Cercle azimuthal eſt compoſé de deux pièces; celle qui ſert à prendre la hauteur, & qui eſt la principale, a un demi-pouce de moins que le ſextans dont je viens de parler, & celle qui eſt horizontale, & qui ſervoit à prendre les azimuths, n'en a que la moitié, l'une & l'autre ſont travaillées avec la même négligence; les deux Lunettes dont j'ai parlé, n'avoient pas de Micrometre, ou du moins je ne vois pas qu'on en aye fait aucun uſage. C'en eſt aſſez pour juger de la defectuoſité de ces operations, ſurtout eu égard à la préciſion où ſe porte actuellement la connoiſſance des mouvemens Celeſtes. Mais j'ay ajouté que, quelques parfaites que puſſent être leurs Obſervations ſur la Lune, les Aſtronomes n'ont pû encor en faire uſage. En effet les premiers Elémens néceſſaires pour la comparaiſon des Obſervations, étoient la différence des Meridiens, ou la Longitude du Cap auſſi bien que ſa Latitude, mais l'une & l'autre nous étoit inconnuë: les difficultés & les obſtacles que trouva Mr. *Kolbe* de la part des Hollandois, avant que d'obtenir un lieu commode, malgré les recommandations dont il étoit pourvû, auſſi bien que le mauvais tems & le manque de circonſtances, ont été cauſe qu'il n'a pû faire aucune obſervation propre à déterminer la Longitude. Il auroit donc fallu s'en rapporter à d'autres Obſervations, qui n'ayant point été faites avec toute la préciſion néceſſaire à cet uſage, pouvoient s'ecarter beaucoup du vray, & que nous ſçavons en effet depuis peu en être éloignées de $8'$ de tems, ce qui pouvoit changer la parallaxe de près de $100''$. Par les obſervations que Mr. *de la Caille* a déjà faites au Cap de Bonne Eſperance, on conclut qu'il eſt éloigné de Berlin de $20'$ de tems environ; par le réſultat des obſervations du Pére *Fontenay* au Cap de Bonne Eſperance on trouve $26'\ 33''$, toute correction faite, & d'aprés les remarques de Mr. *Hallei* on ne trouve que $5'\ 55''$. Il eſt évident que dans une telle incertitude on ne pouvoit ſe flatter d'aucun ſuccés par le moyen de ces Obſervations. Mais ce n'eſt pas tout: la Latitude du Cap encor plus eſſentielle, & dont la moindre différence tombe toute entiere ſur la parallaxe, a été jusqu'ici un Elément ſi incertain & ſi

peu

peu connu, que Mr. *Kolbe*, qui l'a déterminé de 33° 45′ diffère de 30′ de ceux à qui il vouloit s'en rapporter pour la longitude, & de 10′ 45″ de celle que Mr. *de la Caille* y a déjà obſervée. Enfin les Obſervations ſont en trop petit nombre, & n'ont même été publiées que plus de 30. ans après ce voyage par Mr. *Wagner* qui en rapporte à peine deux. Cependant les Aſtronomes ſçavent combien il eſt difficile de pointer avec de bons Inſtrumens avec une exactitude de plus de 5″: il faut donc par une conſéquence naturelle qu'un grand nombre d'Obſervations, des mieux choiſies, & faites dans les plus favorables circonſtances, puiſſent par une compenſation de ces petites erreurs nous ramener plus prés de la vérité que ne pourroit chacune de ces Obſervations en particulier; car enfin, il eſt moralement impoſſible que ſi nos précautions ſont trompées par la foibleſſe de nos ſens & l'imperfection de nos organes, elles le ſoient toujours de la même maniere, dans le même ſens, & de la même quantité; & nous pouvons toujours légitimement eſpèrer que prenant un milieu entre un plus grand nombre de réſultats, nous approcherons davantage du véritable. C'eſt dans cette vuë que Mr. *de la Caille* même avant ſon départ avoit fait choix de 60 Obſervations plus importantes dont il deſiroit principalement les Correſpondantes, & qu'il exhortoit malgré cela les Aſtronomes à ne manquer pas un ſeul paſſage de la ☾ au Meridien, pendant l'année entière, où l'on pouvoit à chaque fois eſpèrer d'avoir au Cap une Obſervation ſimultanée.

Mais il eſt tems de paſſer à ce qui concerne la figure de la Terre. Je puis d'abord remarquer que le ſeul travail des Parallaxes de la Lune étant ici le plus important, il ſuffiroit d'en avoir fait l'expoſition pour avoir pleinement juſtifié l'utilité de nos entrepriſes, la figure de la Terre en étant d'ailleurs une ſuite, mais cette ſuite même, ou cet acceſſoire, eſt un objet principal d'une égale importance. En effet dans certaines parties de la Theorie de la Navigation, dans l'Aſtronomie, & dans la Phyſique, où nous ne ſçaurions apporter trop de ſoins à conſtater la juſte quantité des Eléments que nous y employons, la

grandeur de la Terre ne ſuffit pas, & il eſt néceſſaire d'en connoître exactement la Courbure ; par exemple, la Longueur des dégrés de Longitudes ſe déduit ordinairement de celle des dégrés du Meridien ; mais lorsque les Pilotes déduiſent le changement en Longitude, à proportion du changement en Latitude qu'ils obſervent le plus qu'il eſt poſſible, il le font en ſe ſervant du rayon de curvité du Meridien dans le point donné, au lieu de ſe ſervir du rayon d'un grand Cercle perpendiculaire au Meridien, qui eſt cependant plus grand des $\frac{2}{3}$ de l'excés du dernier degré de latitude ſur le dégré du Meridien au point donné, mais dont la connoiſſance dépend de la courbûre de la Terre, de ſorte que l'on trouve toujours les paralleles trop petits, & la difference aux environs du Tropique va juſqu'à $\frac{1}{108}$. Doit-on négliger de rectifier leur methode dès qu'on en connoit le défaut ; d'ailleurs ces ſortes d'erreurs peuvent ſe trouver combinées avec ces autres erreurs dépendantes de l'art ou de la pratique de la Navigation, & les augmenter très conſidérablement, ou tout au moins en rendre la découverte & la diſcuſſion très difficile. Mais s'il arrivoit cependant que quelqu'un s'etonnât de nous voir rechercher une ſi grande préciſion, & qu'elle lui parût s'etendre au delà des beſoins de la pratique, alors je les renverrois à l'un des Ouvrages de l'Illuſtre Auteur, que j'aurois déjà nommé pluſieurs fois, ſi ſa modeſtie ne m'impoſoit ſilence. Il y montre combien il eſt étrange de blâmer la préciſion dans des Sciences qui ont la préciſion pour objet, & de croire que, parce que dans le grand édifice des Sciences auquel tous les Sçavans travaillent en commun, il en eſt quelques uns qui, placés aux endroits les plus difficiles, ont moins avancé leur ouvrage, les autres ſoient autoriſés à ſe rallentir ou à s'arréter ; dans des matieres qui éxigent toute nôtre attention, & qui d'ailleurs dépendent d'une pratique ſi difficile & ſi longue à perfectionner, ce ſeroit renoncer à tout l'objet que d'en négliger la plus petite partie.

Je

Je ne parlerai pas de l'uſage de la figure de la Terre pour calculer plus rigoureuſement les mouvemens celeſtes; il eſt évident que ſon irrégularité eſt plus que ſuffiſante pour qu'on y doive avoir égard dans un tems où l'Aſtronomie ſemble approcher à grands pas du terme de perfection où elle peut naturellement aſpirer.

La figure de la Terre nous conduit à la détermination des points vers leſquels tend la peſanteur ou la gravité primitive, ce qui eſt néceſſaire pour en comparer les differences dans chaque lieu de la Terre, & même pour en découvrir la veritable quantité. Ces importantes recherches ſont probablement celles qui doivent un jour achever de débrouiller à nos yeux le chaos des myſtères de la Nature ſur la conſtitution interieure de la maſſe de la Terre, & perfectionner les connoiſſances que nous avons déjà ſur le rapport de cette peſanteur avec celle qui retient toutes les autres Planetes dans leurs orbites, & qui les pouſſe ou les attire chacune vers leur Centre. Cecy eſt un des points qui exige le plus d'exactitude & de préciſion dans la détermination de la figure de la Terre; car ſous une même quantité d'applatiſſement les differentes Courbures qu'on pourroit attribuer à la Terre nous produiroient des rayons de curvité trés differens, & par conſéquent nous induiroient dans des erreurs conſiderables, lorsqu'on voudroit par leur moyen déterminer d'aprés les experiences le rapport des differents dégres de peſanteur. Enfin, puisque quelques inégalités periodiques de Saturne qui ont paru ne pouvoir s'attribuer à l'attraction des autres Planétes, ont fait croire à un des plus grands Geometres de ce Siecle, que la Loy de l'Attraction des Planetes n'étoit pas exactement celle que Newton a établie, & qu'elle étoit même altérée par la figure des Planetes, comment pouvoir ſans la détermination la plus exacte & la plus géometrique de cette figure lever des doutes ſi importants par leur objet, & ſi reſpectables par le caractère de leur Auteur? Les opérations faites en Lapponie & au Perou étoient très propres à fixer pour toujours les dimenſions du Corps de nôtre Planete, ſi l'on eut pû avoir d'ailleurs dequoi fonder une hy-

pothese sur sa figure, c'est à dire, sur la nature de sa courbure & de sa convexité. La Theorie & les principes de la pesanteur, comparée au mouvement de la Terre sur son axe, sembloient devoir être déjà de quelque secours, & Newton les avoit employés à déterminer le rapport des deux Diametres de la Terre, qu'il trouvoit differents de $\frac{1}{230}$. D'un autre coté, un degré mesuré comme on le sçait au milieu de la France, donne un 3$^e$ point de la Courbe, dont on peut faire usage avec les deux autres pour découvrir les mêmes dimensions. Mais, helas! on s'est apperçu que l'on n'etoit encore que trop éloigné du but, lorsqu'on a vû combien differoient les résultats tirés de chacune de ces methodes, & surtout dans quelles énormes differences nous jettoient la diversité des Courbes que l'on pouvoit admettre pour satisfaire aux trois degrés déjà mesurés, pris ensemble, ou comparés deux à deux. Pour ce qui est de la Théorie, les premieres experiences de la longueur du Pendule s'accordoient à montrer que l'augmentation de pesanteur en approchant vers le Pole étoit beaucoup plus grande que celle qui résultoit de cette Théorie: il fallut donc y renoncer. Quant aux hypotheses Geometriques, l'on fut tenté dès les commencemens d'y introduire l'Ellipse comme la plus simple des Courbes dont les Diametres sont inégaux, & comme celle qui donne le plus de facilité dans les calculs. Je parle de Mr. *de Maupertuis*, qui en tira dés-lors, c'est à dire en 1737. des formules trés simples, dont Mr. *de la Condamine* s'est servi même après la derniere mesure pour déterminer le rapport des deux axes de la Terre. Peut-être même la précision que l'on en tire suffira encor longtems pour répondre aux connoissances que l'on acquiert par les opérations pratiques, quoiqu'on ait essayé d'en chercher une plus grande dans la figure de la Terre publiée en 1749. L'on y suppose cette figure, non pas celle d'une Ellipse, mais d'une autre courbe telle que les excés des dégrés du Meridien mesurés en deçà & au delà de la ligne soient comme les quarrés quarrés, ou les 4$^e$ puissances des sinus des latitudes. L'on trouve en effet qu'ils suivent un rapport de puissan-

puiſſances dont l'expoſant eſt $3\frac{10}{11}$; ce qui approche aſſez de 4. Dans cette hypotheſe, l'on trouve pour la difference des axes 36659 toiſes, ou près de dix milles d'Allemagne, en ſuppoſant le Diamètre de l'Equateur, 6562026 toiſes. Examinant enſuite quelle puiſſance, non plus de Sinus des Latitudes, mais des Latitudes même, ſuivent les changements des degrés, on trouve que c'eſt celle dont l'expoſant eſt presque $2\frac{1}{2}$, mais dans cette nouvelle courbe on trouve la difference des axes de $\frac{1}{151}$ ou de 43457 toiſes, c'eſt à dire de $11\frac{1}{2}$ milles. Je dois même ajouter que l'expreſſion Algébrique que l'on tire de cette hypotheſe ſuppoſe connû un 4e degré que nous n'avons point, à quoy l'Auteur ne ſupplée qu'en égalant à zero une des indéterminées du probleme: mais lorsqu'il s'agit du choix entre ces deux déterminations differentes, voici comment s'explique ce ſçavant Auteur. Je rapporterai ſes termes, afin qu'il paroiſſe combien je ſuis éloigné de chercher à dégrader les connoiſſances que nous ont achetées de pénibles travaux, entrepris avec tant de courage, conduits avec tant de ſoin, & par des Eſprits ſi éclairés. " Il n'eſt pas ſurprenant qu'il reſte des doutes ſur " cette matière, malgré tout ce que l'Académie a fait pour les diſſiper, " puisque, comme nous l'avons déjà vû, nous ne connoiſſons encor que " trois points de la ligne courbe qui exprime par ſes coordonnées la " rélation qu'il y a entre l'étenduë des degrés du Meridien & leur " diſtance à l'Equateur. . . . Nous ne pouvons rien affirmer d'abſo- " lument poſitif ſur la Nature particuliere de la gravité centrique, ni ſur " celle du Meridien." Aprés s'être ainſi expliqué ſur ces hypotheſes, il ne ſe détermine qu'à l'aide d'un degré de Longitude meſuré en France ſur la latitude de 43° 32′, mais l'on ſçait aſſez que cette meſure n'eſt pas ſuſceptible de la même préciſion que celle des arcs du Meridien. J'e n'ajouteray pas à tout cecy les différences énormes que l'on trouve, ſi on ſe contente de comparer les degrés deux à deux: alors l'appla-

l'applatiſſement ſe trouve ſimple ou double, ſuivant les diverſes ſuppoſitions auxquelles on s'arrête: on le peut voir dans l'excellent Ouvrage de Mr. *de la Condamine*. Il me ſuffira d'ajouter que les moindres erreurs, dont on voudroit ſuppoſer l'une des meſures affectées, nous jetteroient dans de trés grandes différences ſur la figure ou le genre de la courbure de la Terre; néantmoins il eſt certain que, malgré les précautions plus qu'humaines qu'on a apporté dans toutes les parties de l'ouvrage, l'on ne peut-être aſſuré que quelque choſe n'ait échapé à la foibleſſe de nos ſens & à l'imperfection des inſtrumens, puiſque le même Auteur eſt obligé d'avouër, dit-il ingenuement, qu'on ne peut guères répondre en rigueur que de 4″. L'Experience que l'on fait en répétant une obſervation avec divers inſtrumens ou avec le même, après l'avoir changé de diſpoſition, en eſt une preuve bien ſuffiſante: cependant 4″ ſur le degré apportent à la figure de la Terre un changement qui n'eſt pas abſolument inſenſible, ni même la difference de 18 toiſes qui ſe trouve entre la détermination de Mrs. *Bouguer*, & *de la Condamine*, ou celle de Mrs. les *Officiers Eſpagnols* avec M. *Godin*, quoique tous ayent operé dans les mêmes lieux, avec la même ardeur, & avec les mêmes ſoins.

Après cela je crois en avoir dit aſſez pour démontrer que toutes les Opérations faites jusqu'icy pour la meſure de la Terre, non ſeulement n'excluent pas, comme on pourroit le penſer, mais établiſſent même, la néceſſité d'une ſuite d'Obſervations qui ſervent de confirmation aux precedentes, & ſurtout qui ſervent à déterminer de plus en plus l'équation qui exprime cette courbure. Je dis l'équation, parce qu'en effet j'ay ſuppoſé jusqu'ici que la Terre eſt un ſolide de circonvolution, c'eſt à dire, dont tous les Meridiens ſont égaux & ſemblables, exprimés par la même équation: autrement, puiſque les 3. degrés meſurés ſont ſous des Meridiens trés différens, on ne ſcauroit les comparer enſemble, ou en conclure rien d'abſolu, jusqu'à ceque les opérations de la Parallaxe de la Lune nous ayent appris, quels progrés ſuivent les ſoutendantes des arcs du Meridien, ſous lequel nous obſervons

tous

tous en même tems, & nous ayent fait connoitre ſi ce qui a été obſervé ſous les autres peut ſe rapporter à celui-cy. Mais enfin il y a encore un troiſième genre d'incertitude que nous eſpérons fixer par les mêmes opérations: la Courbure du Meridien eſt-elle conſtante & reguliére? Sa Nature eſt-elle la même dans toute l'étenduë de la courbe, & ſur tout la courbure eſt elle ſemblable dans les deux hemisphères? La plus profonde ou la plus ſublime Geométrie eſt ici à ſon terme, & il faut qu'elle attende que l'Aſtronomie aye vérifié & autoriſé toutes les ſuppoſitions ſur leſquelles elle eſt obligée de s'appuyer; c'eſt ce qui ſera du moins en partie accompli, lorsque nous pourrons comparer la corde de l'arc qui eſt entre Berlin & le Cap de Bonne Eſpérance, avec celle des plus petits arcs qui ſéparent les différens Obſervateurs de l'Europe. Ce que je viens d'expliquer en abrégé, paroit avoir été pleinement prévû & déſiré par Mr. *de la Condamine*, lorsque, dans l'Ouvrage que j'ay cité il n'y a qu'un inſtant, il finit par ces mots. "Laiſſons au tems & aux Obſervations multipliées à décider de l'uniformité de cette courbure ainſi que de ſa quantité." En effet tous les doutes que les Phyſiciens commencent à repandre ſur l'uniformité de la figure de la Terre, éxigeoient indiſpenſablement, que l'on eſſayât, par une multitude d'Obſervations, de jetter ſur cet objet, toute la clarté dont il eſt ſuſceptible. Pour l'exécuter, il ſuffiſoit d'en connoitre l'utilité, pour un Roy qui ne met point de bornes à la haute protection qu'il a toujours accordé, à l'exemple de ſon Auguſte Biſayeul, aux Sciences & aux beaux Arts, & qui ſe trouve heureuſement ſecondé par le Miniſtre le plus zélé pour ſa gloire. (*)

Tout cecy, Meſſieurs, ſuit du ſeul travail des parallaxes de la Lune obſervées avec exactitude; mais Mr. *de la Caille* s'etant déterminé depuis peu à faire ſeul au Cap de Bonne Eſpérance la meſure d'un degré du Meridien, vous comprenez aſſez que la queſtion de la figure de la Terre en recevra un nouveau jour, ſi la

(*) Mr. le Comte d'Argenſon.

la qualité de ſes Inſtrumens, & la ſituation du lieu contribuent, autant que ſa capacité, & ſon infatigable aſſiduité, à donner à ſon travail la perfection neceſſaire. Il eſt tems de vous parler, Meſſieurs, des précautions avec leſquelles j'ay entrepris cet ouvrage. Outre les inſtrumens d'Aſtronomie dont l'Obſervatoire eſt muni, j'ay reçu de Mr. *le Monnier*, avec l'agrément de l'Académie Royale des Sciences de Paris, un Quart de cercle de cinq pieds de rayon, diviſé de cinq en cinq Minutes, pour obſerver chaque jour la hauteur de la Lune, lorsqu'elle paſſe dans le Meridien; la Lunete, ou Alidade, tourne au centre ſur un Cylindre fait au Tour avec un trés grand ſoin & d'un métal fort dur, en ſorte que cette pièce, qui eſt extrémement importante, ne puiſſe cauſer la moindre erreur.

La Lunette, dans ſa partie inferieure, porte une plaque ſur laquelle eſt un autre petite diviſion, telle que la propoſa *Pierre Nonnius* dans ſon traité des Crepuſcules, qu'il attribuë à Ptolomée, & d'autres à un certain *Hetræus*. Cette diviſion eſt de 20 parties, & en occupe 21 de celles du Quart de cercle, de ſorte qu'elle montre immédiatement la 20$^{e}$ partie de 5 Minutes, c'eſt à dire 15$''$; mais, pour peu qu'on aye contracté d'habitude parmi les Inſtrumens d'Aſtronomie, on peut eſtimer ſans erreur, même à la vuë, le tiers ou le quart de cette quantité, c'eſt à dire 4 ou 5$''$, & mieux encore ſi l'on employe une loupe pour examiner la diviſion. Mais, pour plus grande perfection, le même Limbe porte encor une autre diviſion qui, par le moyen de l'arc de *Nonnius*, qui y correſpond par ſa partie inferieure, donne des parties qui ne ſont presque que la moitié de celles dont je viens de parler, de ſorte que par une double diviſion l'on peut conſtater chaque obſervation, comme ſi elle étoit faite ſéparément avec deux Quarts de cercles & par deux Obſervateurs. Le même Inſtrument porte encore deux autres diviſions par des points ſi ſubtils & ſi délicats qu'on a peine à les appercevoir, mais comme on n'en fait point actuellement uſage, je n'en parle que pour avoir lieu de remarquer, que cet inſtrument renferme ſeul le travail de quatre ſemblables Quarts de Cercles des plus parfaits. La diviſion

ſion de *Nonnius* étoit ſans doute bien préférable à celle que l'on fait ordinairement par des transverſales, telles qu'on en voit ſur le grand Quart de Cercle de 6. pieds, qui eſt dans la Tour Orientale de l'Obſervatoire Royal de Paris: car, ſans parler de la difficulté qu'il y a à faire 5400 diviſions ſur un ſeul limbe avec toute l'exactitude neceſſaire, ſur tout des diviſions qui doivent être, ou inégales, ou ſéparées par des lignes courbes, je me contenterai de remarquer qu'il eſt très difficile dans l'Obſervation d'eſtimer les parties de la diſtance entre deux points, dont l'un eſt ordinairement caché par la Lame, qui d'ailleurs ne ſont point ſur la même ligne, & qui enfin ne ſçauroient être aſſés fins & aſſés ronds, puiſqu'ils ſont formés par l'interſection de deux lignes qui ont chacune leur épaiſſeur. Je puis ajouter que ces transverſales ne donnant jamais immédiatement qu'une minute, tandis que celle dont je parle donne 15 ſecondes, c'eſt à dire 4 fois plus, l'erreur que l'on peut commettre dans l'eſtime doit être 16 fois plus grande, toutes choſes égales. Car conſidérant les fauſſes eſtimes que l'on peut faire, comme une ſuite de nombres, dont les différences ſont inégales, (laiſſant néanmoins l'égalité entre les ſecondes différences,) on trouve que le *Maximum* de l'erreur, ou la quantité dont le terme moyen s'éloigne du terme correſpondant d'une progreſſion Arithmétique, ou égale, formée entre les mêmes donnés, augmente comme le quarré du nombre des differences ou intervalles: c'eſt à dire, que ſi je ſuis obligé d'eſtimer un douzieme de minute, ou d'eſtimer un tiers, je risque une erreur 16. fois plus grande dans un cas que dans l'autre, toutes choſes égales. Cette même diviſion de *Nonnius* ſupplée encore avantageuſement au Micrometre qu'on auroit pû y placer; on y verroit peut être à la verité chaque ſeconde, mais malgré cela, il ne faut pas s'imaginer qu'on y put obtenir réellement une telle préciſion, parce que trois ſecondes ne ſeroient aſſurément jamais ſenſibles dans le Micrometre d'une Lunette de cinq pieds; mais ce n'eſt pas aſſés dire, & je ſuis perſuadé que l'uſage du Micrometre dans un Quart de cercle mural eſt bien au deſſous de la Methode dont il eſt ici queſtion. Car, d'un coté nous avons ici

l'avantage de faire toujours paroitre au milieu de la Lunette, & ſur l'axe même, l'étoile à laquelle il faut pointer, & d'eviter par là l'effet d'une parallaxe fort dangereuſe, qui ſe forme ſouvent au foyer de l'objectif, mais dont l'effet diſparoit au centre de la Lunette ; en ſecond lieu, les obſervations faites avec un Micrometre dépendent eſſentiellement d'une viſſe, dont on ſuppoſe tous les pas & tous les filets exactement & parfaitement égaux, mais il eſt certain qu'une viſſe auſſi parfaite eſt un ouvrage très rare, parce qu'il eſt infiniment difficile, & que la matière dont il eſt fait, les inſtrumens avec lesquels on le forge, concourent à le rendre pour l'ordinaire très imparfait; en 3e lieu nous rendons l'Obſervation beaucoup plus prompte & moins ſujette à erreur : plus prompte ſans contredit, parce qu'on évite la double opération de placer d'abord la Lunette ſur un point, & de faire jouër enſuite le Micrometre, ce qui ne ſe fait guères ſans déranger la Lunette; plus exacte par la méme raiſon, puiſqu'ayant moins d'opérations à faire, on a moins à craindre de multiplier les erreur inévitables, où nous jettent ces imperfections, qui ſuivent partout un Philoſophe dans l'examen de la Nature, pour lui rappeller qu'il eſt homme. Mais ce n'étoit pas aſſez que d'avoir choiſi dans la conſtruction de cet Inſtrument les moyens les plus exacts & les plus commodes qui fuſſent connûs; on eſt encor venû à bout d'y retrancher pluſieurs ſources d'erreurs qu'on a negligé longtems, parce qu'on les croyoit ou ſans remède, ou de trop petite conſéquence. Un grand nombre d'expériences faites au portail de St. Sulpice de Paris & en Ecoſſe avoit fait découvrir des dérangemens conſidérables, cauſés par la chaleur ou le froid qui agiſſent ſur les Murs les plus ſolides, auxquels on peut attacher un Inſtrument, auſſi bien que par le trémouſſement continuel, cauſé par le mouvement des Corps exterieurs, quoiqu'aſſés éloignés. Pour remédier à de ſi dangereuſes erreurs, on a placé au haut de l'Inſtrument dans une petite couliſſe, un fil à plomb trés délié, & ſuſpendu librement ſur un point de la diviſion, lequel nous fait apperçevoir au moyen d'un Microſcope a deux verres, presque jusqu'à la ſeconde, les moindres déran-

rangemens en hauteur, du Quart de cercle. Cette précaution qui eut dû ſe préſenter ſi naturellement, & qui étoit ſi néceſſaire, échappoit cependant à la vigilance des Obſervateurs les plus ſoigneux: tel eſt le ſort des Sciences qui ſont liées à la pratique, les plus petites choſes y ſont toujours les plus importantes, quoiqu'elles ſoient, ou les plus difficiles, ou les plus négligées. Outre cela l'on a pris ſoin encore d'attacher ou de ſuſpendre l'inſtrument d'une maniere trés libre, en ſorte qu'il ne tienne que ſur deux points, & qu'il aye même dans ces deux points, la liberté de ceder aux impreſſions de la chaleur & du froid, par la dilatation & la contraction, que tous les métaux ſont ſujets à éprouver. L'on a crû trés longtems que la plus importante précaution dans un Quart de cercle mural étoit de tacher de le rendre ſi aſſuré & ſi ſolide qu'il ne pût ſouffrir aucun dérangement; pour cela on n'y ménageoit point les arboutans, & les barres de fer les plus épaiſſes. L'Expérience n'avoit point encore fait ſentir, que la Nature, qui ſe jouë ſi ſouvent de nos recherches, éludoit par des reſſorts ſecrets & imperceptibles toute la force & toute l'exactitude nos précautions; en effet il devoit arriver que les parties d'un Quart de cercle qui étoient fortement attachées réſiſtant davantage au mouvement, celles qui ne l'étoient pas, & qui cedoient plus facilement, ſe trouvaſſent affectées ſeules de la plus grande partie de l'erreur, & changeaſſent totalement de figure & de ſituation, parrapport aux premieres; mais il me ſemble qu'on a trouvé enfin le moyen de remédier pleinement à ce défaut, puiſqu'en laiſſant au Quart de cercle la liberté de s'etendre également en tout ſens & dans toutes ſes parties, ſur tout étant leger & compoſé de lames aſſés minces & de même matiere, il arrivera que le Quart de cercle changera de grandeur, ſans changer de figure, & que les parties qui le compoſent pourront s'etendre ou s'accourcir, ſans que le rapport qu'elles ont entre elles, ni le plan dans lequel elles ſe trouvent, en ſoit aucunement altéré, & par conſéquent ſans que nos meſures en ſouffrent le moindre changement. L'Experience eſt d'accord avec la Theorie ſur le ſuccés de cette précaution, car un Quart de cercle mobile d'une

médiocre peſanteur ayant été expoſé au Soleil dans la Zone Torride, jusqu'a ce qu'il eut été échauffé conſidérablement & dans toutes ſes parties, on a trouvé l'angle meſuré avec le Quart de cercle ſenſiblement le même qu'avant qu'on lui eut fait contracter cette extrême chaleur, quoique l'on ſoit tres aſſuré, par les expériences du Pendule, & de la toiſe de fer, qu'il avoit du être dilaté d'une quantité ſenſible. Enfin, derniere précaution qui n'avoit été employée jusqu'ici dans presque aucun inſtrument d'Aſtronomie: comme la Lunette qui eſt fixée par une de ſes extrémités au centre du Quart de cercle pouvoit cauſer par ſon poids quelque dérangement ſur le Limbe où l'on eſt obligé de la fixer, ou n'avoir pas le mouvement aſſés libre & aſſés commode pour les obſervations, (& la commodité influë toujours ſur l'exactitude,) on y a remédié par un contrepoids placé d'une maniere fort ingénieuſe, qui, ſans forcer en aucune maniere, & ſans toucher même le Quart de cercle, fait équilibre, de façon que la Lunette puiſſe ſe mouvoir, pour ainſi dire d'elle-même, & rouler ſur le Limbe ſans appuyer jamais plus dans un point que dans l'autre, ce qui ne pourroit manquer d'arriver s'il falloit la ſoulever à force de mains. Toutes ces précautions que nous devons aux ſoins & à la vigilance de M. *le Monnier* ſur des Artiſtes Anglois fort habiles, font de cet Inſtrument un des plus parfaits qu'il fût poſſible d'employer dans ces Opérations. Mais je ne ſçaurois davantage vous convaincre de l'exactitude qui réſulte de tout ce que je viens de vous expoſer, qu'en vous aſſurant que les mêmes étoiles, obſervées communément pluſieurs jours de ſuite, même indifféremment par Mr. *Kies* ou par moy, ont été trouvées ordinairement les mêmes & très ſouvent à la même ſeconde, ce qui eſt une préciſion auſſi rare que difficile à obtenir. J'ai crû, Meſſieurs, devoir vous mettre ſous les yeux la bonté de l'Inſtrument pour vous faire ſentir, combien celui qui s'en ſert aura peu de part dans le ſuccés de l'opération, & pour que la juſte défiance que vous devez avoir de lui ne puiſſe vous en inſpirer aucune ſur la juſteſſe des réſultats qui ſuivront des obſervations. Pour le placer d'une maniere avantageuſe, & ſur un horizon aſſés dégagé,

gagé & aſſés libre, il a fallu élever au ſecond étage, ſur la fenêtre Meridionale de l'Obſervatoire Royal de cette Ville, une pierre de grandeur ſuffiſante pour y fixer toute la machine, & la même choſe ſur une fenêtre Septentrionale, pour y faire les vérifications convenables de l'inſtrument, qui ſont auſſi eſſentielles que les obſervations mêmes, & pour y obſerver par le moyen des Etoiles Circonpolaires, la latitude de Berlin, qui n'a pu être jusqu'icy déterminée, que d'une maniere fort imparfaite, faute d'inſtruments d'une grandeur ſuffiſante.

La Figure premiere repréſente dans ſa grandeur naturelle la plaque qui porte la double diviſion de *Nonnius*, proche de l'oculaire A de la Lunette; la diviſion BD repond aux degrés diviſés à l'ordinaire de cinq en cinq minutes, & la diviſion CE répond aux parties d'un autre diviſion, non plus de 90 degrés, mais de 96, qui a été ſouvent pratiquée par les Ouvriers Anglois. Chacune de ces parties vaut $56' 15''$ de la diviſion ordinaire, elle eſt diviſée ſur le limbe en 16 parties, dont chacune vaut par conſéquent $3' 30'' 56''' 15''''$. Enfin l'arc de *Nonnius* occupant 25 de ces diviſions, il montre immédiatement des parties dont la valeur eſt $8'' 47''' 20''''$. De cette maniere l'on peut facilement conſtruire une table de réduction qui ſerve à comparer d'un coup d'oeil une même obſervation à l'une & à l'autre de ces diviſions. *Fig. I.*

La figure ſeconde repréſente le Quart de cercle placé dans une ſituation verticale, les rayons CB, CC, étant diviſés chacun en 4 parties, donnent les points D, E, par lesquels il eſt ſuſpendu librement ſur les appuis, ou ſoutiens de fer, dont l'un D eſt mobile au moyen d'une verge DF qui paſſe dans un écrou G, pour rétablir l'inſtrument dans ſa ſituation, lorsqu'il en eſt tant ſoit peu dérangé, ce qui ſe reconnoit au fil perpendiculaire HA. Pour empêcher une vacillation dangereuſe dans la machine, on a ſcellé dans la pierre de doubles équerres, I, K, &c. qui portent chacune deux viſſes, dans lesquelles on ſerre legèrement des oreillons attachés derriere le limbe du Quart de cercle, & qui ſervent ainſi à le contenir dans le plan du Meridien, ſans s'oppo- *Fig. II.*

ſer

ſer à ſa dilatation ou à ſa contraction. Enfin, derriere le Quart de cercle vis à vis du centre C, eſt un axe horiſontal mobile, L, M, auquel eſt attaché un contrepoids N, & une autre branche perpendiculaire L O, qui ſe replie encore pour recevoir un chaſſis OPQ de la longueur de la Lunette, & qui la ſoutient par le point Q, de ſorte que le chaſſis étant mis en mouvement par le contrepoids N, il ſouleve la lunette par le point Q, ou du moins la tient en équilibre, afin qu'on puiſſe la promener dans le Plan du Meridien, ſans s'expoſer à y cauſer aucun dérangement, & la fixer indifféremment ſur chaque point du Limbe ſans qu'il ſoit chargé d'aucune partie de ſon poids ; l'on a eu ſoin même, pour en rendre le mouvement plus ſûr & plus promt, d'y joindre de petites roües des deux cotés, qui touchent ſeules le Limbe, & y roulent avec facilité pour y conduire la Lunette.

Afin de reconnoitre avec plus de préciſion les variations en aſcenſion droite du Quart de cercle, on a placé ſur le mur de l'Académie, le plus éloigné de l'Obſervatoire que l'on pût y employer, des marques verticales, auxquelles on peut rapporter pluſieurs fois dans le jour le fil vertical de la Lunette, pour corriger enſuite les differences des paſſages, obſervés dans tous les points du Ciel les plus éloignés entre eux ; mais comme nous nous ſommes attachés juſqu'ici aux déclinaiſons de la Lune beaucoup plus qu'aux aſcenſions droites, & que cette correction là ſe trouve inutile par raport aux déclinaiſons, je n'en ai fait dans les obſervations ſuivantes aucun uſage ; on y trouvera ſeulement marquée de tems à autres la déviation, obſervée par des hauteurs correſpondantes, laquelle eſt trés petite, ou plutot nulle, vers le 40e dégré de diſtance au Zenith, & qui ſera plus que ſuffiſante pour trouver le tems vrai de chaque obſervation avec la préciſion néceſſaire dans le Calcul de la parallaxe. Enfin, j'ai fait placer encore depuis peu de jours dans la Campagne au Nord de Berlin, des marques qui puiſſent ſervir auſſi à reconnoitre les variations qui arriveront, lorsque le Quart de cercle ſera tourné vers le Nord, & qui ſont plus conſidérables & plus dangereuſes, parce

parce que le mouvement en aſcenſion droite des étoiles circompolaires eſt fort lent, & néammoins, leur mouvement en déclinaiſon auſſi promt que celuy des autres aſtres, de ſorte qu'une déviation égale à celle que l'on neglige ſur l'Equateur, & aux environs, ne peut ſe négliger aux environs du Pole.

Cet Inſtrument établi & fixe dans le Plan du Meridien, eſt celui qui ſert principalement à l'Obſervation des parallaxes de la Lune; il étoit neceſſaire, cependant, d'avoir un Quart de cercle propre à obſerver des hauteurs correſpondantes, & à placer le mural dans le Meridien. Celui que l'Académie a recû de Mr. *de Maupertuis*, y a été employé avec ſuccés, & depuis le 25 Novembre 1751. que le Quart de cercle fut enfin placé, & que j'obſervai pour la premiere fois la hauteur de la Lune, je nai jamais trouvé que quelques ſecondes de déviation, ceſt a dire 8″ au plus. Cette quantité inſenſible par raport aux hauteurs ne le ſeroit point par raport aux aſcenſions droites de la Lune, ſi l'on prétendoit les déterminer, autrement que par les Etoiles qui ſont dans le parallele de la Lune; mais jusqu'ici je m'en ſuis tenu à celles-là, autant qu'il m'a été permis, parce qu'il eſt presque impoſſible que le Limbe entier d'un Quart de cercle, ſoit placé aſſés éxactement dans le Meridien, & l'axe de la Lunette aſſez exactement parallele au Limbe du Quart de cercle, pour pouvoir ſe ſervir indifferemment de toutes les Etoiles. L'Inſtrument des paſſages ſera le ſeul propre à ces Obſervations, quand les axes en ſeront travaillés avec aſſés d'exactitude.

Aprés vous avoir entretenu, Meſſieurs, de l'objet, de l'utilité de ces Obſervations, & des moyens propres à les rendre déciſives, je viens enfin aux Obſervations mêmes. Depuis le 25 Novembre jusqu'au 20 Avril, la ſaiſon humide & nebuleuſe ne nous en a permis qu'un aſſez petit nombre, que je vais raporter: elles ont été faites indifferemment par Mr. *Kies*, ou par moy, & quelquefois par l'un & l'autre en commun. La diſtance au Zenith du bord de la Lune a été priſe communément lorsque le Centre de la ☾ étoit dans le Meridien

ſans égard à la déviation du Quart de cercle. L'on a choiſi le bord le mieux terminé, qui eſt le bord inferieur en hiver, ſi ce n'eſt dans la pleine Lune, où l'on peut prendre également l'un & l'autre; il faut encore remarquer que l'on s'eſt ſervi ordinairement de la partie ſuperieure du fil, dont l'epaiſſeur entiere eſt de 7 ou 8″, de ſorte que pour les réduire au milieu, & pour les comparer aux Etoiles, il faut ajouter 3, ou 4″ aux diſtances au Zenith du bord du Soleil, de Jupiter, de Venus, de la Lune, & de Saturne, telles qu'elles ſont icy raportées. J'ajouterai que ces diſtances au Zenith ne ſont point des diſtances abſolues ni vraies, mais ſeulement rélatives, & apparentes; c'eſt à dire, affectées & de l'erreur du Quart de cercle qui n'a point encore été vérifié, de celles des diviſions, & enfin des réfractions, & des paralaxes; la premiere de ces corrections qui eſt à peu-près de 20″ à ſouſtraire, ſera connuë exactement, lorsque le Quart de cercle tranſporté vers le Nord y aura été vérifié par le retournement. La ſeconde, que l'on peut négliger, parce qu'elle eſt fort petite, mais qui m'eſt inconnuë, le ſera jusqu'à ce qu'on ait pû appliquer ſur les diviſions un grand Compas à verge, muni de tout ce qui eſt néceſſaire pour faire exactement cette vérification qui eſt extrémement delicate. La troiſiéme doit être laiſſée au jugement de ceux qui font uſage des Obſervations, & elle eſt nulle ou trés petite, dans la plus grande partie.

## OBSERVATIONS.

Le 21 Novembre, le Quart de cercle ayant été placé à peu prés dans le Meridien, ce ne fut que le 23, que le Ciel s'etant éclairci il me fut permis de prendre des hauteurs correſpondantes de l'étoile $\beta$ à la queuë de la Baleine, par leſquelles je trouvai qu'elle paſſoit au centre de la Lunette 40 ſecondes trop-tôt. Le 25, par le moyen de 14 hauteurs correſpondantes du Soleil je déterminai l'inſtant du Midy vray, 22$^h$ 49′ 36″. Le Quart de cercle avançoit encore de 30″; ayant donc rectifié ſa poſition, par le moyen des marques, qui étoient déjà placées ſur le mur de

de l'Académie, j'obſervai le paſſage d'une étoile du Verſeau, qui eſt dans le grand Catalogue de *Flamſteed*, immédiatement avant la troiſième de Tycho.

| | *Tems de la Pendule.* H. M. S | | *Diſtances au Zeniths.* D. M. S. |
|---|---|---|---|
| * du Verſeau, | 4 25 $43\frac{1}{4}$ | | 60 12 30 |
| Le bord de la Lune | 4 24 28 | | |
| à | 4 28 30 | Bord inferieur | 60 49 55 |
| une petite étoile qui eſt dans Flamſteed immédiatement aprés la 21e. de Tycho. | 5 5 41 | | 60 45 30 |

Le Thermometre étoit à peu prés à la Congelation. Le mouvement de la Pendule étoit aſſez exactement reglé ſur le moyen mouvement du Soleil, mais aprés cette Obſervation elle a été arrêtée.

Le 26 Novembre.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Bord de la Lune, | 6 20 32 | a $21'$ $35''$ B. I. | 56 0 50 |
| La Corne ſuivante, | 6 22 1 | | |
| Petites étoiles du verſeau, | 7 6 $40\frac{1}{2}$ | | 65 32 $37\frac{1}{2}$ |
| | 7 13 $38\frac{1}{2}$ | | 56 38 45 |
| $\gamma$ à l'aile de Pegaſe, | 7 38 51 | | 38 42 $37\frac{1}{2}$ |

Le 29 Novembre.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Le Centre du Soleil, | 23 48 $20\frac{3}{4}$ | Bord ſuperieur | 73 42 $7\frac{1}{2}$ |
| Etoiles du Belier, | 8 39 $57\frac{1}{2}$ | | 34 34 15 |
| | 8 44 51 | | 38 27 15 |
| Bord de la Lune | 8 49 $45\frac{3}{4}$ | à $50'$ $55''$ B. I. | 40 50 35 |
| *o* du lien des Poiſſons, | 8 58 $53\frac{1}{4}$ | | 44 46 45 |
| Le centre de Jupiter, | 11 44 $45\frac{1}{2}$ | | 31 57 40 |
| *Aldebaran*, | 11 47 50 | | |

Par des hauteurs correſpondantes de $\alpha$ du Belier, j'ai trouvé que le Quart de cercle avançoit vers le 30e dégré d'environ $4''$ a l'Orient, les Obſerva-

ſervations de ces trois premiers jours, ſont les moins parfaites, parce que l'Inſtrument n'etoit pas encore aſſez bien calé.

Le 30 Novembre.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 23 | 48 | 46 | | | |
| Le bord de la Lune, | 9 | 47 | 51 ¾ | | | |
| Le bord inferieur de la Lune, à | 49 | 2 | | 36° | 36′ | 0″ |
| *o* du Belier, | 10 | 0 | 22 | 38 | 28 | 32 |
| $\pi$ du Belier, | 10 | 5 | 1 ¼ | 35 | 30 | 10 |
| Le centre de Jupiter, | 11 | 40 | 20 | 31 | 58 | 50 |
| *Aldebaran.* | 11 | 43 | 57 | 36 | 31 | 52 ½ |

Dans les Obſervations ſuivantes on a négligé la correction qui dépend du fil à plomb, mais dans la ſuite on y a toujours eu égard.

Le 1 Decembre.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Venus, bord ſuivant | 21 | 22 | 41 ¾ | bord inferieur | 63 | 25 | 17 |
| Le centre du Soleil, | 23 | 49 | 13 ½ | bord ſuperieur | 74 | 1 | 10 |
| la Lyre | 1 | 48 | 33 | | 13 | 56 | 58 |
| $\beta$ du Verſeau | 4 | 37 | 56 ¾ | | 59 | 8 | 37 |
| $\gamma$ du Capricorne | 4 | 45 | 41 | | | | |
| $\varepsilon$ de Pegaſe | 4 | 51 | 28 ½ | | 43 | 15 | 20 |
| $\alpha$ du Verſeau, | 5 | 12 | 25 ½ | | 54 | 0 | 52 |
| Etoiles des Poiſſons | 6 | 47 | 22 ½ | | 65 | 32 | 22 |
| | 6 | 54 | 18 | | 56 | 38 | 7 |
| | 6 | 58 | 24 ½ | | 50 | 56 | 52 |
| Mars, | 7 | 16 | 14 ½ | | 53 | 23 | 55 |
| Le bord de la Lune, | 10 | 48 | 59 ¼ | à 50′ 3″ bord inferieur | 33 | 28 | 7 |
| A la tête du Taureau | 11 | 13 | 14 | | 33 | 35 | 9 |
| | 11 | 23 | 27 | | 31 | 21 | 59 |
| | 11 | 29 | 59 | | 30 | 17 | 27 |
| | 11 | 32 | 37 | | 33 | 54 | 39 |
| Le centre de Jupiter, | 11 | 36 | 54 ½ | | 31 | 59 | 45 |
| *Aldebaran.* | 11 | 40 | 7 | | 36 | 31 | 39 |

Le

Le 3 Decembre.

| | | |
|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 23 50 11½ bord ſuperieur. | 73 19 12″ |
| Le Quart de cercle avançoit vers l'Orient dans ce point, de | | 6″ ½ |
| Ainſi le Midi vray étoit à | 11 50 18 | |
| β du Verſeau, | 4 30 17 | 59 8 37 |
| γ du Capricorne, | 4 38 1¼ | 70 14 52 |

Le 4 Decembre au matin.

| | | |
|---|---|---|
| Une petite étoile au deſſus de la tête d'Orion, | 12 46 17 | 39 58 0 |
| α d'Orion, | 12 52 17½ | 45 10 15 |
| Le ventre de la Lune, | 12 57 39 à 12ʰ 58′ 53″ B.L. | 32 1 16 |
| Bord ſuivant de la Lune, | 13 0 6 ¾ | |
| *Syrius, ou Alhabor.* | 13 44 30⅔ | 68 52 27 |

Le 5 Decembre.

| | | |
|---|---|---|
| β du Verſeau, | 4 22 38½ | 59 8 35 |
| γ du Capricorne, | 4 30 22¼ | 70 14 47 |
| ε de Pegaſe, | 4 36 10½ | 43 45 27 |
| β du Poiſſon auſtral, | 5 21 4½ | 85 56 12 |
| ζ de Pegaſe, | 5 33 7½ | 42 57 52 |
| Le centre de Jupiter, | 11 18 21⅓ | 32° 4′ 54″ |
| *Aldebaran*, | 11 24 50 | 36 31 38 |
| Une étoile du Taureau, | 11 28 13 | 37 6 42 |

Le 6 Decembre au matin.

| | | |
|---|---|---|
| Entre les Gemeaux & l'Ecreviſſe, | 14 45 27 | 36 5 12 |
| | 14 49 6¼ | 34 32 57 |
| | 14 53 47 | 38 42 42 |
| Le bord inferieur de la Lune, à | 15 0 25 | 37 5 15 |
| Le bord ſuivant de la Lune, | 15 1 35 | |
| Le centre du Soleil, | 23 52 46¾ | |

Le 7 Decembre.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le bord ſuivant de la Lune | 15 | 56 | 6 $\frac{2}{3}$ | à 15$^{h}$ 55$'$ 0$''$ | B.I. | 41 | 15 57 |
| Une petite étoile de l'Hydre, | 16 | 2$'$ | 53$''$ | | | 57 | 49 49 |
| Le centre du Soleil, | 23 | 52 | 19$\frac{1}{2}$ | Bord ſuperieur | | 74 | 49 35 |

Le 9 Decembre au matin.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Premiere corne de la Lune, | 17 | 32 | 25 | | | | |
| Bord de la Lune | 17 | 33 | 56$\frac{1}{2}$ | à 33$'$ 0$''$ | Bord inferieur | 50 | 56 16 |
| Petites étoiles, | 17 | 39 | 46$\frac{3}{4}$ | | | 53 | 39 31 |
| entre le Sextans, | 17 | 44 | 49$\frac{1}{2}$ | | | 49 | 12 39 |
| & le Lion, | 17 | 51 | 37$\frac{1}{2}$ | | | 51 | 23 46 |
| $\upsilon$ à la patte du Lion, | 6 | 14 | 45$\frac{1}{2}$ | | | 51 | 57 31 |

Enſuite la Pendule a été arretée.

Le 14 Decembre.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le Centre du Soleil, | 23 | 36 | 54$\frac{1}{2}$ | Bord ſuperieur | | 75 | 25 36 |
| La Lyre, *Wega*, | 0 | 39 | 28$\frac{1}{2}$ | | | 13 | 57 11 |
| Pegaſi $\epsilon$, *Enif*, | 3 | 42 | 22$\frac{2}{3}$ | | | 43 | 45 16 |
| Le centre de Jupiter, | 10 | 19 | 42$\frac{1}{2}$ | | | 32 | 15 37 |
| *Aldebaran*, | 10 | 31 | 1$\frac{1}{4}$ | | | 36 | 31 31 |

Le 15 Decembre.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 23 | 37 | 28$\frac{4}{5}$ | | | 75 | 28 4 |
| La Lyre. | 0 | 35 | 37 | | | 13 | 57 14 |

Le 23 Decembre.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 23 | 42 | 2 | | | | |
| La Lyre, | 0 | 4 | 44 | | | 13 | 57 18 |
| Le premier bord de la Lune, | 4 | 0 | 27$\frac{3}{4}$ | | | | |
| Corne ſuivante, | 4 | 2 | 45 | à 1$'$ 41$''$, | B. I. | 57 | 44 48 |
| $\delta$ du Verſeau, | 4 | 16$'$ | 47$''$ | | | 69 | 36 38 |
| $\alpha$ de Pegaſe, *yed*, *Alpheras*. | 4 | 27 | 49$\frac{1}{2}$ | | | 38 | 38 0 |

Le

Le 25 Decembre.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| θ de la Baleine | 6ʰ | 38′ | 53″ | | 61° | 57′ | 52″ |
| le premier bord de ♃ | 9 | 31 | 57½ | Bord ſuperieur | 32 | 26 | 50 |
| *Aldebaran.* | 9 | 48 | 31 | | 36 | 31 | 39 |

Le 26 Decembre.

La Lune étant plongée dans le broüillard :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord précedent, | 6ʰ | 23′ | 27″ ¼ | | | | |
| & à | 6 | 25 | 22 | Bord inferieur | 42 | 58 | 14 |
| Etoiles au deſſus | 10 | 17 | 14 | | 44 | 21 | 26 |
| d'Orion, | | | | | 43 | 1 | 30 |
| γ d'Orion, | 10 | 34 | 38 | | 46 | 25 | 31 |

Le 27 Decembre.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 23 | 44 | 14½ | Bord ſuperieur | 75 | 27 | 50 |
| Mars, | 6 | 3 | 21 | | 47 | 31 | 19 |
| Premier bord de la Lune | 7 | 15 | 26 | à 16′ 35″ B. I. | 38 | 32 | 34 |
| Le centre de la Lune, | 7 | 17 | 14½ | | | | |
| Premier bord de Jupiter, | 9 | 23 | 25 | Bord ſuperieur | 32 | 28 | 49 |
| Une étoile du Taureau, | 9 | 30 | 49 | | 38 | 22 | 56 |
| *Aldebaran*, | 9 | 40 | 46 | | 36 | 31 | 37 |

Le 28 Decembre.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de Venus, | 20 | 32 | 34 | ¼ | Bord ſuperieur | 66 | 52 | 34 |
| Le centre du Soleil, | 23 | 44 | 47 | ⅞ | Bord ſuperieur | 75 | 30 | 1½ |
| Une étoile de Pegaſe, | 4 | 41 | 24 | | | 37 | 28 | 57 |
| Mars, | 6 | 1 | 28 | | | 47 | 17 | 4 |
| Le bord précedent de la Lune, | 8 | 12 | 21 | | à 13′ 32″ B. I. | 34 | 56 | 4 |
| Le centre de Jupiter | 9 | 19 | 11 | ½ | Bord ſuperieur | 32 | 29 | 37 |
| *Aldebaran.* | 9 | 36 | 53 | ½ | | 36 | 31 | 38 |

# M. DCC. LII.

## Le 11 Janvier.

| | *Tems de la Pendule* H. M. S. | | | *Diſtances au Zenith.* D. M. S. |
|---|---|---|---|---|
| Premier Bord de Jupiter | 8 30 37 | — | — | — |
| *Aldebaran*, | 8 52 30½ | — | — | — |
| Syrius. | 11 4 34 | | | 68 52 35 |

## Le 12 Janvier.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Algenib.* | 4 28 5 ½ | | 38 42 5 |
| δ d'Andromede, | 4 53 45 | | 23 0 52 |
| β de la Baleine, | 4 58 30 | | 71 54 8 |
| Mars. | 5 44 1 ½ | | 43 45 35 |

## Le 14 Janvier.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, 0 | 3 8½ | | |
| Mars. 5 | 40 34½ | | 42 58 35 |
| *o* du lien des Poiſſons. 5 | 51 57½ | | 44 36 0 |
| Bord ſuivant du Jupiter, 8 | 18 29 | Bord ſuperieur | 33 28 35 |
| γ du Taureau 8 | 33 44½ | | 37 12 40 |

## Le 15 Janvier.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de Venus, | 20 43 52 | Bord inferieur | 70 42 24 |
| la Lyre, | 22 45 31½ | | 13 57 0 |
| Le centre du Soleil, | 0 3 36 | Bord ſuperieur | 73 22 52 |
| Une très groſſe tache. | 0 3 14½ | | 73 33 30 |

Le

Le 24 Janvier.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 0 | 6 | 45 | Bord ſuperieur | 72 | 18 | 50 |
| $\theta$ de la Baleine, | 4 | 52 | $26\frac{3}{4}$ | | 61 | 57 | 35 |
| La premiere étoile du Belier, | 5 | 20 | $46\frac{3}{4}$ | | 34 | 26 | 33 |
| Mars, | 5 | 23 | 39 | | 41 | 1 | 6 |
| $\alpha$ du Belier, | 5 | 34 | 3 | | 30 | 14 | 6 |
| Le bord précedent de la Lune, | 6 | 14 | $18\frac{3}{4}$ | à $15'$ $27''$ B.L | 36 | 21 | 2 |
| Premier bord de Jupiter, | 7 | 38 | $38\frac{1}{2}$ | Bord ſuperieur | 32 | 38 | 58 |
| $\omega$ au front du Taureau, | 7 | 43 | $13\frac{1}{2}$ | | 32 | 34 | 3 |
| $\delta$ au front du Taureau, | 7 | 49 | 5 | | 35 | 34 | 23 |
| $\epsilon$ du Taureau, | 7 | 54 | $34\frac{1}{2}$ | | 33 | 54 | 25 |

Le 27 Janvier.

Par des hauteurs correſpondantes, le centre du Soleil a dû être au Meridien à $0^h$ $7'$ $38''$
& il a été au Quart de cercle $7''$ $\frac{1}{2}$ trop tôſt.

Le 30 Janvier.

J'ay changé tant ſoit peu la Situation du Quart de cercle pour le mieux caler,

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le premier bord de la Lune, | 0 | 9 | $30\frac{3}{4}$ | à $10'$ $40''$ B.I | 40 | 51 | 52 |

Le Ciel étoit couvert.

Le 31 Janvier.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le Soleil au Meridien, | 0 | 8 | $22\frac{3}{8}$ | | | | |
| Petites étoiles ſur le dos du Taureau, | 6 | 41 | $18\frac{1}{2}$ | | 33 | 37 | 25 |
| | 6 | 42 | $45\frac{1}{2}$ | | 33 | 38 | 50 |
| | 6 | 46 | 5 | | 29 | 11 | 40 |
| | 6 | 47 | $44\frac{1}{2}$ | | 29 | 14 | 20 |
| Le premier bord de Jupiter, | 7 | 11 | $32\frac{1}{2}$ | Bord ſuperieur | 32 | 36 | 33 |
| Petites etoiles au front du $\delta$ | 7 | 21 | $48\frac{1}{2}$ | | 35 | 39 | 15 |
| | 7 | 22 | $58\frac{1}{2}$ | | 35 | 44 | 45 |
| | 7 | 28 | $12\frac{1}{2}$ | | 33 | 54 | 5 |
| *Aldebaran*, λαμπαδίας | 7 | 34 | $49\frac{1}{2}$ | | 36 | 31 | 15 |

Le 1 Fevrier.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Une étoile prés de Regulus, | 12 | 57 | 6 | | 38 | 53 42 |
| Bord ſuivant de la Lune, | 13 | 4 | 52¾ | | 45 | 49 16 |
| ω proche la patte du Lion, | 13 | 24 | 4 | | 42 | 28 21 |
| Venus bord ſuivant, | 20 | 54 | 51¾ | Bord ſuperieur | 73 | 10 25 |
| Le centre du Soleil, | 0 | 8 | 35½ | | | |

Par des hauteurs correſpondantes, j'ai trouvé que le Midy vrai devoit arriver environ 8″ plus tard.

Le 9 Fevrier.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de la Lune, | 19 | 24 | 48¾ | à 25′ 55″ B. I. | 74 | 48 25 |
| Le centre du Soleil, | 0 | 10 | 5 | Bord ſuperieur | 66 | 58 47½ |

Hauteurs correſpondantes du bord ſuperieur du Soleil.

| *Hauteurs.* | *Matin.* | *Soir.* | *Milieu.* |
|---|---|---|---|
| 14° 20′ 0″ | 21ʰ 26′ 36″ | 2ʰ 54 24½ | 0 10 30¼ |
| 14 40 0 | 21 29 59 | 2 51 1 ½ | 0 10 30¼ |
| 14 48 46 | 21 31 30 | 2 49 33 | 0 10 31½ |
| 15 8 46 | 21 34 58½ | 2 46 3 | 0 10 30¾ |
| 15 20 0 | 21 36 59 | 2 44 3 | 0 10 31 |
| 15 28 46 | 21 38 31 | 2 42 29 | 0 10 30 |
| 15 40 0 | 21 40 33½ | 2 40 29 | 0 10 31¼ |
| 15 48 46 | 21 42 7 | 2 38 53 | 0 10 30 |
| 16 0 0 | 21 44 13 | 2 36 46½ | 0 10 29¾ |
| 16 8 46 | 21 45 49½ | 2 35 13½ | 0 10 31½ |

La correction du Midy eſt 20″, ainſi le Midy vrai a dû arriver à 0ʰ 10′ 10″ ½

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ε du grand Chien | 9ʰ | 26 | 53 | | 81 | 4 22 |
| δ du grand Chien | 9 | 36 | 19 | | 78 | 27 45 |
| | 9 | 43 | 32¾ | | 30 | 6 7 |
| | 9 | 51 | 52¼ | | 43 | 44 34 |
| | 9 | 56 | 58½ | | 20 | 6 49 |
| *Procyon*, *Kelbelazguar.* | 10 | 4 | 25 | | 46 | 40 8 |

Le

Le 11 Fevrier.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 0 | 10 | 18⅛ | Bord ſuperieur | 66 | 19 55 |
| Premier bord de Jupiter, | 6 | 31 | 1 | Bord ſuperieur | 32 | 29 32 |
| *e* du Taureau. | 6 | 45 | 10 | | 33 | 54 23 |
| *Aldebaran ſubrufa* | 6 | 52 | 41½ | | 36 | 31 18½ |
| *Procyon*, *Algomeiza*, | 7 | 56 | 46 | | 46 | 39 56 |
| Le centre du Soleil. | 0 | 10 | 22½ | Bord ſuperieur | 66 | 0 5 |

Le 14 Fevrier.

La Pendule a été arrêtée ;

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 0 | 15 | 14½ | Bord ſuperieur | 65 | 19 58 |
| Mars, | 4 | 55 | 58 | | 36 | 31 35 |
| *α* de Perſée, | 5 | 31 | 6 ¼ | | 3 | 33 53 |
| *δ* de Perſée, | 5 | 49 | 41¼ | | 5 | 33 5 |
| Premier bord de Jupiter, | 6 | 25 | 0 ¾ | Bord ſuperieur | 32 | 26 41 |
| *Aldebaran*, | 6 | 45 | 53¼ | | 36 | 31 20 |
| *Rigel*, *Elgebar*, *Keſil*, | 7 | 26 | 39 | | 61 | 0 5 |

Enſuite la Pendule a été arrêtée.

Le 21 Fevrier.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 23 | 44 | 20¾ | Bord ſuperieur | 62 | 53 0 |
| Premier bord de la Lune, | 4 | 42 | 16 | a 43′ 26″ B. I. | 34 | 31 7 |
| *δ* de Perſée, | | | | | 5 | 33 5 |
| Premier bord de Jupiter, | 6 | 29 | 21 | Bord ſuperieur | 32 | 29 7 |

Le 22 Fevrier.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 0 | 44 | 51 | | | |

Le 23 Fevrier.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 23 | 45 | 21¾ | Bord ſuperieur | 62 | 9 32 |
| Le premier bord de Jupiter, | 5 | 24 | 26½ | Bord ſuperieur | 32 | 16 30 |
| *Aldebaran*, *Abenezra*, | 5 | 41 | 31½ | | 36 | 31 20 |
| La Chevre, *Ayuk*, *Albatod*, | 6 | 18 | 9″ environ, | | 6 | 33 32 |
| *Rigel*, | 6 | 22 | 17 | | 61 | 0 3 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| * du Taureau, | 6 32 26½ | | 34 | 47 | 15 |
| Prés des pieds des Gemeaux, | 6 37 23½ | | 34 | 7 | 49 |
| Premier bord de la Lune, | 6 40 15 | Bord inferieur | 32 | 4 | 22 |
| ζ du Taureau. | 6 42 33 | | 31 | 32 | 56 |

Aprés le paſſage au Meridien, l'etoile a été eclipſée, je n'ai pû obſerver que l'emerſion à 7 28 8 de deſſous la partie claire de la Lune proche la tache d'Endymion. Comme l'etoile eſt aſſés petite il faut en ôter 2″ à cauſe de l'Irradiation, & ſuppoſant 6″ ½ pour l'erreur du Quart de cercle, à la hauteur du Soleil ce jour là :

on a le tems vrai de l'Emerſion 7ʰ 42′ 28″¾

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *Sirius.* | 7 53 39 | | 68 | 52 | 32½ |

Le 24 Fevrier.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 23 45 48½ | Bord ſuperieur | 61 | 47 | 27 |

Le 26 Fevrier.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 23 46 40½ | Bord ſuperieur | 61 | 2 | 59 |
| Le premier bord de la Lune, | 9 35 27¾ | à 36′ 38″ B. ſup. | 38 | 28 | 8 |
| α de l'Ecreviſſe, *Azubene*, | 9 54 5 | | 39 | 42 | 4 |
| Le Coeur du Lion, | 11 4 9 ½ | | 39 | 20 | 41 |

Icy ſe terminent les Obſervations, contenües dans l'invitation de Monſieur *l'Abbe* de la *Caille* aux Aſtronomes de l'Europe.

Le 29 Fevrier.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Une étoile ſur le Limbe du Sextans, | 11 27 48 | | 52 | 56 | 50 |
| A l'extrémité du Sextans, | 11 31 23 | | 48 | 43 | 12 |

Le 1 Mars.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| d'entre le ſextans & le Lion | 11 46 43 | à peu prés ; | 47 | 33 | 43 |
| ♀ auprés de la patte du Lion, | 12 2 59 | | 54 | 47 | 56 |
| Le ventre de la Lune, | 12 10 42 | à 11′ 46″ B. I. | 53 | 32 | 28 |

Bord

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de Venus, | 21 | 3 | 59¾ | Bord ſuperieur | 71 | 55 34 |
| Le centre du Soleil, | 23 | 48 | 25 | Bord ſuperieur | 59 | 32 41 |

Par des hauteurs correſpondantes, j'ai trouvé que le Midy vrai devoit être à 23 48 31¾

Le 3 Mars.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Sirius*, *Alhabor*, | 7 | 23 | 51 | | 68 | 52 16 |
| ε du grand Chien | 7 | 38 | 19 | | 81 | 4 14 |
| β du petit Chien, | 8 | 3 | 20 | | 43 | 44 23 |
| *Procyon* | 8 | 15 | 54½ | | 46 | 39 48 |

Le 4 Mars.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Petite Etoile de la vierge, | 14 | 30 | 43 | | 59 | 24 18 |
| Bord ſuivant de la Lune, | 14 | 36 | 32⅔ | à 35′ 29″ | 67 | 8 3 |
| Entre le Corbeau & la Vierge, | 14 | 51 | 23⅓ | | 69 | 30 18 |
| | 14 | 53 | 34⅓ | | 70 | 1 8 |
| λ au pied de la Vierge, | 14 | 54 | 22⅓ | | 64 | 42 3 |
| α de la Balance, *Zubeneſchemali.* | 15 | 25 | 34 | | 67 | 28 25 |
| Le centre du Soleil. | 23 | 49 | 44¼ | | 58 | 23 52 |
| Mars, | 4 | 5 | 12½ | | 33 | 2 35 |
| Jupiter, premier bord, | 4 | 54 | 43 | Bord ſuperieur | 32 | 2 50 |
| *Aldebaran*, | 5 | 8 | 28 | | 36 | 31 26 |
| Epaule Occidentale d'Orion, | 5 | 58 | 27 | | 46 | 24 20 |
| Les trois Etoiles du Baudrier. | 6 | 5 | 56 | | 53 | 0 34 |
| | 6 | 10 | 13 | | 53 | 53 7 |
| | 6 | 14 | 49 | | 54 | 35 50 |
| Epaule Orientale, *Almerzamo'nnagi.d.* | 6 | 28 | 18¾ | | 45 | 10 22 |
| *Sirius.* | 7 | 20 | 34 | | | |

Le 5 Mars.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de la Lune | 15 | 24 | 23¾ | douteux à une ou deux ſecondes | | |
| à | 15 | 25 | 30 | Bord inferieur | 70 | 23 22 |
| α de la Balance, χηλὴ νότιος | 15 | 23 | 28 | | 67 | 28 25 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de Venus, | 21$^h$ | 10$'$ | 31$''$ | Bord ſuperieur | 71° | 8$'$ | 5$''$ |
| Le centre du Soleil, | 23 | 50 | 9 $\frac{1}{4}$ | Bord ſuperieur | 58 | 0 | 36 |
| Bord précedent de Jupiter, | 4 | 51 | 55$\frac{1}{2}$ | Bord ſuperieur | 32 | 1 | 22 |
| Epaule Orientale d'Orion, | 6 | 25 | 1 $\frac{1}{2}$ | | 45 | 10 | 20 |
| *Syrius.* | 7 | 17 | 16 | | 68 | 52 | 37 |

Le 6 Mars.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ♍ Entre les deux baſſins de la Balance, | 16 | 0 | 50 | | 68 | 28 | 8 |
| Petite étoile proche le Baſſin auſtral, | 16 | 7 | 28$\frac{1}{4}$ | | 75 | 26 | 33 |
| Le bord ſuivant de la Lune, | 16 | 12 | 47$\frac{3}{4}$ | à 12$'$ 35$''$ B. I. | 72 | 47 | 5 |
| $\delta$ du Scorpion, | | | | | 74 | 20 | 56 |
| $\beta$ du Scorpion, | 16 | 32 | 50 | | 71 | 34 | 10 |
| Ἀνταρης, *Kalbo'lakrab.* | 16 | 55 | 54 | | 78 | 17 | 37 |
| Bord ſuivant de Venus, | 21 | 12 | 8 $\frac{3}{5}$ | Bord ſuperieur | 70 | 54 | 59 |
| Le centre du Soleil. | 23 | 50 | 34$\frac{1}{2}$ | Bord ſuperieur | 57 | 37 | 29$\frac{1}{2}$ |

Aprés cette Obſervation, on a avancé de 21 Minutes l'éguille de la Pendule, ſans toucher aux Secondes.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\delta$ du grand Chien | 7 | 58 | 56 | | 78 | 27 | 46 |

Le 7 Mars.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ♆ Au pied d'Ophincus, | 17 | 9 | 5 | | 71 | 54 | 2 |
| Ἀνταρης, *Kalbo'lakrab,* | 7 | 13 | 37$\frac{1}{4}$ | | | | |
| la corne, & le ventre de la Lune | 17 | 21 | 13 | | 78 | 17 | 38 |
| Bord ſuivant de la Lune, | 17 | 22 | 24$\frac{3}{4}$ | à 21$'$ 30$''$ B. I. | 74 | 14 | 10 |
| $\varepsilon$ du Scorpion, | 17 | 33 | 23 | | 86 | 7 | 22 |
| Bord ſuivant de Venus, | 21 | 34 | 44 | Bord ſuperieur | 70 | 41 | 15 |
| le Centre du Soleil, | 0 | 11 | 58$\frac{3}{4}$ | Bord ſuperieur | 57 | 24 | 0 |
| Mars, | 4 | 23 | 59$\frac{1}{2}$ | | 32 | 33 | 19 |
| la Chevre, *Ayuk,* Αιξωλενια | 5 | 56 | 14 | | 6 | 48 | 25 |
| $\delta$ du grand Chien. | 7 | 55 | 39 | | 78 | 27 | 47 |

Le

Le 8 Mars.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| α d'Hercules, *Ras Algethi*, | 17 | 59 | 31 | | 37 | 49 | 10½ |
| θ d'Ophiucus, | 18 | 2 | 47 | | 77 | 9 | 57 |
| Corne inferieure de la Lune, | 18 | 10 | 24 | | | | |
| Bord ſuivant de la Lune, | 18 | 11 | 35½ | à 10′ 30″ B. I. | 74 | 41 | 32 |
| α d'Ophiucus, *Ras alhague*, | 18 | 19 | 33⅔ | | 69 | 44 | 51 |
| Le centre de Saturne, | 18 | 31 | 29½ | le Centre | 74 | 27 | 27 |
| Il étoit fort foible a cauſe du grand jour, | | | | | | | |
| Bord ſuivant de Venus, | 21 | 36 | 19⅓ | Bord ſuperieur | 70 | 27 | 0 |
| Le centre du Soleil, | 0 | 12 | 22¼ | Bord ſuperieur | 56 | 50 | 45 |
| Par des hauteurs Correſpondantes j'ai trouvé le midi vrai a | | | | | 0ʰ 12′ 25″½ | | |
| Premier bord de Jupiter, | 5 | 4 | 38 | Bord ſuperieur | 31 | 56 | 58 |

Le 9 Mars.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de la Lune | 19 | 0 | 32 | à 18ʰ 59′ 27″ B. I. | 74 | 8 | 35 |
| & à | 19 | 1 | 9 | le même Bord inferieur | 74 | 8 | 45 |
| Mais le bord étoit très foible à cauſe du grand jour, | | | | | | | |
| Bord ſuivant de Venus, | 21 | 37 | 53⅓ | Bord ſuperieur | 70 | 12 | 20 |
| Le centre du Soleil, | 0 | 12 | 44⅞ | Bord ſuperieur | 56 | 27 | 10 |

Le 10 Mars.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de Venus, | 21 | 39 | 26 | Bord ſuperieur | 69 | 57 | 0 |
| Le centre du Soleil, | 0 | 13 | 6 | Bord ſuperieur | 56 | 4 | 40 |
| La troiſième du Baudrier d'Orion, | 6 | 16 | 5 | | 54 | 35 | 45 |
| L'épaule Orientale, *Almerzamo'unagied*, | 6 | 29 | 34 | | 45 | 10 | 15 |
| β du grand Chien, | 7 | 1 | 3 | | 70 | 19 | 40 |
| *Sirius*, ἀστρ. κύων, | 7 | 21 | 49 | | 68 | 52 | 28 |
| ε du grand Chien, | 7 | 36 | 18 | | 81 | 4 | 30 |
| δ du grand Chien, | 7 | 45 | 45 | | 78 | 27 | 47 |
| η du grand Chien, | 8 | 1 | 39 | | 81 | 15 | 25 |

Le

Le 11 Mars.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 0 | 13 | 26¾ | | | |
| & par des hauteurs Correſpondantes, | 0 | 13 | 29 | | | |
| Mars, trés foible, | 4 | 20 | 57 | | 31 | 56 15 |
| Bord précedent de Jupiter, | 4 | 56 | 19 | Bord ſuperieur | 31 | 51 48 |
| *Aldebaran*, ὑπόυρῥ ϛ, *ſubrufa* | 5 | 6 | 23¼ | | 36 | 31 28 |
| la Chevre, *Ayuk*, | 5 | 42 | 59½ | | 6 | 48 33 |
| *Rigel*, *Algebar*, *Kaſil*, | 5 | 47 | 9⅓ | | 61 | 0 3 |
| α d'Orion, *Betelgeuze*, | 6 | 26 | 14 | | 45 | 10 17 |
| *Syrius*, *Alhemmi*, | 7 | 18 | 29 | | 68 | 52 29 |
| ε du grand Chien, | 7 | 32 | 58¼ | | 81 | 4 29 |
| δ du grand Chien, | 7 | 42 | 25 | | 78 | 27 48 |
| η du grand Chien, | 7 | 58 | 19 | | 81 | 15 25 |
| α des Gémeaux, *Aphellan*, | 8 | 3 | 4½ | | 20 | 6 40 |
| Procyon, *Algomeiza*, | 8 | 11 | 23½ | | 46 | 39 52 |

Le 12 Mars.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de Venus, | 21 | 42 | 25 | Bord ſuperieur | 69 | 24 54 |
| Le centre du Soleil, | 0 | 13 | 44 | Bord ſuperieur | 55 | 16 32 |
| Bord précedent de Jupiter, | 4 | 53 | 30 | Bord ſuperieur | 31 | 50 5 |
| α d'Orion, γλήνεα, | 6 | 22 | 51½ | | 45 | 10 14 |
| ε du grand Chien, | 7 | 29 | 36 | | 81 | 4 28 |
| δ du grand Chien, | 7 | 39 | 10 | | 78 | 27 45 |

Emerſion du premier Satellite, 7 47 40 avec une Lunette de dix pieds, le tems vrai eſt $7^h\ 33'\frac{5}{6}$ ; Les tables de *Wargentin* donnent, $7^h 33'\frac{2}{3}$,

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| η du grand Chien, | 7 | 54 | 56 | | 81 | 15 28 |
| α des Gémeaux, *Anelar*, | 7 | 59 | 43½ | | 20 | 6 36 |

Le 14 Mars.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 0 | 14 | 18¾ | Bord ſuperieur | 54 | 29 32 |
| Mars, | 4 | 19 | 15 | trés foible | 31 | 29 55 |
| Bord précedent de Jupiter. | 4 | 47 | 56 | Bord ſuperieur | 31 | 46 53 |

Le

Le 15 Mars.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 0 14 35 $\frac{1}{2}$ | | 54 5 47 |

Le 17 Mars.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de Venus, | 21 49 39 $\frac{1}{3}$ | Bord ſuperieur | 67 56 34 |
| Le centre du Soleil, | 0 15 12 $\frac{1}{4}$ | Bord ſuperieur | 53 18 36 |

Le 18 Mars.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de Venus, | 21 51 8 | Bord ſuperieur | 67 37 32 |
| Le centre du Soleil, | 0 15 33 $\frac{1}{2}$ | Bord ſuperieur | 52 54 47 |

Le 22 Mars.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 0 17 1 $\frac{1}{2}$ | Bord ſuperieur | 51 20 26 |

Le 23 Mars.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Bord précedent de de la Lune | 7 11 8 $\frac{2}{3}$ à 12′ 19″ | B. Sup. | 34 12 28 |
| *p* au ventre de Pollux, cinquieme grandeur, | 7 17 34 | 30 35 18 | à peuprés |
| *Procyon*, | 7 30 47 | | 46 39 55 |
| $\beta$ de Pollux, *Abrachaleus*, | 7 34 40 | | 23 54 53 |

Les 25 Mars.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de la Lune, | 9 0 24 à 1′ 32″ | B. Sup. | 41 21 49 |

Le Ciel eſt trés broüillé, & le bord de la Lune mal terminé ; ainſi cette Obſervation eſt moins parfaite que les autres.

Le 26 Mars.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 0 18 2 $\frac{1}{2}$ | Bord ſuperieur | 49 45 54 |

Le 28 Mars.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 0 18 31 $\frac{3}{4}$ | — | — |
| Une petite étoile du Monoceros, | 8 24 16 | | 55 2 32 |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *d* à la Cuiſſe du Lion, | 10 | 35 | 50½ | | | 47 | 33 | 51 |
| Entre le Sextans & Lion, | 10 | 36 | 15½ | | | 53 | 39 | 26 |
| | 10 | 48 | 7 | | | 51 | 13 | 41 |
| Φ à la derniere patte du Lion | 10 | 51 | 6 | | | 54 | 48 | 8 |
| *o* ſous le Ventre du Lion, | 11 | 20 | 6 | ½ | | 44 | 35 | 30 |
| Bord précedent de la Lune, | 11 | 28 | 32 | & à 29′ 35″ | Bord ſup. | 55 | 53 | 40 |

Le 29 Mars.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 0 | 18 | 44¼ | | | 48 | 36 | 6 |

Le 31 Mars.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le ventre de la Lune, | 13 | 3 | 28 | | | | | |
| Bord ſuivant de la Lune, | 13 | 5 | 36 | & à 4′ 33″ | Bord infer. | 65 | 21 | 59 |
| à | 13 | 6 | 48 | le même Bord | | 65 | 22 | 21 |
| A la jambe de la Vierge, | 13 | 21 | 55⅓ | | | 59 | 19 | 17 |
| Auprès du pied de la Vierge, | 13 | 30 | 56 | | | 66 | 15 | 1 |
| Auprès du pied de la Vierge, | 13 | 33 | 31⅔ | | | 60 | 36 | 41 |
| *Arcturus, Akamelurzkolanza* | 13 | 44 | 17⅔ | | | 32 | 1 | 59 |

Le 1 Avril.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Arcturus*, | 13 | 40 | 54 | | | 32 | 2 | 2 |
| Entre le Centaure & la balance | 13 | 45 | 10⅔ | | | 79 | 2 | 18 |
| Le Ventre de la Lune, | 13 | 51 | 22½ | | | | | |
| Bord ſuivant de la Lune, | 13 | 53 | 27⅔ | & à 52′ 24″ | Bord infer. | 68 | 56 | 48 |

Ici on s'eſt ſervi de la partie inferieure du fil, ainſi il faut appliquer l'epaiſſeur dans un ſens contraire, & la diſtance obſervée devra en être diminuée.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *α* de la Balance, | 14 | 13 | 32⅔ | | | 67 | 28 | 29 |
| Bord précedent de Venus, | 22 | 9 | 37 | Bord ſuperieur | | 62 | 31 | 26 |
| Le centre du Soleil, | 0 | 19 | 30 | ¼ | Bord ſuperieur | 47 | 26 | 27 |

On s'eſt ſervi de la partie inferieure du fil pour cette hauteur.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| La Chevre, *Ayuk*, | | | 43 | 2 46 | | 6 | 48 | 26 |
| *f* à la premiere patte de la grande Ourſe, | 7 | 23 | 34½ | au Nord | | 0 | 20 | 18 |

Le

Le 2 Avril.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de la Lune, | 14 41 51¼ | à 41′ 15″ | Bord inferieur | | | |
| à la partie inferieure du fil, | | | | 71 | 42 | 42 |
| Une petite étoile du Scorpion, | 15 11 56 | | | 75 | 40 | 17 |
| δ du Scorpion, | 15 18 25½ | | | 74 | 21 | 14 |
| β du Scorpion, | 15 23 46½ | | | 71 | 34 | 22 |
| Bord ſuivant de Venus, | 22 10 47½ | | Bord ſuperieur | 62 | 6 | 37 |
| Le centre du Soleil, | 0 19 44½ | | Bord ſuperieur | 47 | 3 | 24 |
| f de la grande Ourſe, | 7 20 10 | | au Nord | 0 | 20 | 15 |
| Entre l'Hydre & le Vaiſſeau, | 7 44 28 | | | 74 | 49 | 51 |

Le 4 Avril.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le ventre de la Lune | 16 18 10 | | | | | |
| Bord ſuivant de la Lune, | 16 19 50½ | à 18′ 45″ | B. I. | 74 | 25 | 16 |
| Cette hauteur eſt priſe à la partie inferieure du fil, | | | | | | |
| ν au genoüil d'Ophiucus, | 16 27 5 | fort petite | | 66 | 45 | 20 |
| β du Dragon, | | | | 0 | 2 | 3 |
| γ d'Ophiucus, | | | | 49 | 40 | 51 |

Le 5 Avril.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de Saturne, | 17 0 11⅓ | | Bord ſuperieur | 74 | 26 | 40 |
| L'Aurore qui ſe répand déjà empêche que le bord ne ſoit bien diſtinct. | | | | | | |
| Le ventre de la Lune, | 17 7 18 | | | | | |
| Le bord ſuivant de la Lune, | 17 8 46½ | à 7′ 41″ | bord ſup. | 73 | 46 | 46 |
| η du Serpent, | 17 31 49 | | | 55 | 26 | 7 |
| la Lyre, | 17 50 54 | | | 13 | 57 | 13 |

Le 7 Avril.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de la Lune | 18 44 57¾ | à 43′ 53″ | B. ſup. | 70 | 37 | 15 |
| Le bord de la Lune eſt trop foible à cauſe du grand jour, | | | | | | |
| | à 18 44 48 | | Bord ſup. | 70 | 36 | 45 |
| | à 18 45 37 | | Bord ſup. | 70 | 36 | 30 |
| Ces 3 hauteurs peuvent ſervir à ſe corriger mutuellement, | | | | | | |
| Le centre du Soleil | 0 20 59½ | | Bord ſuperieur | 45 | 10 | 6 |

Le 8 Avril.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de Venus, | 22 | 17 | 46½ | Bord ſuperieur | 59 | 34 | 43 |
| Le centre du Soleil, | 0 | 21 | 16⅙ | Bord ſuperieur | 45 | 47 | 36 |
| Bord ſuivant de Jupiter, | 3 | 41 | 30 | Bord ſuperieur | 31 | 1 | 51 |
| Mars, | 4 | 0 | 53⅔ | trés foible | 28 | 43 | 51 |
| La Chevre, *Ayuk*, Αἰξωλενία, | 4 | 9 | 6 ½ | trés foible | 6 | 48 | 24 |
| *Rigel*, *Elgebar*, *Keſil*, | 4 | 13 | 16 | trés foible | 61 | 0 | 1 |
| α d'Orion, *Almerzamo'nnagied*, | 4 | 52 | 20⅔ | | 45 | 10 | 8 |
| *Syrius*, *Aſchſere*, *Scera*, | 5 | 44 | 34¾ | | 68 | 52 | 37 |
| *Pracyon*, *Algomeiza*, | 6 | 36 | 39¼ | | 46 | 39 | 59 |
| β des Gémeaux, *Abrachaleus* | 6 | 40 | 31 | | 23 | 54 | 56 |
| θ de la grande Ourſe. | | | | au Nord | 0 | 15 | 50 |

Le 9 Avril.

Hauteurs Correſpondantes du bord ſuperieur du Soleil.

| *Hauteurs* | | | *le Matin* | | | *le Soir* | | | *Milieu* | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17° | 4′ | 10″ | 19ʰ | 31′ | 28″⅔ | 5ʰ | 12′ | 23″ | 0ʰ | 21′ | 56″ |
| 17 | 10 | 0 | 19 | 32 | 8 ½ | 5 | 11 | 43½ | 0 | 21 | 56 |
| 17 | 30 | 0 | 19 | 34 | 23 | 5 | 9 | 29 | 0 | 21 | 56 |
| 17 | 44 | 10 | 19 | 35 | 56 ½ | 5 | 7 | 55½ | 0 | 21 | 56 |
| 18 | 4 | 10 | 19 | 38 | 10 ½ | 5 | 5 | 41½ | 0 | 21 | 56 |
| 18 | 10 | 0 | 19 | 38 | 50 | 5 | 5 | 2 ½ | 0 | 21 | 56¼ |
| 18 | 30 | 0 | 19 | 41 | 4 | 5 | 2 | 46 | 0 | 21 | 55 |
| 18 | 44 | 10 | 19 | 42 | 39 | 5 | 1 | 12 | 0 | 21 | 55½ |
| 18 | 50 | 0 | 19 | 43 | 18 ½ | 5 | 0 | 32½ | 0 | 21 | 55½ |
| 19 | 4 | 10 | 19 | 44 | 54 | 4 | 58 | 58 | 0 | 21 | 56 |
| 19 | 30 | 0 | 19 | 47 | 49 | 4 | 56 | 2 ¾ | 0 | 21 | 55¾ |
| 19 | 44 | 10 | 19 | 49 | 23 | 4 | 54 | 28 | 0 | 21 | 55½ |
| 19 | 50 | 0 | 19 | 50 | 3 | 4 | 53 | 47½ | 0 | 21 | 55¼ |

La correction eſt 22″¾ ſuivant la table calculée par le fils de Monſieur *Euler*, Mr. *Albert Euler*, pour la latitude de Berlin.

Le

Le centre du Soleil, 0 21 32 Bord ſuperieur 44 25 22
Ainſi, le Quart de cercle avance d'une ſeconde, dans ce point-là.
α d'Orion, *Almerzamo'nnagied*, 4 48 58
θ de la grande Ourſe, 8 22 46 au Nord 0 15 51

Le 10 Avril.

Bord ſuivant de Venus, 22 20 2 58 42 25
Le centre du Soleil, 0 21 50¼ 44 3 12
θ de la grande Ourſe au Nord 0 15 51

Le 13 Avril.

Premier bord du Soleil, 0 21 42⅔
Second bord du Soleil, 0 23 52¼ Bord ſuperieur 42 57 52

Le 14 Avril.

Bord ſuivant de Venus, 22 24 34⅔ Le Centre 56 55 24
Le diametre de Venus, qui tend à ſa conjonction ſuperieure, devenant fort petit, on pourra ſans erreur, pendant les mois ſuivants, le partager à la vuë avec le fil de la Lunette.

Bord précedent du Soleil, 0 22 2⅓
Bord ſuivant 0 24 13 Bord inférieur 42 36 3
La Chevre, *Ayuk*, *Alhaſed*, 3 48 57 6 48 23
α d'Orion *Almerzamo'nnagied*, 4 32 13 45 10 6
* de la grande Ourſe, 7 57 28 0 5 34
θ de la grande Ourſe, 8 5 59 0 15 56
* de la grande Ourſe, 8 7 32 0 36 44

Le 15 Avril.

Bord précedent du Soleil, 0 22 23⅔
Bord ſuivant, 0 24 33½ Bord ſuperieur 42 14 45
Bord ſuivant de Jupiter, 3 23 40 Bord ſuperieur 30 49 11

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| La Chevre, *Ayuk*, | | | | | 6 | 48 | 25 |
| Etoiles de la grande Ourſe, | $\theta$ | 8 | 2 | 49 | 0 | 5 | 42 |
| | | | | | 0 | 15 | 57 |
| | | | | | 0 | 36 | 43 |
| $o$ du Lion, | 8 | 14 | 31 | | 41 | 30 | 18 |

Le 16 Avril.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de Venus, | 22 | 26 | 52 | | 56 | 0 | 48 |
| Le centre du Soleil, | 0 | 23 | 50½ | Bord ſuperieur | 41 | 53 | 33 |
| Bord ſuivant de Jupiter, | 3 | 21 | 11½ | | 30 | 52 | 26 |
| La Chevre, *Ayuk*, *Alhatod*, | | | | | 6 | 48 | 26 |
| $\theta$ de la grande Ourſe, | 7 | 59 | 21 | | 0 | 15 | 54 |
| * de la grande Ourſe, | 8 | 0 | 53½ | | 0 | 36 | 39 |
| $o$ du Lion, | 8 | 11 | 13 | | 41 | 30 | 20 |
| $\epsilon$ du Lion, | 8 | 15 | 4 ⅓ | | 27 | 36 | 53 |

Le 18 Avril.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de Venus, | 22 | 29 | 14 | Le Centre | 55 | 6 | 1 |
| Premier bord du Soleil, | 0 | 23 | 37¼ | | | | |
| Second bord, | 0 | 25 | 47 | Bord ſuperieur | 41 | 11 | 42 |
| $\alpha$ d'Orion, | 4 | 19 | 2 | | 45 | 10 | 7 |
| Bord précedent de la Lune, | 4 | 21 | 30¾ à 22′ 37″ | B.S. | 32 | 7 | 43½ |
| & à | 4 | 24 | 21 | le même Bord | 32 | 7 | 46 |

Le bord ſuperieur ne paroiſſoit pas aſſez diſtinctement, à cauſe du grand jour.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Syrius*, *Elſcheere*, *Aliemini*, | 5 | 11 | 16¼ | 68 | 52 | 41 |
| *Procyon*, *Kelbelazguar*, *Aſchemie*, | 6 | 3 | 20½ | 46 | 40 | 1 |
| $\theta$ de la grande Ourſe, | 7 | 52 | 49 | 0 | 15 | 56 |
| La ſuivante, | 7 | 54 | 22½ | 0 | 36 | 40 |
| $o$ du Lion, | 4 | 4 | 41½ | 41 | 30 | 19 |
| $\epsilon$ du Lion, | 8 | 8 | 32¾ | 27 | 36 | 53 |
| *Regulus*, *Kalbelaſit*, βασιλίσκος, | 8 | 31 | 52 | 39 | 20 | 38 |
| $\zeta$ du Lion, | 8 | 42 | 59½ | 31 | 25 | 53 |

L'Etoile

L'Etoile ν au troiſième pied des Gémeaux fût eclipſée ce jour là par la partie obſcure de la Lune, a $9^h$ $32'$ $49''$ exactement. Suppoſant que la déviation du Quart de cercle ce jour là, à la hauteur du Soleil, étoit d'une demie ſeconde a l'Orient, le tems vrai ſe trouve $9^h$ $7'$ $57''$.

Cette étoile étoit ſuivie de deux autres, fort petites, dont je n'ai pû obſerver exactement l'immerſion, parce qu'elles diſparoiſſoient à la premiere approche du bord de la Lune: la premiere a $9^h$ $17'$ $33''$ & l'Autre a $9^h$ $35'$ $8''$ tems vrai.

Le 19 Avril.

Le Centre du Soleil, 0 25 7 Bord ſuperieur 40 51 2

Le 21 Avril.

Premier bord de la Lune, 6 18 48 à $19'$ $57''$ Bord ſup. 36 26 30
La Lune ne paroiſſoit qu'à travers les nuages.

Les Obſervations, faites pendant les mois ſuivants, ſeront contenües dans un ſecond Mémoire.

REFLE-

# REFLEXIONS
## SUR LES DIVERS DE'GRE'S DE LUMIE'RE
### DU SOLEIL ET DES AUTRES CORPS CELESTES,

PAR M. EULER.

I.

Pour juger de la Lumiére d'un objet, qui nous éclaire, il faut premiérement conſiderer cet objet même, entant qu'il renferme la ſource des rayons de lumiére, par leſquels nous ſommes éclairés; & en ſecond lieu, il faut avoir égard à notre ſituation par rapport à cet objet, d'où depend la force & la quantité des rayons, qui frappent immédiatement nos ſens Ces deux circonſtances étant jointes enſemble nous mettront en état de juger de la force de lumiére, dont nos yeux ſont affectés par les rayons d'un objet lumineux quelconque. Et ce ſera par là, que nous pourrons déterminer combien de fois la lumiére d'un objet eſt plus forte ou plus foible que celle d'un autre.

II. En conſidèrant l'objet même, d'où les rayons de lumiére émanent, il en faut d'abord diſtinguer deux ſortes. A la premiere je rapporte les corps lumineux d'eux-mêmes, ou ceux qui par une force, qui leur eſt propre, lancent des rayons : tels ſont le Soleil, les étoiles fixes, & la flamme, qui jettent partout des rayons d'eux-mêmes, ſans qu'ils ſoient éclairés par quelque autre lumiére. Or pour la ſeconde ſorte, j'y range les corps opaques, qui d'eux-mêmes ne ſeroient pas viſibles : mais étant éclairés par quelque autre lumiére, ils en

ſont

ſont mis en un état ſemblable à celui des corps lumineux par eux-mêmes, & deviennent propres à produire eux-mêmes des rayons de lumiére, qui nous les rendent viſibles. Tels ſont les Planetes, les Cometes, & tous les corps opaques de notre terre, qui étant illuminés frappent par leurs rayons nos organes de la vuë auſſi bien que les corps de la premiere ſorte.

III. Pour qu'un corps produiſe des rayons de lumiére, je crois avoir ſuffiſamment prouvé dans ma Diſſertation ſur la Lumiére & les Couleurs, que les plus petites parcelles dans la ſurface de ces corps ſe trouvent dans un mouvement de vibration extrêmement rapide : lequel ſe communiquant à l'éther, à ce milieu auſſi ſubtil qu'élaſtique, y produit ce que nous nommons rayons de lumiére. Tout de même qu'un corps, dont les parties ſont miſes dans un mouvement de vibration plus groſſier, produiſent dans l'air cet ébranlement, qui eſt la cauſe du ſon : de ſorte que la lumiére eſt à l'égard de l'éther la même choſe, que le ſon à l'égard de l'air. Mais quoique l'éther ſoit répandu par tout, il eſt naturel que la transmiſſion des vibrations y doit être extrémement altérée & même arrêtée par les autres corps, qui s'y trouvent : & les corps qui ne refuſent pas le paſſage à ce mouvement de vibration, ſont ceux qu'on nomme tranſparens.

IV. Je ne m'arrêterai pas ici d'avantage à l'explication de cette Theorie : je remarquerai ſeulement que la force des rayons, qu'un corps lance, vient de la véhémence du mouvement de vibration, dont les moindres particules du corps ſont agitées. Je ne parle pas ici de la fréquence des vibrations, ou de leur nombre qui s'acheve dans un certain tems, car j'ai fait voir, que la couleur des rayons dépend de cette fréquence : mais quelle que ſoit cette fréquence, on conçoit que les parcelles du corps, tout comme une corde tenduë, peuvent faire dans leur mouvement des excurſions plus grandes ou plus petites. Et c'eſt de là que les rayons ſeront d'autant plus forts ou plus foibles, plus ces excurſions ſeront grandes ou petites. Or plus les rayons ſeront forts, plus la lumiére ſera brillante : & de là découle la pre-

miére qualité des corps lumineux, qui entrera dans mes recherches, & que je nommerai la ſplendeur du Corps lumineux, dont la quantité eſt proportionelle à la force des rayons, ou bien à la force du mouvement de vibration.

V. Cette ſplendeur doit ſe rapporter à chaque particule du corps lumineux; puisqu'il pourroit arriver, que chaque particule eut un mouvement de vibration particulier. Il ſeroit auſſi poſſible, que pluſieurs particules du corps fuſſent entiérement deſtituées d'un mouvement de vibration: & dans ce cas le brillant du corps ſeroit bien foible, quand même il y eût par-cy par-là des particules douées d'un très véhément mouvement. Donc pour bien déterminer la force des rayons, qui émanent d'un corps, il faut conſiderer toutes les particules dans chaque portion de la ſurface du corps, à l'égard de leur mouvement de vibration: & cette activité conſiderée conjointement ſera ce que je nommerai dans la ſuite l'éclat du corps lumineux, & qui tiendra lieu de la vraye meſure de la force des rayons. L'éclat ſera donc en raiſon compoſée de la ſplendeur des particules brillantes & de leur denſité ou de leur nombre.

VI Outre l'éclat du corps lumineux, qui eſt une qualité, qui lui eſt intrinſeque, il faut avoir égard à la grandeur de la ſurface du corps, ou du moins à ſa partie, qui jette des rayons ſur un point propoſé. Car puisque de chaque point de cette ſurface il émane des rayons, la quantité des rayons dont un endroit ſera frappé, dépendra non ſeulement de l'éclat du corps lumineux, mais auſſi de l'étenduë de la ſurface, ou du nombre des points lumineux, qui y lancent des rayons. Ainſi ſi le corps lumineux eſt ſphèrique, & que la diſtance où l'on reçoit ſes rayons, ſoit très grande par rapport à ſon diametre, la ſurface dont les rayons y peuvent parvenir, ſera la moitié de ſa ſurface entiére. Elle ſera donc deux fois plus grande, que l'aire de ſon grand cercle. L'obliquité de la ſurface des corps ſphèriques, ne diminuë rien dans cet effet, puisque chaque point d'une ſurface lumineuſe eſt ſuppoſée répandre de toute part également des rayons.

VII. Ayant

VII. Ayant fixé ces deux choſes, l'éclat & la quantité de la ſurface lumineuſe, qui appartiennent au corps lumineux même, quoique la détermination de la ſurface regarde déjà le lieu, qui en doit recevoir les rayons ; il faut ſe ſouvenir que la force des rayons, en s'éloignant du corps lumineux, décroît en raiſon des quarrés des diſtances. Car les rayons, qui partent d'un point quelconque, devant ſe répandre de plus en plus, ils deviendront pour ainſi dire plus rares, & cette diminution doit ſuivre la raiſon des quarrés des diſtances. Cependant il faut bien remarquer que les rayons, quand ils ont à paſſer par un milieu tranſparent, plus groſſier que l'éther, comme par l'air ou par l'eau, ils y ſouffrent encore un affoibliſſement très conſiderable : comme Mr. *Bouguer* l'a prouvé par un grand nombre d'expériences dans ſon excellent Traité ſur la Gradation de la Lumiére. Ce n'eſt donc pas de cette diminution de la force des rayons, que je parle dans cet article, mais de celle qui eſt proportionelle aux quarrés des diſtances du corps lumineux, dont les rayons ſont originairement partis.

VIII. Soit donc propoſé un corps lumineux quelconque, ſoit qu'il ſoit lumineux de lui-même, ou qu'il ſoit éclairé par une lumiére étrangere : & que l'éclat de ce corps ſoit marqué par E. Que les rayons de ce corps tombent ſur un point à une grande diſtance $= D$, & que la ſurface du corps dont les rayons atteignent ce point, ſoit $= C\,C$. Cela poſé, il eſt clair par ce que je viens de remarquer, que la force des rayons, ou la force de lumiére qui éclaire ce point, ſera directement proportionelle 1. à l'éclat du corps lumineux E, 2. à la ſurface CC & 3. reciproquement au quarré de la diſtance DD. Ainſi la force de lumiére, qu'un point placé à la diſtance D recevra du corps lumineux ſera proportionelle à cette expreſſion $E.\ \frac{C\,C}{D\,D}$.

IX. Si la ſurface du corps lumineux eſt irréguliére & que la diſtance du point, qui en doit être éclairé, ne ſoit pas fort grande, on voit bien qu'on ne ſauroit emploier cette formule ; puiſque les diſtances de ce point aux diverſes parties de la ſurface lumineuſe pour-

roient être trop differentes entr'elles, pourqu'on pût eſtimer laquelle d'entr'elles doit être miſe pour D. Mais ſi la diſtance D eſt extrêmement grande à l'égard de l'étendue du corps lumineux, ou que ce corps ſoit comme infiniment petit, il n'y a aucun doute que notre formule ne ſoit parfaitement d'accord à la verité. Pour cet effet, quel que ſoit le corps lumineux, & quelque petite la diſtance du point, qui en reçoit l'illumination, on n'aura qu'à réſoudre la ſurface lumineuſe en ſes élémens infiniment petits, & à déterminer l'illumination cauſée par chaque élément conſideré ſeparément. La ſomme de toutes ces illuminations élémentaires fournira l'illumination totale.

*Fig. 1.* X. Puisque je me bornerai ici aux corps lumineux ſphèriques, je m'en vai déterminer par le moyen de cette formule fondamentelle le degré d'illumination, dont un point placé à une diſtance quelconque d'un corps lumineux ſphèrique en doit être éclairé. Soit donc AEBF un corps lumineux ſphèrique, dont le rayon ſoit $CA = CB = a$ & l'éclat dont il lance des rayons de chacun de ſes élémens ſoit $= E$. Soit enſuite O le point, qui en eſt illuminé, dont la diſtance au centre du corps lumineux ſoit $OC = c$. Qu'on tire du point O les tangentes OE & OF, qui détermineront la portion EAF de la ſurface ſphèrique dont le point O reçoit l'illumination, & ſoit l'angle $OCE = OCF = \xi$, dont le complément ou l'angle $COE = COF$ marquera le démi-diametre apparent du corps lumineux vû du point O. Ainſi poſant le démi-diametre apparent $COE = COF = \theta$, il ſera $\xi = 90° - \theta$.

XI. Prenant à preſent les angles $ACM = ACN = \Phi$, qu'on conſidere l'élément annulaire de la ſurface lumineuſe, lequel eſt produit par la converſion de l'élément $Mm$ autour de l'axe CO, & puisque le point O eſt également éloigné de tous les points de cet élément annulaire, l'illumination qu'il en reçoit, ſera aiſément déterminée par notre formule. Car l'élément de l'arc circulaire AM étant $Mm = a\,d\Phi$ & le démi-diametre de l'anneau $PM = a \sin \Phi$, poſant le rapport du diametre à la circonference $= 1 : \pi$, la ſurface de notre élément

élément annulaire ſera $= 2\pi a \sin\Phi$. $a\,d\,\Phi = 2\pi aa\,d\Phi \sin\Phi$. De plus la diſtance du point O à chaque point de cet anneau ſera $OM = \sqrt{(aa+cc-2ac\cos\Phi)}$ ; donc l'illumination, que le point O recevra de l'anneau $Mm\,Nn$, deviendra $= \frac{E.\,2\pi aad\Phi \sin\Phi}{aa+cc-2ac\cos\Phi}$.

XII. L'integrale de cette formule dépendant des logarithmes ſera $= \frac{\pi aE}{c} l \frac{aa+cc-2ac\cos\Phi}{aa+cc-2ac}$, en le prenant en ſorte qu'il évanoüiſſe poſant l'angle $\Phi = o$. Et partant, mettant pour $\Phi$ l'angle entier $OCE = \xi$, l'illumination entiére, que le point O recevra du globe lumineux AEBF, ſe trouvera $= \frac{\pi aE}{c} l \frac{aa+cc-2ac\cos\xi}{aa+cc-2ac}$ $= \frac{2\pi a}{c}.\ E l \frac{OE}{OA}$. Ou bien, puisque $\cos\xi = \sin\theta$, cette illumination ſera auſſi $= \frac{\pi aE}{c} l \frac{aa+cc-2ac\sin\theta}{aa+cc-2ac}$. Donc ſi l'angle $\theta$ eſt fort petit, & la diſtance $c$ très grande à l'égard de $a$, il ſera aſſés prés $\frac{aa+cc-2ac\sin\theta}{aa+cc-2ac} = 1 + \frac{2ac\,(1-\sin\theta)}{aa+cc-2ac} = 1 + \frac{2a}{c}$, dont le logarithme ſera $= \frac{2a}{c}$ : & partant toute l'illumination du point O ſera $= \frac{2\pi aa}{cc} E = 2\pi E \sin\theta^2$, puisque $\sin\theta = \frac{a}{c}$. Or poſant $\frac{a}{c}$ pour $\sin\theta$, cette illumination ſera en général $= \frac{\pi aE}{c} l \frac{cc-aa}{(c-a)^2}$ $= \frac{\pi aE}{c} l \frac{c+a}{c-a} = \frac{\pi aE}{c} l \frac{OB}{OA}$.

XIII. Mais dans cette ſolution nous n'avons conſideré l'objet O, qui reçoit l'illumination, que comme un point, ce qui ne peut pas avoir lieu dans aucune illumination réélle, où la ſurface, qui reçoit l'illu-

mination, a toujours quelque étendue, quelque petite qu'elle ſoit. Et partant, il ne ſuffit pas de conſidérer la quantité des rayons, qui tombent ſur un de ſes points, mais il faut auſſi avoir égard à l'obliquité, dont les rayons y viennent frapper : parce que plus la ſurface $O o$ recevra les rayons obliquement, plus ſera auſſi petite la quantité des rayons, qui tombent ſur la même étendue. Par cette raiſon on ſera obligé de diminuer la force de l'illumination tirée de notre formule en raiſon du ſinus de l'angle d'incidence au ſinus total. Par conſéquent, ſi les rayons incidens ſont avec la ſurface, qu'ils éclairent un angle $= \omega$, l'illumination ne ſera plus ſelon notre formule $= \frac{E.\,C\,C}{D\,D}$, mais elle doit être eſtimée $= \frac{E.\,C\,C}{D\,D}$ ſin $\omega$.

XIV. Cela remarqué, ſoit $O o$ la ſurface, que les rayons du corps lumineux ſphèrique AEBF éclairent, & je ſuppoſerai, que cette ſurface $O o$ ſoit perpendiculaire à l'axe CO ; de ſorte que les rayons, qui y frappent de l'élément annulaire $M m\ N n$, faſſent avec elle un angle $M O o = O M P$. Le ſinus de cet angle étant $= \frac{O P}{O M} = \frac{c - a \text{ cof } \Phi}{V(aa + cc - 2ac \text{ cof } \Phi)}$ à cauſe de $C P = a \text{ cof } \Phi$, l'illumination cauſée par les rayons de l'élément annulaire $M m\ N n$ ne ſera plus $= \frac{E.\ 2\pi aa d\Phi \text{ ſin } \Phi}{aa + cc - 2ac \text{ cof } \Phi}$, comme nous avons ſuppoſé, mais elle deviendra $= \frac{E.\ 2\pi aa d\Phi \text{ ſin } \Phi\,(c - a \text{ cof } \Phi)}{(aa + cc - 2ac \text{ cof } \Phi)^{\frac{3}{2}}}$ ; où mettant cof $\Phi = u$, à cauſe de $du = -d\Phi$ ſin $\Phi$, cette expreſſion ſe changera en $\frac{-2\pi E aa du\,(c - au)}{(aa + cc - 2acu)^{\frac{3}{2}}}$, dont il eſt clair que l'integrale ſera $= \frac{2\pi E aa}{cc} \cdot \frac{a - cu}{V(aa + cc - 2acu)} +$ Conſt.

XV. Remet-

XV. Remettant pour $u$ ſa valeur $\cos \Phi$, l'illumination cauſée par la portion M A N ſera :

$$\frac{2\pi E a a}{c c}\left(\text{Conſt.} + \frac{V(aa+cc-2ac\cos\Phi)}{a-c\cos\Phi}\right)$$

où il eſt clair que la valeur de Conſt. doit être

$= \frac{c-a}{V(cc+aa-2ac)} = 1$. Maintenant pour avoir toute l'illumination, il faut mettre $\Phi = \xi =$ O C E & puiſque alors $\cos\xi = \frac{CE}{CO} = \frac{a}{c}$, il ſera $a - c\cos\xi = o$, de ſorte que l'illumination cherchée ſera $= \frac{2\pi E a a}{c c} = 2\pi$ E $\sin\theta^2$. Cette expreſſion convient avec la précedente, ſi l'on y poſe l'angle $\theta$ très petit : or ici nous voyons qu'en général la force d'illumination, dont un corps expoſé directement au globe lumineux en eſt éclairé, eſt toujours en raiſon compoſée de l'éclat du corps lumineux E & du quarré du ſinus du demidiametre apparent du corps lumineux.

XVI. Donc ſi l'éclat d'un corps celeſte quelconque, qu'on peut toujours regarder comme ſphérique, eſt poſé $=$ E, & qu'on expoſe à ce corps directement une ſurface, le demidiametre apparent du corps lumineux étant $= \theta$, la quantité d'illumination, dont cette ſurface ſera illuminée, ſera proportionelle à E $\sin\theta^2$. De plus il ſuit de ce que je viens de dire, que lorsque la ſurface, qu'on veut éclairer, tient une ſituation oblique à l'égard du corps celeſte, deſorte que les rayons y tombent ſous un angle quelconque $= \omega$, le degré d'illumination ſera comme E $\sin\theta^2$. $\sin\omega$. Car puiſqu'on peut ſuppoſer fort petit le demidiametre apparent $\theta$, tous les rayons, qui tombent ſur la ſurface O $o$, y ſeront inclinés à peu près du même angle $\omega$.

XVII. Si nous ſuppoſons que les étoiles fixes ſont doüées d'un éclat égal à celui du Soleil, l'illumination dont une étoile fixe eſt capable d'éclairer, ſera à l'illumination du Soleil comme le quarré du

ſinus

ſinus du demi-diametre apparent de l'étoile fixe, au quarré du ſinus du demi-diametre apparent du Soleil, où je ſuppoſe que la lumiére eſt reçue perpendiculairement ſur la ſurface éclairée. Or le demi-diametre apparent du Soleil eſt dans ſes moyennes diſtances $16', 7'' = 967''$; & le diametre apparent des étoiles fixes, même de la premiere grandeur, eſt ſi petit, que les Obſervations les plus délicates ne ſont pas ſuffiſantes à le déterminer. Cependant les occultations par la Lune prouvent évidemment, que le diametre apparent de la plus brillante étoile fixe ne ſauroit monter à une demi-ſeconde : de ſorte que le demi-diametre apparent doit être eſtimé au deſſous d'un quart de ſeconde ou de 15 tierces.

XVIII. Donc, puisque les ſinus de ſi petits angles ſont en raiſon des angles mêmes, l'illumination tirée du Soleil ſera à l'illumination tirée de l'étoile fixe la plus brillante, dans une raiſon plus grande que celle du quarré de 967 au quarré de $\frac{1}{4}$ ; *c.* à *d.* la lumiére du Soleil ſurpaſſera plus de 15000000 de fois la lumiére d'une étoile fixe de la premiere grandeur : ou il faudroit plus que 15000000 d'étoiles fixes de la plus grande ſorte pour nous éclairer autant que le Soleil, & même ces étoiles devroient pour cet effet être ramaſſées dans la même région du ciel, pour que les rayons de chacune d'elles puſſent tomber à peu près perpendiculairement ſur la même ſurface, qu'on expoſeroit à leur lumiére. De là on comprendra aiſement, pourquoi toutes les étoiles fixes, qui ſe trouvent à la fois ſur l'horizon, ne ſont pas capables de nous fournir tant de lumiére, qui puiſſe être miſe en comparaiſon avec celle du Soleil.

XIX. Or ſi nous comparons la lumiére d'une étoile fixe à celle de la pleine Lune, que Mr. *Bouguer* a trouvé être 300000 fois plus foible que la lumiére du Soleil, on conviendra aiſément, que la lumiére trouvée par le calcul précedent eſt encore trop forte. Car en vertu de ce calcul 50 étoiles de la premiere grandeur nous devroient fournir autant de lumiére que la pleine Lune ; or, pour peu qu'on peſe le peu de rapport, qu'il y a entre la lumiére de la pleine Lune & celle

celle de toutes les étoiles fixes enſemble, il ne reſtera plus le moindre doute, que la lumiére de pluſieurs mille étoiles fixes de la premiere grandeur ne ſauroit égaler la lumiére de la pleine Lune: & de là je tire cette concluſion, que le diametre apparent des étoiles fixes eſt pluſieurs fois plus petit, que je ne l'ai ſuppoſé, & qu'il ne monte peut-être pas même à une tierce.

XX. Mais il faut avouër, que ce raiſonnement eſt fondé ſur deux hypotheſes, qui s'ecartent peut-être beaucoup de la vérité. Par la premiere j'ai ſuppoſé, que l'éclat des étoiles fixes, ou leur lumiére propre, eſt égale à l'éclat du Soleil; or il y a bien de l'apparence qu'il ſe trouve une auſſi grande difference dans l'éclat que dans la grandeur des étoiles fixes: vû qu'il y a des étoiles, dont la lumiére ſemble presque s'éteindre de tems en tems. En ſecond lieu j'ai ſuppoſé, que les rayons des étoiles fixes ne ſouffrent aucune débilitation en paſſant par cette immenſe étendue, qu'on nomme éther. Car quelque petite que ſoit la perte, que les rayons du Soleil ſouffrent dans leur chemin, celle que les rayons des étoiles fixes doivent ſouffrir, doit toujours être fort conſiderable, à cauſe de leur diſtance presque inconcevable. Donc, à moins que les rayons de lumiére ne ſouffrent abſolument aucun affoibliſſement dans l'éther, la derniére ſuppoſition doit être fort ſujette à caution.

XXI. Il ſera auſſi fort important de découvrir le rapport de l'éclat du Soleil à celui d'une lumiére terreſtre. Pour cet effet je ferai uſage d'une experience, que Mr. *Bouguer* rapporte, par laquelle il a trouvé, qu'après avoir diminué la lumiére du Soleil dans la raiſon de 11664 à un, elle lui parût égale à la lumiére d'une bougie éloignée à la diſtance de 16 pouces. Mais il ne marque pas la grandeur de la flamme de la bougie, dont il s'eſt ſervi: je crois cependant ne me tromper pas fort, quand je ſuppoſe ſon diametre d'un demi-pouce, en regardant la flamme même comme un globe: donc le ſinus de ſon demi-diametre apparent à la diſtance de 16 pouces auroit été $= \frac{1}{64}$, ou

bien de $51' = 3060''$. Par conſéquent poſant l'éclat du Soleil $= E$ & celui de la bougie $= e$, cette expérience fournira $\frac{967^2 . E}{11664} = 3060^2 . e$, d'où l'on tire le rapport de $E : e = 116860 : 1$, de ſorte que l'éclat du Soleil ſeroit plus de 100000 fois plus fort que l'éclat d'une bougie.

XXII. Mais, puisque le Soleil ſe trouvoit alors à la hauteur de 31°, & que ſes rayons ont eu à parcourir dans notre atmoſphère un chemin conſiderable, il faut qu'ils ayent perdu beaucoup de leur force, avant que de parvenir jusqu'à nous ; de ſorte que ſans cet affoiblissement la lumiére du Soleil auroit été beaucoup plus forte. Mr. *Bouguer* a donné une table pour la diminution de la lumiere des aſtres à chaque hauteur, d'où l'on voit que la lumiére du Soleil étant à la hauteur de 31° eſt à la lumiére, dont il éclaireroit, ſi ſes rayons ne perdoient rien de leur force, comme 2 à 3. Ayant donc égard à cette circonſtance, on trouvera que le veritable éclat du Soleil eſt à celui d'une bougie comme 175000 eſt à 1. Et ſi les rayons du Soleil avoient perdu quelque choſe en parcourant l'eſpace de l'éther jusqu'à nous, outre la diminution ordinaire, qui ſuit la raiſon des quarrés des diſtances, l'éclat du Soleil deviendroit encore plus grand.

XXIII. Il eſt vray que la lumiére d'une bougie n'eſt pas le feu le plus brillant, qu'on peut produire ſur la terre, & qu'un feu de fonte, ou bien les metaux mis en fuſion, ont une beaucoup plus grande force d'illuminer. Cependant on conviendra aiſément, qu'a quelque force qu'on pût porter un feu terreſtre, il s'en faudra toujours beaucoup, qu'il n'approchât de celui, dont le Soleil eſt compoſé. La matiére donc du Soleil doit être entiérement differente de toute matiere combuſtible, qui ſe trouve ſur la terre, & elle doit être réduite à un tel dégré d'ignition, dont aucune matiere ſur la terre n'eſt ſuſceptible. Et on aura raiſon de dire, que lorsque le Soleil n'étoit qu'une maſſe d'or miſe au plus haut dégré de fuſion, il ne feroit pas capable de nous procu-

procurer ni la lumiére ni la chaleur, que nous en recevons, & qu'il s'en faudroit même beaucoup.

XXIV. Le Soleil étant donc un tel feu, dont la force ou l'éclat ſurpaſſe pluſieurs mille fois toutes les eſpeces de feu, qu'on eſt capable de produire ſur la terre, il faut abſolument, que la matiere, dont ce corps lumineux eſt formé, ſoit d'une nature tout à fait differente des matieres, qui ſe trouvent ſur la terre. Et en effet, de quelque matiere qu'on voudroit s'imaginer, que le Soleil fut compoſé, & à quelque dégré de chaleur, qu'elle eut été portée; ou elle auroit été bientot réduite en cendre, ou le dégré de chaleur y auroit bientot diminué. Donc, puisqu'on ne remarque aucun changement dans la ſubſtance du Soleil depuis quelques milliers d'années, & que cela même eſt un des plus grands ſujets de notre admiration, nous en devons être encore plus ſurpris, après avoir reconnu cette exceſſive force de lumiére, qui y eſt ramaſſée, & qui ſurpaſſe tant de fois les feux les plus brillans, que les hommes ſont en état d'exciter.

XXV. Voyons maintenant, ſi les principes que je viens d'établir ne ſont pas ſuffiſans pour déterminer la ſplendeur ou l'éclat, dont une planete doit reluire, étant illuminée par les rayons du Soleil. Il s'agit donc de déterminer, quel ſera le mouvement de vibration, que les rayons du Soleil, en frappant les moindres parcelles de la ſurface d'une planete, ſont capables de leur imprimer. Car je crois avoir ſuffiſamment prouvé que nous ne voyons pas les corps opaques par des rayons refléchis de leur ſurface, comme la plupart des Phyſiciens l'ont ſoutenu ; mais que les rayons qui éclairent un corps opaque excitent les moindres particules, qui en ſont frapées, à un certain mouvement de vibration, qui engendre enſuite lui-même des rayons. Tout de même comme on ſait, qu'un ſon peut produire dans une corde tenduë à l'uniſſon, des vibrations, dont elle ſonne enſuite elle-même.

XXVI. Cette production de lumiére donc dans un corps opaque dépendra principalement de la nature de ſes moindres particules, &

de leur tenſion. Car ſi ces particules ne ſont pas propres à recevoir un tel mouvement de vibration, qu'il faut pour produire des rayons de lumiére, ce corps ne reluira jamais, quelque éclairé qu'il ſoit. C'eſt à peu près le cas des corps noirs, qui ne nous renvoyent presque point de rayons, quoiqu'ils ſoient illuminés, & nous demeurent pour ainſi dire inviſibles: cependant l'experience nous fait voir, qu'il n'y a point de corps ſi noirs, qui étant illuminés ne répandent point du tout des rayons, quoique ces rayons ſoient de beaucoup plus foibles que ceux des corps colorés ou blancs. Donc, ſi les planetes étoient des corps noirs, il n'y a aucun doute, que nous n'en verrions presque rien, quelque éclairées qu'elles ſoient du Soleil. Il eſt donc certain, que les planetes renferment dans leurs ſurfaces quantité de particules colorées ou blanches, leſquelles étant illuminées par les rayons du Soleil, nous deviennent viſibles ſelon la nature & la couleur des particules, qui conſtituent leur ſurface.

XXVII. Une planete ſera donc la plus propre à reluire ou à recevoir un éclat, ſi ſa ſurface eſt couverte de particules blanchâtres, puisque des corps de cette nature ſont les plus ſenſibles à recevoir l'impreſſion de toute ſorte de rayons, tels que ſont les rayons du Soleil; au lieu que les particules colorées ne peuvent être ébranlées que par des rayons de la même couleur, quoiqu'il n'y ait point de couleur ſi pure qui ne reçoive quelque impreſſion des rayons d'une couleur toute differente. Donc, pour rendre le cas le plus favorable pour la lumiére des planetes, je les ſuppoſerai couvertes de particules blanches, afin qu'elles puiſſent recevoir du Soleil le plus grand éclat qu'il eſt poſſible. Enſuite il ſera aiſé de rabattre quelque choſe de l'éclat que je trouverai en conſidération des particules noires & colorées, qui y pourroient être mélées.

XXVIII. Soit donc O *o* une telle particule blanche de la ſurface d'une planete, ſur laquelle tombe directement le cone lumineux E O F: & je ſuppoſe que cette particule ſoit tellement dégagée & dans une telle tenſion, qu'elle puiſſe obeïr parfaitement aux impreſ-

ſions

ſions, dont elle eſt frappée par les rayons de ce cone lumineux. Cela poſé, je remarque d'abord que cette particule ne ſauroit être miſe dans un tel mouvement de vibration, qu'elle en devint capable de répandre des rayons de lumiére auſſi forts que ſont ceux qu'elle reçoit. Car, ſi cela arrivoit, vû qu'elle lanceroit toute part des rayons de la force de ceux du cone EOF, l'effet ſeroit beaucoup plus grand que la cauſe, & cela dans la raiſon de ce cone à la capacité d'une ſphère entiére, dont le rayon ſeroit OE. Or ſi la particule O*o* lançoit des rayons auſſi forts que ceux dont elle eſt frappée, ſon éclat ſeroit égal à l'éclat du corps AEBF, dont elle eſt illuminée; donc l'éclat de la particule O*o* ſera toujours beaucoup plus petit.

XXIX. Mais ſi la particule O*o* étoit frappée de toute part par des rayons égaux à ceux du cone EOF, alors il n'y auroit plus de répugnance, qu'elle n'en reçût un mouvement de vibration auſſi fort que celui des particules du corps EAF; & que par conſéquent ſon éclat ne fut égal à l'éclat du corps EAF. Par là on conclura que, n'étant frappée que par le cone EOF, ſon éclat ſera d'autant de fois plus petit que l'éclat du corps lumineux AEBF, que la ſolidité du cone EOF eſt plus petite que la ſolidité d'une ſphère, dont le rayon eſt $=$ OE. Or on ſait que ce raport du cone à la ſphère eſt comme le ſinus verſe de la moitié de l'angle EOF au diametre ou au double du ſinus total. Donc, poſant l'angle EOC, ou le demi-diametre apparent du corps lumineux $=\theta$ & ſon éclat $=$ E, l'éclat de la particule O*o* ſe trouvera $=\frac{1}{2}$ E ſin vers. $\theta = \frac{1}{2}$ E$(1-\text{cof}\,\theta) =$ E ſin $\frac{1}{2}\theta^2$.

XXX. Icy j'ai ſuppoſé que le cone lumineux tombe directement ſur la particule O*o*; d'où l'éclat trouvé E ſin $\frac{1}{2}\theta^2$ n'aura lieu, qu'aux endroits des planetes, qui ont le Soleil dans leur Zenith. Pour les autres endroits, qui reçoivent obliquement les rayons du Soleil, cette valeur doit encore être diminuée en raiſon du ſinus de cette obliquité. Ainſi l'éclat évanouïra tout à fait dans les lieux de la planete, qui auront le Soleil dans leur horizon. En prenant donc un milieu entre le plus grand éclat & cet évanouiſſant, on pourra regarder la

planete en ſorte, comme ſi par toute ſa ſurface étoit repandu un éclat égal $= \frac{1}{2} E \sin \frac{1}{2} \theta^2$. Cette diminution ſeroit néceſſaire, ſi la ſurface de la planete étoit comme polie; mais, puisqu'il y a probablement quantité de petites éminences, qui pourroient recevoir les rayons plus directement, l'éclat en tirera quelque augmentation, outre que dans ce cas toute la ſurface illuminée ſeroit plus grande que nous n'avons ſuppoſé dans le calcul.

XXXI. Mais la conſidération d'un tel milieu dans les divers dégrés d'éclat, dont les diverſes parties d'une planete ſeront éclairées, ne pourra avoir lieu, que lorsque nous voyons toute la moitié éclairée. Car il eſt clair, que s'il ne ſe préſente à notre vuë, qu'une petite partie de la moitié éclairée, il faut avoir égard à l'éclat de cette partie même, ſans que celui de la partie, qui nous eſt cachée, y puiſſe contribuer quelque choſe. Cette recherche ſera donc abſolument néceſſaire, lorsqu'il faut déterminer la lumiére de la Lune, quand elle ſe trouve loin de ſon oppoſition au Soleil, ou quand elle ne nous paroit pas pleine: la même choſe doit s'obſerver à l'égard de Venus & de Mercure, dont on ne voit jamais la moitié éclairée toute entiére. Pour Mars, il ne ſera pas ſuperflu non plus de conſidérer ſes phaſes; mais on s'en pourra paſſer tout à fait, lorsqu'on demande l'éclat de lumiére de Jupiter & de Saturne.

*Fig. II.* XXXII. Que la planche répreſente le plan, où ſe trouvent les centres du Soleil S, de la terre T, & de la planete dont il s'agit de trouver le dégré de l'éclat, dont elle eſt viſible à la Terre. Que le cercle A E B F répreſente la planete en queſtion, dont le corps ſoit produit par la révolution de ce cercle autour de l'axe A B; & ſoit le demi-diametre $CA = CB = a$. Suppoſant maintenant la diſtance du Soleil C S, auſſi bien que celle de la terre C T comme infinie à l'égard de $a$, il eſt clair que le diametre E F perpendiculaire à A B déterminera la moitié éclairée E A F; qui ſera ſeparée de l'autre moitié obſcure par le plan perpendiculaire a celui de la figure, qui le coupe ſelon la droite E F. Donc le point A recevra du Soleil le plus grand éclat, & ſi

nous

nous nommons l'éclat du Soleil $= E$, & le demi-diametre apparent du Soleil vû de la planete $= \theta$, nous venons de voir, que l'éclat du point A ſera $= E.\ \text{ſin}\ \frac{1}{2}\theta^2$, ſuppoſant que la planete reçoive des rayons du Soleil autant d'éclat qu'il eſt poſſible.

XXXIII. Soit pour abréger cet éclat en A ſavoir $E\ \text{ſin}\ \frac{1}{2}\theta^2 = e$ & prenant un point quelconque M de la moitié éclairée, d'où ayant tiré le rayon MC & l'appliquée MP perpendiculaire à l'axe AB, puisque l'angle d'incidence SMA eſt égal à CMP, l'éclat au point M ſera $= e\ \text{ſin}\ CMP = \frac{e.\ CP}{a}$ : & cet éclat conviendra également à tous les points de la planete, qui ſe forment par la révolution du point M autour de l'axe AB. Maintenant la terre étant à une diſtance infinie en T, qu'on tire le diametre GH perpendiculaire à CT ; & le plan perpendiculaire à la figure, qui le coupe par GH, ſéparera la moitié de la planete tournée vers la terre, de celle qui nous eſt cachée : & partant nous ne verrons que la partie GE de la moitié éclairée, que le plan perpendiculaire à GH en retranche. C'eſt donc de cette partie, qu'il faut déterminer l'éclat total, ou la ſomme des éclats de tous ſes élémens.

XXXIV. Soit l'angle ECG, ou celui qui lui eſt égal $TCB = \alpha$, que fait la ligne CT avec la prolongée SC ; & qu'on nomme $CQ = z$ ; d'où l'on aura $CP = z\ \text{ſin}\ \alpha$ & $PQ = z\ \text{cof}\ \alpha$ : donc $PM = \sqrt{(aa - zz\ \text{ſin}\ \alpha^2)}$ ; & l'éclat dans l'élément $Mm$ ſera $= \frac{ez\ \text{ſin}\ \alpha}{a}$. Qu'on conçoive que l'élément $Mm$ ſoit tourné autour AC jusqu'à ce qu'il vienne rencontrer le plan GH, & il parcourra en haut & en bas un arc de cercle, dont le rayon ſera $= PM$, & le cosinus $= \frac{PQ}{PM} = \frac{z\ \text{cof}\ \alpha}{\sqrt{(aa - zz\ \text{ſin}\ \alpha^2)}}$. Et partant ſi nous nommons $\Phi$ l'angle, dont le cosinus $= \frac{z\ \text{cof}\ \alpha}{\sqrt{(aa - zz\ \text{ſin}\ \alpha^2)}}$, l'arc viſible

entier

entier du cercle, qui naît par la révolution des point M ſera $= 2\Phi . PM = 2\Phi \sqrt{(aa - zz \sin \alpha^2)}$. Donc, en y joignant l'élément M$m$, l'éclat de la portion élémentaire ſera $2\Phi \sqrt{(aa - zz \sin \alpha^2)}$. M$m$. $\frac{e z \sin \alpha}{a}$. Or M$m$. PM $= a . d . CP = a\, dz \sin \alpha$ ; & partant cet éclat ſera $= 2\, e\, \Phi\, z\, dz \sin \alpha^2$, dont l'integrale pris en ſorte qu'il évanoüiſſe en faiſant $z = o$. & poſant enſuite $z = a$, donnera l'éclat total cherché.

XXXV. Soit V l'éclat total que nous cherchons, & il ſera $V = 2\, e \sin \alpha^2 . \int \Phi z\, dz = e \Phi z z \sin \alpha^2 - e \sin \alpha^2 \int z z\, d\Phi$ dont la partie integrée devenant $= o$ ſi $z = o$, poſant $z = a$ évanouit, puisque l'angle $\Phi$ évanouit alors, de ſorte que $V = - e \sin \alpha^2 \int z z\, d\Phi$. Or puisque $\cos \Phi = \frac{z \cos \alpha}{\sqrt{(aa - zz \sin \alpha^2)}}$ il ſera $d\Phi = \frac{- aa\, dz \cos \alpha}{(aa - zz \sin \alpha^2) \sqrt{(aa - zz)}}$, doù l'on aura

$$V = e\, aa \sin \alpha^2 \cos \alpha \int \frac{z z\, dz}{(aa - zz \sin \alpha^2) \sqrt{(aa - zz)}}$$

ou poſant $z = a v$, il ſera

$$V = e\, aa \sin \alpha^2 \cos \alpha \int \frac{v v\, dv}{(1 - vv \sin \alpha^2) \sqrt{(1 - vv)}}$$

où après l'integration on doit mettre $v = 1$, ſuppoſé qu'on ait pris l'integrale, en ſorte qu'il évanoüiſſe dans le cas où $v = o$.

XXXVI. Soit $\int \frac{v v\, dv}{(1 - vv \sin \alpha^2) \sqrt{(1 - vv)}} = T$, & il ſera

$$T = \int \frac{dv}{\sqrt{(1 - vv)}} (vv + v^4 \sin \alpha^2 + v^6 \sin \alpha^4 + v^8 \sin \alpha^6 + v^{10} \sin \alpha^8 \mp \&)$$

Or

Or mettant le rapport du diametre à la circonference $= 1 : \pi$, on fait qu'il ſera dans le cas $v = 1$.

$$\int \frac{dv}{\sqrt{(1-vv)}} = \frac{\pi}{2}.$$

$$\int \frac{vvdv}{\sqrt{(1-vv)}} = \frac{1}{2}.\frac{\pi}{2}$$

$$\int \frac{v^4 dv}{\sqrt{(1-vv)}} = \frac{1.3}{2.4}.\frac{\pi}{2}$$

$$\int \frac{v^6 dv}{\sqrt{(1-vv)}} = \frac{1.3.5}{2.4.6}.\frac{\pi}{2}$$

&c.

D'où nous tirerons :

$$T = \frac{\pi}{2}\left(\frac{1}{1} + \frac{1.3}{2.4}\sin\alpha^2 + \frac{1.3.5}{2.4.6}\sin\alpha^4 + \frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\sin\alpha^6 + \&c.\right)$$

Or il eſt aiſé de voir, que la ſomme de cette ſerie eſt $= \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha^2\cos\alpha}$, de ſorte que $T = \frac{\pi(1-\cos\alpha)}{2\sin\alpha^2\cos\alpha}$ & partant $V = \frac{1}{2}\pi eaa(1-\cos\alpha)$.

XXXVII. Poſant donc l'angle BCT que la ligne tirée à la terre fait avec le prolongement de la ligne tirée au Soleil $= \alpha$, l'éclat total qui éclaire la terre ſera $= \frac{1}{2}\pi eaa(1-\cos\alpha) = \pi eaa \sin\frac{1}{2}\alpha^2$ : & mettant pour $e$ ſa valeur $E \sin\frac{1}{2}\theta^2$, cet éclat ſera $= \pi E aa \sin\frac{1}{2}\theta^2 \sin\frac{1}{2}\alpha^2$. Donc, ſi le demi-diametre apparent de cette planete vûe de la terre eſt poſé $= \xi$, la lumiére dont cette planete eſt capable d'éclairer ſur la terre, ſera $= \pi E \sin\xi^2 . \sin\frac{1}{2}\theta^2 . \sin\frac{1}{2}\alpha^2$. Or ſi nous poſons le demi-diametre apparent du Soleil vû de la terre $= \eta$, nous avons vû, que la lumiére dont le Soleil éclaire ſur la terre eſt $= 2\pi E \sin\eta^2$. d'où l'on peut comparer enſemble la lumiére des planetes, en quelque ſituation qu'elles ſe trouvent à l'égard de la terre, avec la lumiére du Soleil.

XXXVIII. Si nous voyons la moitié éclairée d'une planete toute entiére, l'angle $\alpha$ devient alors égal à deux droits, & partant $\sin \frac{1}{2}\alpha^2 = 1$. Donc la lumiére d'une planete, que nous voyons pleine ſera $= \pi E \sin \xi^2 . \sin \frac{1}{2}\theta^2$, où $\theta$ marque le demi-diametre apparent du Soleil vû de la planete, & $\xi$ le demi-diametre apparent de la même planete vuë de la terre. Donc, ſi le demi-diametre apparent du Soleil vû de la terre eſt $= \eta$, & qu'on poſe la lumiére que nous fournit le Soleil $= L$, la lumiére, dont la planete nous éclairera, étant pleine ſera $= \frac{L . \sin \xi^2 . \sin \frac{1}{2}\theta^2}{2 \sin \eta^2} = \frac{L \xi^2 \theta^2}{8 \eta^2}$, puiſque les ſinus de ces petits angles ſont égaux aux angles mêmes. Or dans toute autre ſituation de la planete, où l'angle $BCT = \alpha$, la lumiére de la planete ſera $= \frac{L \sin \xi^2 . \sin \frac{1}{2}\theta^2 \sin \frac{1}{2}\alpha^2}{2 \sin \eta^2}$.

*Fig. III.* XXXIX. Concevons donc que le Soleil ſoit en S, la terre en T & la planete en P, de ſorte que $\alpha$ exprime l'angle externe $TPp$. Maintenant puiſque $\eta$ à $\theta$ comme $\frac{1}{TS}$ à $\frac{1}{PS}$, il ſera $\frac{\sin \frac{1}{2}\theta^2}{\sin \eta^2} = \frac{TS^2}{4PS^2}$; & poſant le vray demi-diametre de la planete $= a$, il ſera $\sin \xi = \frac{a}{PT}$ : donc la lumiére dont la planete nous éclaire ſera $= \frac{L a a . TS^2}{8 . PT^2 . PS^2} \sin (\frac{1}{2} TPp)^2$ ou bien elle ſera $= \frac{L a a . TS^2}{16 PT^2 . PS^2} (1 + \text{cof } SPT)$. Or ayant $\text{cof } SPT = \frac{PS^2 + PT^2 - ST^2}{2 PS . PT}$, cette lumiere ſera $= \frac{L a a . TS^2 ((PS + PT)^2 - TS^2)}{32 PT^3 . PS^3}$ Ainſi la lumiere de la même planete diverſement ſituée par rapport à la terre ſera comme $\frac{(PS + PT)^2 - TS^2}{PT^3 . PS^3}$; puiſque $L . TS^2$ eſt conſtant.

XL. Ap-

XL. Appliquons ces formules à la Lune, & ſuppoſons d'abord qu'elle ſoit pleine, pour voir, combien notre calcul differera des concluſions, que Mr. *Bouguer* a tirées de ſes expériences. Or il eſt evident que dans ce calcul on pourra mettre $\eta = \theta$, & la lumiere de la Lune ſera $= \frac{1}{6} L \sin \xi^2$, où $\xi$ marque le demi-diametre apparent de la Lune, dont la grandeur moyenne eſt $15', 35''$ de ſorte que la lumiére de la Lune ſera $= \frac{1}{374000} L$. ou la lumiére de la Lune pleine ſera 374000 fois plus petite que celle du Soleil, ce qui s'accorde aſſés bien avec les expériences de Mr. *Bouguer*, qui lui ont fait voir, que la lumiére de la Lune eſt environ 300000 fois plus petite, que celle du Soleil.

XLI. On ſera ſurpris, que mon calcul donne la lumiére de la Lune plus petite, que Mr. *Bouguer* ne l'a trouvée par ſes expériences, quoique j'aye ſuppoſé les particules de la Lune d'une telle nature, qu'elles obeïſſent parfaitement aux impreſſions des rayons; & il n'eſt pas probable que la matiere de la Lune ſe trouve à un tel dégré de perfection. Les taches noirâtres que nous obſervons dans la Lune, nous convainquent plutôt qu'il y a même de grandes contrées, qui ne rendent que fort foiblement les impreſſions, qu'elles reçoivent des rayons du Soleil: ce qui devroit rendre la lumiere de la Lune plus foible, que le calcul ne la donne. Mais il faut conſiderer que la ſurface de la Lune eſt couverte de grandes & fort hautes montagnes, qui en augmentant la ſurface lumineuſe, bien au delà que je l'ai ſuppoſée, doivent néceſſairement produire beaucoup plus de lumiére, que le calcul ne nous donne à connoitre; & c'eſt ſans doute la véritable raiſon, pourquoi la lumiére de la Lune ſe trouve plus forte, qu'elle ne devroit être ſelon le calcul.

XLII. Poſant donc pour les pleines Lunes la clarté de la Lune $= \frac{L}{300000}$, dont la valeur ne ſurpaſſe pas ſenſiblement celle qui

vient d'être trouvée par le calcul, où L marque la clarté du Soleil; lorsque la Lune paroit dichotome, ou qu'elle ſe trouve près de ſes quadratures, ſa clarté ſera réduite à la moitié, & ſera par conſéquent $= \frac{L}{600000}$. Or en général la clarté de quelque phaſe de la Lune, que ce ſoit, ſera toujours à la clarté de la pleine Lune, comme la plus grande largeur de la phaſe au diametre de la Lune: car le ſinus verſe de l'angle extérieur $TPp$ ou $1 + \text{cof}\, TPS$ eſt toujours proportionel à la largeur de la phaſe, laquelle devient égale au diametre apparent entier dans les pleines Lunes, & au demi-diametre apparent dans les quadratures.

XLIII. Puisque la vérité de ma formule tirée de la Theorie paroit aſſes confirmée par les expériences de la Lune, de ſorte qu'on ne ſauroit ſe flatter d'un plus grand accord de quelque Theorie que ce ſoit, avec les experiences, je m'en vai déterminer par la méme Theorie la clarté des planetes principales, dont elles doivent frapper notre vuë. Soit donc premiérement P la planete de Saturne, dont le diametre eſt à celui du Soleil comme 79, 3 à 1000. Donc poſant $a$ pour le vray demi-diametre de Saturne, ſi nous le voyons à la diſtance du Soleil, ſon demi-diametre apparent ſeroit $\frac{a}{TS} = 0,0793$. ſin $16', 5'' = 76\frac{1}{2}''$, & partant $a = TS$ ſin $76\frac{1}{2}'' = 0,0003708$. $TS$ & $aa = \frac{TS^2}{7273100}$. Cette valeur étant ſubſtituée donnera la clarté de Saturne vû de la terre,

$$\frac{L}{116369600} \cdot \frac{TS^4}{PT^2 . PS^2} (1 + \text{cof}\, SPT)$$

XLIV. Ne regardons ici que le mouvement moyen de Saturne, & ſelon les Tables Aſtronomiques on aura,

$l\, TS = 5,000000$ & $l\, PS = 5,979234$
ou $TS = 100000$ & $PS = 953310$

Donc

Donc, ſi Saturne ſe trouve en oppoſition du Soleil, où ſa clarté doit être la plus grande, il deviendra $PT = 853310$ & cof $SPT = 1$; donc ſa lumiere ſera alors

$$\frac{L}{385020000000}$$

d'où il paroit que la lumiere de Saturne eſt environ 1000000 fois plus foible que la lumiere de la Lune. Or ſi Saturne paroit éloigné du Soleil de 90°, ou que l'angle T ſoit droit, la clarté de Saturne ſera

$$\frac{L}{599980000000}$$

& par conſéquent 1500000 fois plus foible que la lumiere de la pleine Lune. Cependant n'ayant pas eu égard à l'anneau de cette planete, il eſt clair que la lumiere de l'anneau doit conſidérablement augmenter celle de Saturne même.

XLV. Concevons maintenant la planete de Jupiter en P, dont le diametre eſt à celui du Soleil comme 100, 7 à 1000. On aura donc $\frac{a}{TS} = 0,1007$ ſin $16', 5'' = 97''$, & partant $a = 0,0004704$. TS, & $aa = \frac{TS^2}{4519200}$. Donc la clarté apparente de Jupiter ſera $= \frac{L}{72307200} \cdot \frac{TS^4}{PT^2 . PS^2} (1 + \text{cof } SPT)$, & ſelon les tables $TS = 100000$ & $PS = 519550$. Soit Jupiter en oppoſition du Soleil, & à cauſe de $PT = 419550$ & cof $SPT = 1$, la clarté de Jupiter ſera $= \frac{L}{17178000000}$, & partant 46000 fois plus petite que celle de la pleine Lune : or elle ſurpaſſe $22\frac{1}{2}$ fois la clarté de Saturne dans ſes oppoſitions. Mais lorſque Jupiter eſt en quadrature avec le Soleil, ſa clarté ſe trouve $= \frac{L}{25560000000}$,

& partant elle ſera à celle dans les oppoſitions comme 2 à 3. Je néglige ici les corrections, qui pourroient convenir aux figures elliptiques des orbites des planetes ; vû qu'on n'oſe pas pretendre à une préciſion dans ces déterminations.

XLVI. Pour Mars, on aura le rapport de ſon diametre à celui du Soleil comme 4, 47 à 1000, & partant $\frac{a}{TS} = 0,00447$ ſin $16',5'' = 4\frac{1}{3}''$, donc $a = 0,0000210$. TS & $aa = \frac{TS^2}{2267500000}$ d'où réſulte la clarté de Mars $= \frac{L}{36280000000} \cdot \frac{TS^4}{PT^2\,PS^2}$. $(1 + \text{cof SPT})$. Or les tables donnant TS $=$ 100000 & PS $=$ 151950, pour les oppoſitions de Mars on aura PT $=$ 51950, & ſa clarté apparente ſe trouvera $= \frac{L}{11305000000}$. Elle ſera donc 30228 fois plus petite que la clarté de la pleine Lune, & devroit encore ſurpaſſer celle de Jupiter : & ſi cela n'arrive point, la cauſe en doit être attribuée à la nature de Mars, qui paroit telle, qu'il n'eſt pas parfaitement ſenſible aux impreſſions de la lumiere. Auſſi voyons nous que cette planete ne répand que des rayons rougeatres ; donc puiſqu'elle abſorbe les autres rayons, il n'eſt pas ſurprenant que ſa clarté ſoit plus foible, que le calcul ne montre. Pour les quadratures de Mars avec le Soleil, ſa clarté ſe trouve $= \frac{L}{62542000000}$, où elle eſt par conſéquent presque $5\frac{1}{2}$ fois plus petite que dans les oppoſitions.

XLVII. Pour les planetes inferieures, il eſt d'abord à remarquer, que leur plus grande clarté n'arrive, ni dans leur conjonction inferieure, ni dans la ſuperieure ; puiſqu'elles nous préſentent dans la conjonction inferieure leur moitié obſcure, & quoique dans la ſuperieure leur moitié éclairée ſoit tournée vers nous, leur diſtance eſt

ſi grande, qu'à une plus petite diſtance la clarté peut devenir plus forte, quoique tout le disque apparent ne ſoit pas illuminé. Donc, pour trouver le lieu dans leur orbite, où leur clarté devient la plus grande, on n'aura qu'à rendre la formule $\frac{(PS+PT)^2-TS^2}{PT^3.PS^3}$ un *maximum*. Suppoſons que tant la planete que la terre décrive un cercle autour du Soleil, & nommant $ST=g$; $SP=h$, & $TP=y$, la valeur de la formule $\frac{(h+y)^2-gg}{h^3\,y^3}$ deviendra la plus grande, ſi $yy+4hy+3hh=3gg$; ou $y=-2b+\sqrt{(3gg+hh)}$ & alors la plus grande clarté de la planete ſera $=\frac{Laagg((h+y)^2-gg)}{32\,h^3\,y^3}$ $=\frac{Laagg(h+y)}{48\,h^3\,yy}$.

XLVIII. Pour que cette ſolution devienne poſſible il faut 1°. que $y$ ſoit une quantité affirmative, ce qui arrive lorsque $g>h$, ou $h<g$, ce qui eſt le cas des planetes inferieures. 2°. il faut qu'il ſoit $g+h>y$ ou $g+3h>\sqrt{(3gg+hh)}$, d'où l'on tire $h>\frac{1}{4}g$. Donc la ſolution n'aura pas lieu à moins que $h$ au PS ne ſe trouve entre les limites $g$ & $\frac{1}{4}g$ ou entre TS & $\frac{1}{4}$ TS. Car ſi $h=g$ ou PS $=$ TS, il devient $y=o$, ce qui marque la conjonction inferieure, & ſi $h>g$, qui eſt le cas des planetes ſuperieures, la plus grande clarté tombe dans les oppoſitions. Mais ſi $h=\frac{1}{4}g$, ou $g=4h$, il reſulte $y=5h=g+h$, & dans ce cas la plus grande clarté ſe trouvera dans les conjonctions ſuperieures, & la même choſe doit arriver, ſi $h<\frac{1}{4}g$. Donc, s'il y avoit une planete inferieure, dont la diſtance au Soleil fut moindre que le quart de la diſtance de la terre au Soleil, ſa clarté paroitroit la plus grande dans ſes conjonctions ſuperieures; en ſuppoſant que la lumiere du Soleil n'empêche point l'apparence de la planete.

XLIX Con-

XLIX. Conſidérons à préſent la planete de Venus, & puiſque ſon diametre eſt à celui du Soleil, comme 10, 75 à 1000, on aura $\frac{a}{TS} = 0,01075$ ſin $16', 5'' = 10\frac{1}{2}''$: donc $a = TS$ ſin $10\frac{1}{2}'' = 0,0000501$ TS. Or poſant $TS = g = 100000$, les tables donnent $PS = h = 72327$; d'où nous trouvons pour la plus grande clarté $TP = y = 43046$, & la plus grande clarté étant $= \frac{L}{19123500000} \cdot \frac{g^4(h+y)}{h^3 yy}$ deviendra $= \frac{L}{1162200000}$. Elle ſera donc 3107 fois plus petite que la lumiére de la pleine Lune; ou presque 15 fois plus brillante que celle de Jupiter dans ſes oppoſitions. Mais, ſi Venus ſe trouve près ſes plus grandes élongations du Soleil où l'angle SPT devient droit, ſa clarté apparente ſera $\frac{L}{6374500000} \cdot \frac{g^4}{hh \cdot PT^2}$ & $PT^2 = gg - hh$; donc la clarté apparente ſera dans ce cas $= \frac{L}{1590200000}$, & partant 4250 fois plus petite que celle de la pleine Lune, & presque d'un quart plus petite que dans le cas de la plus grande clarté.

L. Mais voyons auſſi en quel endroit de ſon orbite Venus doit ſe trouver, afin qu'elle nous paroiſſe dans ſon plus grand luſtre; or ayant pour cet effet ſin $\frac{1}{2}$ STP $= \sqrt{\frac{(h+g-y)(h-g+y)}{4gy}}$ on trouvera l'angle STP $= 39°, 43'$, où Venus paroitra alors éloignée du Soleil de l'angle $39°, 43'$, & l'angle au Soleil deviendra TSP $= 22°, 21'$, d'où l'angle SPT ſera $= 117°, 56'$. Donc, quand Venus nous paroit la plus brillante, elle nous eſt plus proche, que lorsqu'elle eſt dans ſes plus grandes élongations du Soleil; & alors la partie éclairée, que nous voyons, ſera plus petite que la moitié. Car la largeur de la partie illuminée ſera au diametre apparent de Venus, comme le

ſinus

ſinus verſe de $62°, 4'$ au double du ſinus total, ou comme ſin $(31°, 2')^2$ à 1, c'eſt à dire comme 266 à 1000 ou comme 1 à 4 à peu prés. Or le diametre apparent entier de Venus ſera alors $48''$.

LI. Pour Mercure on ſe ſervira de la méme methode. Son diametre étant à celui du Soleil comme 4, 25 à 1000, on aura $\frac{a}{TS} = 0,00425$ ſin $16', 5'' = 4,825''$, donc $a = 0,00002446$. TS. Or il eſt $TS = 100000$, $PS = 38336$ d'où $y = 100728$, & partant ſa plus grande clarté $\frac{L}{80229000000} \cdot \frac{g^4(h+y)}{h^3\, yy} = \frac{L}{3297900000}$, qui eſt par conſéquent environ 8818 fois plus petite que celle de la pleine Lune, & 5 fois plus brillante que Jupiter dans ſes oppoſitions; or cette clarté ſera à celle de Venus, lorsqu'elle eſt la plus grande, comme 1 à 3 à peu près. Mais puisque Mercure n'eſt alors éloigné du Soleil que de $22°, 2'$; & qu'il n'eſt pas viſible par conſéquent que près de l'horizon dans le crepuſcule, il n'eſt pas ſurprenant, que la clarté viſible de Mercure réponde ſi peu au calcul. Alors l'angle SPT ſe trouve $= 78°, 7'$ & l'angle $PST = 79°, 51'$. Cette poſition tombe à peu près dans la plus grande élongation de Mercure au Soleil, & partant je ne chercherai point ſa clarté dans ſes plus grandes élongations.

LII. Ayant ainſi déterminé la lumiére apparente des planetes principales & de la Lune, je dirai encore un mot ſur les ſatellites de Jupiter & de Saturne. Si l'on ſavoit le rapport des diametres de ces ſatellites au diametre du Soleil, ou à celui de leur principale, il ſeroit aiſé d'en déduire la clarté, qui ſeroit à celle de la planete principale en raiſon quarrée de leurs diametres. Ainſi, ſi le diametre d'un ſatellite étoit la dixième partie de celui de ſa principale, ſa lumiére ſeroit 100 fois plus foible. Donc, puisque la clarté de Jupiter dans ſes oppo-

ſitions eſt $= \frac{L}{17178000000}$, ſi nous ſuppoſons, que le diametre d'un de ſes ſatellites étoit à celui de Jupiter comme 1 à 10, ou que ce ſatellite fut à peu près égal à la terre, ſa lumiére ſeroit $= \frac{L}{171780000000}$ ou 100 fois plus foible que la lumiére de Jupiter, & partant environ 4 fois plus foible que la lumiére de Saturne.

LIII. Or une étoile dont la lumiére ne ſeroit que 4 fois plus foible que celle de Saturne, devroit encore être viſible à la vuë ſimple. Donc, puisque les ſatellites ne ſont viſibles qu'à l'aide des Lunettes, il s'enſuit, ou que les ſatellites de Jupiter ſont beaucoup plus petits que la Terre ; ou que leur matière ne ſoit pas propre à devenir lumineuſe. Cette dernière raiſon paroit ſurtout fort probable, puiſqu'on remarque que les ſatellites tant de Jupiter que de Saturne ſont remplis de taches obſcures, qui ſont la cauſe que nous ne voyons qu'une partie de leur corps. Peut être-auſſi que la lumiére ſi proche de Jupiter même nous dérobe les ſatellites, ou qu'elle en empêche l'apparition. Or pour les ſatellites de Saturne, en les ſuppoſant auſſi égaux à la Terre, leur lumiére ſeroit $22\frac{1}{2}$ plus foible que celle des ſatellites de Jupiter ; ce qui eſt ſans doute la raiſon, pourquoi il n'eſt pas poſſible de voir ces ſatellites que par le moyen de fort excellentes Lunettes.

LIV. Ces conſidérations nous peuvent conduire à eſtimer en quelque manière le diametre apparent des étoiles fixes en comparant leur lumiére à celle des planetes. Car ſoit $\omega$ le diametre apparent d'une étoile fixe, & ſa clarté apparente $= \frac{L}{n}$ ; ſi nous ſuppoſons que ſon éclat eſt égal à celui du Soleil, & que les rayons ne perdent rien de leur force en paſſant par l'éther, la lumiére apparente de cette étoile fixe doit être à la lumiére du Soleil L, comme le quarré de ſon dia-

diametre apparent $\omega\omega$ au quarré du diametre apparent du Soleil. On aura donc $\frac{L}{n} : L = \omega\omega : (32', 10'')^2$, donc $\omega = \frac{32', 10''}{\sqrt{n}} = \frac{1930''}{\sqrt{n}}$. Donc, ſi la clarté d'une étoile fixe étoit égale à la plus grande clarté de Jupiter, à cauſe de $n = 17178000000$ & $\sqrt{n} = 131000$, ſon diametre apparent ſeroit $= \frac{193''}{13100}$, ou d'une tierce à peu près ; & ſi la clarté d'une étoile fixe étoit égale à la plus grande clarté de Saturne, à cauſe de $n = 385020000000$ & $\sqrt{n} = 620500$, ſon diametre apparent ſeroit $= \frac{193''}{62050} = 11^{IV}$.

LV. Dans cette hypotheſe ſi nous ſavions la grandeur d'une étoile fixe, nous en pourrions conclure ſa vraie diſtance du Soleil. Poſons qu'une étoile fixe ſoit égale au Soleil en grandeur auſſi bien qu'en éclat, & que ſa lumiére apparente ſoit égale à celle de Jupiter dans ſes oppoſitions, alors ſa diſtance ſera à celle du Soleil à la Terre comme $\sqrt{n}$ à 1, *c.* à. *d.* comme 131000 à 1 : donc ſa parallaxe à à l'égard de l'orbite de la Terre ſeroit $= \frac{1}{65500} = 3''$. Or ſi la lumiére de cette étoile n'étoit égale qu'à la clarté de Saturne, alors ſa diſtance au Soleil ſeroit à la diſtance de la Terre au Soleil comme 620500 à 1, & ſa parallaxe annuelle ne vaudroit que $\frac{3}{5}$ ſecondes ou 36 tierces. Comme on n'a pu jusqu'ici découvrir aucune parallaxe dans les étoiles fixes, c'eſt une marque qu'elle doit être extrémement petite; ce qui ſert à confirmer mon hypotheſe, que les rayons de lumiére ne perdent rien dans leur paſſage par l'éther.

LVI. Pour expoſer plus diſtinctement aux yeux les dégrés de clarté, ſous lesquels les planetes nous doivent paroitre ſuivant ma

Théorie, je poſerai la lumiére du Soleil, que j'ai marqué jusqu'ici par L, égale à un Billion : & on aura

| | | |
|---|---|---|
| I. | La lumiére du Soleil = | 1000000000000 |
| II. | La lumiére de la pleine Lune = | 2675000 |
| III. | La plus grande lumiére de ☿ = | 303 |
| IV. | La plus grande lumiére de ♀ = | 860 |
| V. | La plus grande lumiére de ♂ = | 88 |
| VI. | La plus grande lumiére de ♃ = | 58 |
| VII. | La plus grande lumiére de ♄ = | 3 |

Pour les étoiles fixes de la premiére grandeur, il eſt ſeur que leur lumiére eſt moindre que celle de Jupiter dans ſes oppoſitions ; donc on ne ſe trompera peut-être guéres en ſuppoſant la lumiére des étoiles de la premiére grandeur = 40, de la ſeconde grandeur = 10, de la troiſiéme = $4\frac{1}{2}$, de la quatriéme = $2\frac{1}{2}$, de la cinquiéme = $1\frac{3}{5}$, de la ſixiéme = $1\frac{1}{9}$ &c., quoique les Aſtronomes ne ſoient pas d'accord, à quel dégré il faut ranger chaque étoile fixe.

LVII. Les expériences de Mr. *Bouguer* nous fourniſſent auſſi le moyen de comparer la lumiére des étoiles avec celle d'une bougie, telle que Mr. *Bouguer* a emploiée dans ſes expériences. Or ayant vu que la lumiére du Soleil étoit à celle d'une bougie éloignée de 16 pouces, comme 11664 à 1 ; le Soleil étant à la hauteur de 30 dégré ; il s'enſuit, que poſant la lumiére du Soleil = 1000000000000, celle d'une bougie placée à la diſtance de 16 pouces ſera = 85734000. Donc, puisque la clarté d'une bougie décroit en raiſon doublée des diſtances;

La

La clarté d'une Bougie

| | | |
|---|---|---|
| à la diſtance d'un | pied ſera | 152416000 |
| à la diſtance de | 2 pieds | 38104000 |
| à la diſtance de | 3 pieds | 16935111 |
| à la diſtance de | 4 pieds | 9526000 |
| à la diſtance de | 5 pieds | 6096640 |
| à la diſtance de | 10 pieds | 1524160 |
| à la diſtance de | 20 pieds | 381040 |
| à la diſtance de | 30 pieds | 169351 |
| à la diſtance de | 40 pieds | 95260 |
| à la diſtance de | 50 pieds | 60966 |
| à la diſtance de | 100 pieds | 15242 |
| à la diſtance de | 200 pieds | 3810 |
| à la diſtance de | 300 pieds | 1694 |
| à la diſtance de | 400 pieds | 952 |
| à la diſtance de | 500 pieds | 609 |
| à la diſtance de | 1000 pieds | 152 |
| à la diſtance de | 2000 pieds | 38 |
| à la diſtance de | 3000 pieds | 17 |
| à la diſtance de | 4000 pieds | 9 |
| à la diſtance de | 5000 pieds | 6 |
| à la diſtance de | 6000 pieds | 4 |
| à la diſtance de | 7000 pieds | 3 |
| à la diſtance de | 10000 pieds | 1½ |

LVIII. De là nous pourrons tirer les conſéquences ſuivantes: 1°. Pour produire une lumiére auſſi brillante que celle du Soleil, il faudroit placer à la diſtance d'un pied 6560 bougies, &

quatre fois autant à la diſtance de deux pieds; d'où l'on voit l'impoſſibilité d'éclairer par des bougies autant que par le Soleil. Car ſi l'on allumoit dans une ſale 10000 bougies, à la diſtance de 10 pieds, la lumiére ne ſeroit que 15241600000, & partant encore 65 fois plus foible que celle du Soleil.

2°. Pour produire une lumiére égale à celle de la pleine Lune, par une ſeule bougie, on n'a qu'à la placer à une diſtance de $7\frac{1}{2}$ pieds: & quatre bougies éloignées de 15 pieds produiront le même effet.

3°. Une bougie éclairera autant, que Venus, lorsqu'elle paroit la plus brillante, ſi elle eſt placée à une diſtance de 421 pieds, ou une bougie éloignée de 421 pieds nous paroitra de nuit auſſi brillante que Venus.

4°. Et une bougie allumée à la diſtance de 1620 pieds nous paroitra avoir autant de lumiére que Jupiter, lorsqu'il eſt en oppoſition avec le Soleil.

5°. Ces réfléxions pourront être employées à juger, s'il eſt poſſible de voir une étoile en plein jour: car on n'a qu'à chercher la diſtance d'une bougie, où elle doit paroitre auſſi brillante que l'étoile propoſée; & on eſſayera ſi l'on s'appercevra en plein jour de la bougie allumée à la diſtance trouvée. Ainſi ſi l'on peut découvrir en plein jour une bougie à la diſtance de 421 pieds, ce ſera une marque qu'on pourra auſſi voir Venus en plein jour, lorsque ſa lumiére eſt la plus grande.

RECHER-

# RECHERCHES SUR L'EFFET D'UNE MACHINE HYDRAULIQUE PROPOSÉE PAR MR. SEGNER PROFESSEUR A GÖTTINGUE;

PAR M. EULER.

Cette Machine eſt compoſée d'un vaiſſeau cylindrique, dont l'axe tient une ſituation verticale, autour duquel le vaiſſeau peut librement tourner. Ce vaiſſeau n'eſt pas exprimé dans la figure, qui n'en repreſente qu'une ſection horizontale A B C D E F faite prés de ſa baſe inferieure. Dans cet endroit le vaiſſeau eſt percé de pluſieurs trous A, B, C, D, E, F pour y recevoir des tuyaux horizontaux A $a$, B $b$, C $c$, D $d$, &c. qui communiquent avec le grand vaiſſeau. Ces tuyaux ſont fermés à l'autre bout, mais ils ont tous une ouverture à coté marquée par les lettres $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, &c. La Machine étant conſtruite de cette façon, ſi l'on remplit d'eau le grand vaiſſeau, elle en ſortira par les ouvertures $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, $\delta$, &c. des tuyaux horizontaux ; & chacun d'eux ſera repouſſé par la force de reaction de l'eau. Donc, puisque la machine eſt mobile autour de ſon axe, & que ces forces de reaction la pouſſent en même ſens, elle commencera d'abord à tourner autour de ſon axe dans le ſens *a b c d e f*. Et ſi l'on verſe dans le vaiſſeau continuellement autant d'eau, qu'il faut pour l'entretenir toujours plein, le mouvement de rotation de la machine continuera non ſeulement, mais il deviendra auſſi de plus en plus rapide, jusqu'à ce qu'il aura atteint un certain dégré de viteſſe, qu'il conſervera enſuite ſans aucune variation. *Fig. I.*

Puisque les forces de l'eau peuvent devenir conſidérables, on voit auſſi, que cette machine pourra étre employée à vaincre des obſtacles,

ſlacles, ou à élever des poids ; & peut-être ſera-t-on en état de tirer par ce moyen un plus grand effet de la dépenſe d'eau, qui eſt requiſe pour l'entretien de cette machine, que ſi on la vouloit employer d'une autre façon.

Après avoir donné une deſcription en gros de cette machine, pour rendre mes recherches plus générales, je m'en vai expoſer l'état des pieces, auxquelles il faut avoir égard, en leur ſuppoſant une telle figure, qui convient à la généralité que j'ai en vuë.

I. Quant aux tuyaux horizontaux, qui ſont attachés au grand vaiſſeau, que Mr. *Segner* ſuppoſe droits, je leur donnerai une figure courbe quelconque, en ſorte pourtant, qu'ils ne s'écartent point du plan horizontal, auquel on les conçoit arrangés.

II. Pour la largeur de ces tuyaux, je la ſuppoſerai variable d'une manière quelconque ; de ſorte que la quantité, qui exprime la largeur dans un endroit quelconque, ſoit une fonction variable qui dépend de cet endroit.

III. Au lieu que Mr. *Segner* ſuppoſe ces tuyaux percés à coté pour donner l'iſſue à l'eau, je les ſuppoſerai courbés à leur bout ; afin que la continuité ne ſoit point interrompue, & que je puiſſe renfermer dans le calcul non ſeulement le mouvement de l'eau dans les tuyaux mais auſſi ſa ſortie à leur bout.

IV. Cependant, quoique je donne à ces tuyaux une largeur variable, je la ſuppoſerai pourtant par tout aſſés petite, pour que la direction du mouvement de l'eau ſoit partout parallele à la direction du tuyau ; ou bien que l'eau, qui ſe trouve à chaque ſection du tuyau, ſe meuve avec une viteſſe égale.

V. Le grand vaiſſeau ſera, comme Mr. *Segner* le ſuppoſe, librement mobile autour de ſon axe, qui eſt vertical, de ſorte que lorsque la machine tourne autour de cet axe, les tuyaux ſe meuvent tous dans un plan horizontal.

VI. Enfin pour connoitre l'effet d'une telle machine, je lui concevrai attaché un poids, qu'elle doit élever par ſon mouvement de rotation.

Comme

Comme il s'agit maintenant de déterminer l'effet, qu'une telle machine eſt capable de produire, il faut remarquer que cet effet réſulte des efforts, que l'eau en paſſant par les tuyaux y exerce. Car premiérement il eſt connu que l'eau en ſortant d'un vaiſſeau le repouſſe avec une force, qu'on nomme la reaction: Et enſuite, ſi les tuyaux ſont courbes, entant que l'eau eſt obligée de changer de direction, il en nait une force centrifuge, dont les tuyaux éprouvent la preſſion. On comprendra auſſi aiſément que ces forces doivent être bien differentes, lorsque la machine aura déjà acquis un mouvement de rotation, & lorsqu'elle eſt en repos: il conviendra donc de commencer mes recherches par celle des efforts, que l'eau en paſſant par les tuyaux d'un mouvement quelconque y exerce, pendant que ces tuyaux mêmes tournent autour de l'axe de la machine auſſi avec un mouvement quelconque. Pour cet effet, comme le mouvement tant des tuyaux que de l'eau eſt ſuppoſé connu, il faudra chercher les forces requiſes, pour entretenir ce mouvement ſuppoſé dans l'eau, ce qui ſera le ſujet de mon premier probleme.

## PROBLEME I.

*Le mouvement tant de la machine même que de l'eau qui coule par les tuyaux étant connu, déterminer les forces qui ſont requiſes pour maintenir l'eau dans ce mouvement.*

## SOLUTION.

Que le plan de la planche répreſente la ſection horizontale du vaiſſeau à l'endroit où il porte les tuyaux horizontaux; ſoit O l'axe ou le centre de la baſe du vaiſſeau, dont le rayon OA ſoit nommé $= a$. Que la droite AME enſuite répreſente un des tuyaux horizontaux, dont la largeur en A ſoit $= ff$, où il communique avec le vaiſſeau. De plus, ayant tiré d'un endroit quelconque M du tuyau au centre O la droite OM, ſoit $AX = x$ & $OM = y$: & la figure du tuyau ſera exprimée par une équation entre $x$ & $y$. Soit outre cela *Fig. II.*

la largeur du tuyau en M $=zz$, qui pourra être regardée comme une fonction de $x$ ou $y$. Pour le mouvement de rotation de la machine, ſoit la viteſſe dont le point A tourne à preſent dans le ſens CA autour du centre O $=V u$, & ſuppoſant que le point A ait été au commencement en C, qu'il ſoit parvenu en A après un tems $=t$, je regarderai la quantité $u$ comme une fonction du tems $t$, pour donner à ce mouvement toute la variabilité poſſible. Enſuite ſoit $V v$ la viteſſe dont l'eau entre à preſent par l'ouverture $ff$ en A dans le tuyau AME, de ſorte que $V v$ marque, non la viteſſe veritable de l'eau, mais ſa viteſſe rélative à l'égard du tuyau : & ſoit $v$ également une fonction quelconque du tems écoulé $t$. Dans ce même inſtant la viteſſe d'une goutte d'eau qui ſe trouve en M ſera $=\frac{ff V v}{zz}$, à cauſe de la largeur du tuyau en M $=zz$, celle en A étant $=ff$. Ainſi $\frac{ff V v}{zz}$ exprimera auſſi la viteſſe rélative de l'eau dans le tuyau en M, & partant ſa direction ſera celle du tuyau même ſavoir M$m$. Or à cauſe du mouvement de rotation, le point du tuyau M ſera emporté ſuivant la direction MM′ perpendiculaire à OM, avec une viteſſe $=\frac{y V u}{a}$. Donc le vrai mouvement d'une goutte d'eau en M ſera compoſé de ces deux mouvemens, dont l'un ſe fait avec la viteſſe $\frac{ff V v}{zz}$ ſuivant la direction M$m$ & l'autre avec la viteſſe $\frac{y V u}{a}$ ſuivant la direction MM′. Décompoſons ce mouvement ſuivant deux directions fixes, dont l'une ſoit la droite OCD, & l'autre y ſoit perpendiculaire ; qu'on tire pour cet effet la droite MP perpendiculaire à OD, & qu'on nomme OP $=X$ & PM $=Y$. Les viteſſes de l'eau en M ſelon les directions OP & PM ſeront donc $\frac{dX}{dt}$ & $\frac{dY}{dt}$ : d'où il s'enſuit que poſant l'élément du tems $dt$ conſtant, il faut que l'eau

l'eau en M ſoit ſollicitée par deux forces acceleratrices, l'une ſuivant la direction OP, qui ſera $= \frac{2\,d\,dX}{dt^2}$ & l'autre ſuivant la direction PM, qui ſera $= \frac{2\,d\,dY}{dt^2}$. Reduiſons maintenant ces deux forces à deux autres directions OM & MM′, qui ne dépendent plus de la poſition de la droite OP, & la force ſelon OP $= \frac{2\,d\,dX}{dt^2}$ donne pour la direction OM ou M$\mu$ la force $\frac{2X\,d\,dX}{y\,dt^2}$ & pour la direction MM′ la force $-\frac{2Y\,d\,dX}{y\,dt^2}$. De même la force ſelon PM $= \frac{2\,d\,dY}{dt^2}$ donne pour la direction M$\mu$ la force $\frac{2Y\,d\,dY}{y\,dt^2}$ & pour MM′ la force $= \frac{2X\,d\,dY}{y\,dt^2}$; de ſorte que nous aurons deux forces

l'une ſelon M$\mu$ $= \frac{2X\,ddX + 2Y\,ddY}{y\,dt^2}$

l'autre ſelon MM′ $= \frac{2X\,d\,dY - 2Y\,ddX}{y\,dt^2}$

Soit l'angle DOM $= \Phi$, & ayant $X = y$ cof $\Phi$ & $Y = y$ ſin $\Phi$ nous aurons $dX = dy$ cof $\Phi - y\,d\Phi$ ſin $\Phi$ & $dY = dy$ ſin $\Phi + y\,d\Phi$ cof $\Phi$ & encore

$ddX = ddy$ cof $\Phi - 2\,dy\,d\Phi$ ſin $\Phi - y\,d\Phi^2$ cof $\Phi - y\,dd\Phi$ ſin $\Phi$

$ddY = ddy$ ſin $\Phi + 2\,dy\,d\Phi$ cof $\Phi - y\,d\Phi^2$ ſin $\Phi + y\,dd\Phi$ cof $\Phi$

& partant nos deux forces acceleratrices feront

la force ſelon M$\mu$ $= \frac{2}{dt^2}(ddy - y\,d\Phi^2)$

la force ſelon MM′ $= \frac{2}{dt^2}(2\,dy\,d\Phi + y\,dd\Phi)$.

Il faut donc à preſent chercher les valeurs des differentiels $d\Phi$ & $dd\Phi$, par les mouvements ſuppoſés. Soit pour cet effet l'angle $COA = \omega$, & puisque dans l'élément du tems $dt$ le point A eſt transporté en $A'$ deſorte que $AA' = dt\,Vu$, nous en tirons $d\omega = \frac{dt\,Vu}{a}$. Enſuite ayant $AX = x$, l'angle AOX ſera $= \frac{x}{a}$; & partant à cauſe de $\Phi = \omega - \frac{x}{a}$, nous aurons $d\Phi = \frac{dt\,Vu}{a} - \frac{dx}{a}$ & $\frac{d\Phi}{dt} = \frac{Vu}{a} - \frac{dx}{a\,dt}$. Or à cauſe du mouvement de l'eau dans le tuyau avec la viteſſe $= \frac{ff\,Vv}{zz}$ ſelon la direction $Mm$, elle parcourra dans le tems $dt$ l'eſpace $Mm = \frac{ff\,dt\,Vv}{zz}$. Donc, poſant pour abréger $Mm = V\left(dy^2 + \frac{yy\,dx^2}{aa}\right) = ds$, & l'angle AMX ou $Mmk = \theta$, nous aurons $dy = ds\cos\theta$ & $\frac{y\,dx}{a} = ds\sin\theta$ ou $dx = \frac{a\,ds\sin\theta}{y}$. Partant puisque $ds = \frac{ff\,dt\,Vv}{zz}$, nous aurons

$$\frac{dy}{dt} = \frac{ff\cos\theta.\,Vv}{zz} \;\&\; \frac{dx}{dt} = \frac{aff\sin\theta}{yzz}\,Vv;\ \text{donc}\ \frac{d\Phi}{dt} = \frac{Vu}{a} = \frac{ff\sin\theta.\,Vv}{yzz}$$

Paſſons aux ſeconds differentiels, & nous trouverons

$$\frac{ddy}{dt^2} = \frac{-ff\,d\theta\sin\theta\,Vv}{zz\,dt} + \frac{ff\,dv\cos\theta}{2zz\,dt\,Vv} - \frac{2ff\,dz\cos\theta.\,Vv}{z^3\,dt}$$

$$\frac{dd\Phi}{dt^2} = \frac{du}{2a\,dt\,Vu} - \frac{ff\,d\theta\cos\theta\,Vv}{yzz\,dt} - \frac{ff\,dv\sin\theta}{2yzz\,dt\,Vv} + \frac{ff\,dy\sin\theta\,Vv}{yyzz\,dt} + \frac{2ff\,dz\sin\theta\,Vv}{yz\,dt}$$

De

De là nos forces acceleratrices feront

I. Selon M $\mu$

$$-\frac{2yu}{aa}+\frac{4ff\sin\theta Vuv}{azz}-\frac{2fv^4\sin\theta^2}{yz^4}-\frac{2ffd\theta\sin\theta Vv}{zzdt}$$
$$+\frac{ffdv\cos\theta}{zzdtVv}-\frac{4ffdz\cos\theta.Vv}{zdt}$$

II. Selon M M'

$$\frac{4ff\cos\theta Vuv}{azz}-\frac{4f^4v\sin\theta\cos\theta}{yz^4}+\frac{ydu}{adtVu}-\frac{2ffd\theta\cos\theta.Vv}{zzdt}$$
$$-\frac{ffdv\sin\theta}{zzdtVv}+\frac{2ffdy\sin\theta Vv}{yzzdt}+\frac{4ffdz\sin\theta Vv}{z^3dt}$$

Or il convient de réduire ces forces encore à d'autres directions, qui ſe rapportent à celle du tuyau, dont l'une ſoit ſuivant la direction du tuyau M $m$ & l'autre y ſoit perpendiculaire ſuivant M R : & on aura

la force ſelon M $m$ = force M $\mu$. $\cos\theta$ − force M M'. $\sin\theta$

la force ſelon M R = force M $\mu$. $\sin\theta$ − force M M'. $\cos\theta$

ainſi il en réſultera.

I. La force ſelon M $m$

$$-\frac{2yu\cos\theta}{aa}+\frac{2f^4v\sin\theta^2\cos\theta}{yz^4}-\frac{ydu\sin\theta}{adtVu}+\frac{ffdv}{zzdtVv}-\frac{2ffdy\sin\theta^2Vv}{yzzdt}$$
$$-\frac{4ffdzVv}{z^3dt}$$

II. La force ſelon M R

$$\frac{2yu\sin\theta}{aa}-\frac{4ffVuv}{azz}+\frac{2f^4v\sin\theta(\sin\theta^2+2\cos\theta^2)}{yz^4}+\frac{2ffd\theta Vv}{zzdt}$$
$$-\frac{ydu\cos\theta}{adtVu}-\frac{2ffdy\sin\theta\cos\theta.Vv}{yzzdt}$$

Ici il faut remarquer que nous avons deux eſpeces de quantités, dont l'une comprend des fonctions du tems $t$, & l'autre les quantités qui dependent de la variabilité du point M. De la premiere eſpece ſont les viteſſes $Vu$ & $Vv$, & partant $\frac{du}{dt}$ & $\frac{dv}{dt}$ ſeront des quantités finies & fonctions du tems $t$ : l'autre eſpece comprend les autres quantités $x$, $y$, $z$, $\theta$, & $ds$ qui ſe rapportent enſemble. Par conſéquent, pour que les fractions $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ & $\frac{d\theta}{dt}$ ayent des valeurs déterminées, il faut mettre au lieu de $dt$ ſa valeur $\frac{zzds}{ffVv}$ : d'où nous aurons à cauſe de $dy = ds \cos\theta$ ;

$$\frac{dy}{dt} = \frac{ff\cos\theta . Vv}{zz} ; \quad \frac{dz}{dt} = \frac{ff dz Vv}{zzds} ; \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{ff d\theta Vv}{zzds}$$

Faiſant donc ces ſubſtitutions, & ſéparant en chaque terme les fonctions du tems $t$ de celles qui dépendent du tuyau, nos forces acceleratrices ſeront.

I. La force ſelon M$m$

$$-\frac{2u}{aa} . y\cos\theta - \frac{du}{adtVu} . y\sin\theta + \frac{dv}{dtVv} . \frac{ff}{zz} - 4v . \frac{f^4 dz}{z^5 ds}$$

II. La force ſelon MR

$$\frac{2u}{aa} . y\sin\theta - \frac{4Vuv}{a} . \frac{ff}{zz} + 2v . \frac{f^4 \sin\theta}{y z^4} - \frac{du}{adtVu} . y\cos\theta + 2v . \frac{f^4 d\theta}{z^4 ds}$$

Or nommant le rayon de courbure du tuyau en M ſavoir MR $= r$, on aura $r = \frac{y dy}{dy\sin\theta + yd\theta\cos\theta}$, & partant $\frac{1}{r} = \frac{\sin\theta}{y} + \frac{d\theta\cos\theta}{dy}$ $= \frac{\sin\theta}{y} + \frac{d\theta}{ds}$ : d'où l'expreſſion pour la force acceleratrice ſelon

MR

M R deviendra plus ſimple ſavoir

$$\frac{2u}{aa}.\ y \sin\theta - \frac{4\sqrt{u}v}{a}.\ \frac{ff}{zz} + 2v.\ \frac{f^4}{rz^4} - \frac{du}{adt\sqrt{u}}.\ y\cos\theta$$

C. Q. F. T.

## COROLL. I.

Donc, pour que l'eau pourſuive le mouvement, que nous venons de ſuppoſer, il faut qu'un élément d'eau quelconque, qui ſe trouve en M, ſoit ſollicité par deux forces acceleratrices, dont l'une agiſſe ſelon la direction du tuyau M$m$ qui eſt $= \frac{dv}{dt\sqrt{v}}.\ \frac{ff}{zz} - \frac{du}{adt\sqrt{u}}.\ y \sin\theta - \frac{2u}{aa}.\ y\cos\theta - 4v.\ \frac{f^4\,dz}{z^5\,ds}$ & l'autre ſelon la direction du rayon de courbure M R, qui eſt $= 2v.\ \frac{f^4}{rz^4} - \frac{du}{adt\sqrt{u}}.\ y\cos\theta + \frac{2u}{aa}.\ y\sin\theta - \frac{4\sqrt{u}v}{a}.\ \frac{ff}{zz}$.

## COROLL. II

C'eſt donc l'inertie de l'eau qui exige ces deux forces pour la conſervation du mouvement ſuppoſé ; & on pourra nommer la force qui agit ſelon M$m$ la force tangentielle, & l'autre force qui agit ſelon M R la force normale.

## COROLL. III

Puisque les viteſſes $\sqrt{u}$ & $\sqrt{v}$ ſont des fonctions du tems, on aura à chaque tems propoſé auſſi les valeurs des fractions $\frac{dv}{dt\sqrt{v}}$ & $\frac{du}{adt\sqrt{u}}$; & puisque la figure du tuyau eſt ſuppoſée connue, on pourra pour chaque tems déterminer les forces, dont chaque élément d'eau dans le tuyau ſera ſollicité.

CO-

## COROLL. IV.

Pour la force tangentielle elle doit être produite par les forces qui agiſſent actuellement ſur l'eau dans le tuyau. Or puisque le tuyau eſt ſuppoſé horizontal, la gravité de l'eau n'y contribue rien : il ne reſte donc que l'état de compreſſion de l'eau dans le tuyau, dont elle puiſſe recevoir des impreſſions ſuivant la direction du tuyau. C'eſt donc de là qu'on pourra déterminer l'état de compreſſion de l'eau à chaque endroit du tuyau.

## COROLL. V.

La force normale ſelon MR eſt requiſe pour conſerver l'eau dans le tuyau ; ce ſeront donc les parois du tuyau qui exercent cette force ſur l'eau. D'où il s'enſuit que l'eau preſſe le tuyau avec la même force ſelon la direction oppoſée MS : Donc le tuyau ſera preſſé en M ſelon la direction MS avec une force acceleratrice $= 2v.\frac{f^4}{r\,z^4} - \frac{du}{adt\,Vu}.y\cos\theta + \frac{2u}{aa}.y\sin\theta - \frac{4Vuv}{a}.\frac{ff}{zz}$.

## PROBLEME II.

*Le mouvement de rotation, tant du tuyau que celui de l'eau par le tuyau, étant connu, déterminer l'état de compreſſion, où l'eau ſe trouve dans le tuyau à tout tems & à chaque endroit du tuyau.*

## SOLUTION.

*Fig. III.* Quoique l'eau ne ſe laiſſe pas réduire en un plus petit eſpace par quelque force que ce ſoit, elle ſoutient pourtant les forces, qui tendent à la comprimer : ainſi ſi nous conſidérons une eau dormante, ſes parties qui ſe trouvent à une plus grande profondeur, éprouvent une plus grande force de compreſſion ; & on peut dire qu'elles ſe trouvent dans l'état d'une plus grande compreſſion. Comme cette compreſſion eſt cauſée par le poids de l'eau ſuperieure, on pourra exprimer l'état de compreſſion par la profondeur, où l'eau ſe trouve. Ainſi

on pourra aſſigner une profondeur dans l'eau dormante, où l'état de compreſſion eſt égal à celui qui convient à l'eau en M, pendant qu'elle paſſe par nôtre tuyau mobile. Soit donc $p$ cette hauteur, qui exprime l'état de compreſſion de l'eau en M, dans le tuyau pour l'inſtant preſent, & l'état de compreſſion de l'eau en $m$ ſera $= p + dp$. pour le même inſtant; donc poſant $Mm = ds$, la fraction $\frac{dp}{ds}$ ſera une quantité finie. Conſidérons donc la particule d'eau, qui remplit l'élément du tuyau $MNmn$, & la maſſe de cette eau ſera $= zz\,ds$, qui ſoutenant en MN la force motrice $= pzz$ en ſera pouſſée en avant ſelon $Mm$ avec une force acceleratrice $= \frac{pzz}{zz\,ds} = \frac{p}{ds}$: or la même particule d'eau étant repouſſée par la preſſion de l'eau ſur la baſe $mn$, cette force acceleratrice contraire ſera $= \frac{p+dp}{ds}$: donc l'élément d'eau $MNmn$ ſera pouſſé en avant ſelon $Mm$ avec la force acceleratrice $= -\frac{dp}{ds}$. Il faut donc que cette force ſoit égale à celle, dont nous avons trouvé que l'eau en M doit être ſollicitée ſelon la direction $Mm$, & partant nous aurons cette équation:

$$-\frac{dp}{ds} = \frac{dv}{dt\sqrt{v}}.-\frac{ff}{zz}\frac{du}{adt\sqrt{u}}.\,y\,\text{ſin}\,\theta - \frac{2u}{aa}.y\,\text{cof}\,\theta - 4v.\frac{f^4\,dz}{z^5\,ds}$$

ou bien à cauſe de $dy = ds\,\text{cof}\,\theta$

$$dp = -\frac{dv}{dt\sqrt{v}}.\frac{ff\,ds}{zz} + \frac{du}{adt\sqrt{u}}.y\,ds\,\text{ſin}\,\theta + \frac{2u}{aa}.y\,dy + 4v.\frac{f^4\,dz}{z^5}$$

Et puiſque nous regardons ici le même inſtant du tems, pour connoitre l'état de compreſſion de l'eau dans tous les points du tuyau pour cet inſtant, nous devons conſidérer comme conſtant le tems $t$ & les quantités qui en dependent. Par conſéquent prenant les integrales nous obtiendrons

$$p = C - \frac{dv}{dt\sqrt{v}} \int \frac{ff\,ds}{zz} + \frac{du}{a\,dt\sqrt{u}} \int y\,ds \sin\theta + \frac{u}{aa}.yy - v.\frac{f^4}{z^4}$$

où je ſuppoſe que ces integrales $\int \frac{ff\,ds}{zz}$ & $\int y\,ds \sin\theta$ ſont priſes en ſorte qu'elles evanouiſſent au point A, où il devient $y = a$, & $zz = ff$.

Maintenant, pour connoitre la conſtante C, il faut avoir égard à l'endroit, où l'eau ſort du tuyau ; ſuppoſons que cela arrive en E F, où l'ouverture ſoit $= hh$, la diſtance O E $= b$, & étendant les integrales jusqu'à cet endroit là, c'eſt à dire par le tuyau ABEF tout entier, ſoit $\int \frac{ff\,ds}{zz} = E$ & $\int y\,ds \sin\theta = F$. Or on ſait, que là, où l'eau échappe dans l'air, l'état de compreſſion évanouit ; Donc, transportant le point M en E, où devient $y = b$ & $zz = hh$, il faut qu'il ſoit $p = o$ ; d'où nous tirerons

$$o = C - \frac{dv}{dt\sqrt{v}}.\ E + \frac{du}{a\,dt\sqrt{u}}.\ F + \frac{u}{aa}.\ bb - v.\frac{f^4}{h^4}$$

Et partant pour cet inſtant l'état de compreſſion de l'eau dans un endroit quelconque M du tuyau ſera

$$p = \frac{dv}{dt\sqrt{v}}(E - \int \frac{ff\,ds}{zz}) - \frac{du}{a\,dt\sqrt{u}}(F - \int y\,ds \sin\theta) - \frac{u}{aa}(bb - yy) + v\left(\frac{f^4}{h^4} - \frac{f^4}{z^4}\right)$$

C. Q. F. T.

## COROLL. I.

De là il s'enſuit qu'au commencement du tuyau en A, où l'eau entre dans le tuyau, l'état de compreſſion de l'eau ſera exprimé par la hauteur :

$$\frac{du}{dt\sqrt{v}}.\ E - \frac{du}{a\,dt\sqrt{u}}.\ F - \frac{u}{aa}\ (bb - aa) + v\left(\frac{f^4}{h^4} - 1\right)$$

puisque pour cet endroit il devient $y = a$; $zz = ff$ & $\int \frac{ff\,ds}{zz} = o$, $\int y\,ds \sin\theta = o$.

CO-

## COROLL. II.

Si, tant le mouvement de rotation du tuyau, que le mouvement de l'eau qui entre en A continuellement dans le tuyau, étoit uniforme, ou qu'il fut tant $du = o$ que $dv = o$, alors l'état de compreſſion de l'eau dans un endroit quelconque M ſeroit exprimé par la hauteur

$$p = -\frac{u}{aa}(bb - yy) + v\left(\frac{f^4}{h^4} - \frac{f^4}{z^4}\right)$$

## SCHOLIE I.

On voit qu'il peut arriver ſouvent, que la hauteur $p$ qui exprime l'état de compreſſion, devienne negative ; & dans ce cas les parois du tuyau ſeroient non ſeulement non preſſées en dehors, mais elles ſeroient même comme attirées par l'eau en dedans ; & partant l'eau devroit quitter les parois du tuyau, & ceſſer de remplir toute la cavité, puiſque rien ne reſiſteroit à cette force negative. Et en effet, ce cas doit arriver dans le vuide, & la continuité de l'eau ſera interrompuë dans ces endroits, où la valeur de $p$ devient negative, entant que la cohéſion des particules d'eau au tuyau n'eſt pas capable de maintenir la continuité. Mais on comprendra auſſi, que dans le plein la preſſion de l'atmosphère doit empecher un tel vuide dans le tuyau : car ſi nous avons égard à la preſſion de l'atmosphere, que nous avons négligée dans cette recherche, nous verrons aiſément, que le poids de l'atmosphere doit augmenter l'état de compreſſion de l'eau dans le tuyau, & que cette augmentation ſera égale au poids de l'atmosphere. Donc, ſi nous poſons $k$ pour la hauteur d'une colonne d'eau, qui contrebalance le poids de l'atmosphere, la veritable compreſſion de l'eau dans le tuyau en M ſera exprimée par la hauteur

$$p = k + \frac{dv}{dt\sqrt{v}}\left(E - \int\frac{ff\,ds}{zz}\right) - \frac{du}{adt\sqrt{u}}\left(F - \int y\,ds\sin\theta\right) - \frac{u}{aa}(bb - yy) + v\left(\frac{f^4}{h^4} - \frac{f^4}{z^4}\right)$$

où $k$ marque comme on ſait une hauteur d'environ 30 pieds. Donc, à moins que cette quantité $p$ ne devienne negative, il n'y a aucun dan-

ger, que la continuité de l'eau dans le tuyau ne ſoit interrompuë : mais cet inconvenient ne manquera pas d'arriver, lorsque $p$ devient negatif ; & alors le mouvement de l'eau ne ſuivra plus les régles que nous venons de ſuppoſer : & partant il faudra arranger les machines de cette eſpece, en ſorte que ce cas n'arrive jamais.

## SCHOLIE II.

Dans la ſolution de ce problème j'ai auſſi ſuppoſé, que l'eau ne rencontre aucun obſtacle qui empêcheroit ſon mouvement. Or on ſait que l'eau en paſſant par des tuyaux y éprouve auſſi une eſpece de frottement tout comme les corps ſolides ; & l'éxperience nous fait voir, que lorsque les tuyaux ſont fort étroits, le mouvement de l'eau y ſouffre une diminution très conſiderable. Cependant perſonne que je ſache n'a encore decouvert les régles, auxquelles ce frottement eſt aſſujetti : je m'en vai donc faire un eſſai pour arriver à ce but, quoique je ſois aſſeuré, que cette queſtion demande de plus profondes recherches, vû que ce n'eſt que l'eau qui touche immédiatement les parois du tuyau, qui en éprouve la réſiſtance, & que l'eau qui en eſt éloignée, n'en eſt arrêtée, qu'entant que la voiſine a déjà eprouvé l'effet : d'où l'on voit, que l'eau qui ſe trouve au milieu du tuyau ſe mouvra plus vite que celle qui touche aux parois : circonſtance qui rend l'application de la theorie extrémement difficile. Cela nonobſtant, je ſuppoſerai que l'élement M N $nm$ ſe meuve tout entier d'un même mouvement, & je tacherai d'en déterminer le frottement ſur le pied des corps ſolides. Or ſi un tel corps ſe meut ſur une ſurface, on ſait que la force du frottement eſt proportionnelle à la force dont le corps eſt preſſé contre la ſurface : donc, ſi $p$ exprime l'état de compreſſion en M, où il faut prendre cette force toute entiere, ou augmentée du poids de l'atmosphére $k$, puisque l'atmosphere contribue auſſi à preſſer l'eau contre les parois du tuyau, la force dont les parois du tuyau M N $nm$ ſont preſſées, ſera comme $pzdx$ : de là nait une force acceleratrice contraire

contraire au mouvement comme $\frac{p\,z\,ds}{z\,z\,ds}$ ou comme $\frac{p}{z}$: ſoit donc cette force $= \frac{\delta p}{z}$, & ou aura pour trouver $p$ cette équation

$$dp + \frac{\delta p ds}{z} = -\frac{dv}{ds\sqrt{v}}\cdot\frac{ffds}{z\,z} + \frac{ads\sqrt{u}}{du}\cdot ydsin\theta + \frac{2u}{aa}\cdot ydy + 4v.\frac{f^4dz}{z^5}$$

Poſons pour rendre le cas plus ſimple, $dv = o$ & $du = o$, & puisque $\delta$ eſt un nombre trés petit, cette équation deviendra intégrable en la multipliant par $1 + \delta\int\frac{ds}{z}$: & on aura

$$p(1+\delta\int\frac{ds}{z}) = C + \frac{u}{aa}\cdot yy - v.\frac{f^4}{z^4} + \frac{2\delta u}{aa}\int ydy\int\frac{ds}{z} + 4\delta v\int\frac{f^4dz}{z^5}\int\frac{ds}{z}$$

ou bien :

$$p(1+\delta\int\frac{ds}{z}) = C + \frac{u}{aa}\cdot yy - v.\frac{f^4}{z^4} + \frac{\delta u}{aa}\cdot yy\int\frac{ds}{z} - \frac{\delta u}{aa}\int\frac{yyds}{z} - \delta v.\frac{f^4}{z^4}\int\frac{ds}{z} + \delta v\int\frac{f^4ds}{z^5}$$

ſoit en étendant ces integrales par toute la longueur du tuyau, $\int\frac{ds}{z} = \lambda$; $\int\frac{yyds}{z} = \mu$, $\int\frac{f^4ds}{z^5} = \nu$; & puisqu'à l'iſſue de l'eau devient $p = k$, puisque là la ſeule preſſion de l'atmosphere agit, on aura :

$$k(1+\delta\lambda) = C + \frac{u}{aa}bb(1+\delta\lambda) - v.\frac{f^4}{b^4}(1+\delta\lambda) - \frac{\delta u}{aa}.\mu + \delta v.\nu$$

Par conſéquent ayant trouvé cette valeur conſtante nous aurons :

$$p(1+\delta\int\frac{ds}{z})=k(1+\delta\lambda)-\frac{u}{aa}.bb(1+\delta\lambda)+v.\frac{f^4}{h^4}(1+\delta\lambda)+\frac{\delta u}{aa}.\mu$$
$$-\delta v.v+\frac{u}{aa}yy(1+\delta\int\frac{ds}{z})-v.\frac{f^4}{z^4}(1+\delta\int\frac{ds}{z})$$
$$-\frac{\delta u}{aa}\int\frac{yyds}{z}+\delta v\int\frac{f^4ds}{z^4}$$

ou puisque $\delta$ eſt trés petit, il ſera fort à peu près

$$p=k+\delta k(\lambda-\int\frac{ds}{z})-\frac{u}{aa}.bb-\frac{\delta u}{aa}.bb(\lambda-\int\frac{ds}{z})+v.\frac{f^4}{h^4}$$
$$+\delta v.\frac{f^4}{h^4}(\lambda-\int\frac{ds}{z})+\frac{\delta\mu u}{aa}-\delta vv+\frac{u}{aa}.yy-v.\frac{f^4}{z^4}$$
$$-\frac{\delta u}{aa}.\int\frac{yyds}{z}+\delta v\int\frac{f^4ds}{z^5}$$

ou bien

$$p=k-\frac{u}{aa}(bb-yy)+v\left(\frac{f^4}{h^4}-\frac{f^4}{z^4}\right)+\delta k\left(\lambda-\int\frac{ds}{z}\right)$$
$$-\frac{\delta u}{aa}\left(\gamma bb-bb\int\frac{ds}{z}-\mu+\int\frac{yyds}{z}\right)+\delta v\left(\frac{\lambda f^4}{h^4}-\frac{f^4}{h^4}\int\frac{ds}{z}-v+\int\frac{f^4ds}{z^5}\right)$$

Donc l'état de compreſſion en A ſera exprimé par cette hauteur :

$$k-\frac{u}{aa}(bb-aa)+v\left(\frac{f^4}{h^4}-1\right)+\delta\lambda k-\frac{\delta u}{aa}(\lambda bb-\mu)+\delta v\left(\frac{\lambda f^4}{h^4}-v\right)$$

où parmi les petits termes $\delta\lambda k$ eſt pour la pluspart le plus conſidérable, puiſque $k$ marque une hauteur d'environ 30 pieds. Ainſi ayant déterminé par quelque expérience la valeur de $\delta$, on pourra dans la ſuite employer cette valeur trouvée pour $p$ au lieu de celle, qui

qui a été trouvée cy devant. Au reſte on voit que les quantités $\lambda$, $\mu$, $\nu$ ſont réciproquement proportionnelles au diametre du tuyau, les autres quantités demeurant les mêmes.

## PROBLEME III.

*Le mouvement, tant du tuyau autour l'axe* O, *que de l'eau par le tuyau étant donné, trouver le moment de forces dont la machine ſera ſollicitée autour de ſon axe, à cauſe de l'inertie de l'eau dans le tuyau.*

## SOLUTION.

Cette force dont nous cherchons le moment, provient donc des preſſions, que le tuyau éprouve de l'eau en vertu de ſon mouvement: & nous avons vû cy-deſſus, que la force acceleratrice, dont l'eau pouſſe le tuyau en M, ſuivant la direction M S perpendiculaire au tuyau, ſelon la direction du mouvement de rotation, qui ſe fait dans le ſens C A G, eſt *Fig.*

$$2v.\frac{f^4}{rz^4} - \frac{du}{adtVu}.y\cos\theta + \frac{2u}{aa}.y\sin\theta - \frac{4Vuv}{a}.\frac{ff}{zz}.$$

& toute la quantité d'eau compriſe dans l'élément M N $nm$, dont la maſſe eſt $= zzds$, agit avec cette force ſur le tuyau pour le pouſſer dans le ſens N S. De là réſulte la force motrice en même ſens, qui ſera

$$2v.\frac{f^4ds}{rzz} - \frac{du}{adtVu}.yzzds\cos\theta + \frac{2u}{aa}.yzzds\sin\theta - \frac{4Vuv}{a}.ffds$$

& partant le moment de cette force ſe trouvera, en multipliant la force par la diſtance $y$ multipliée par $\cos\theta$. ou conjointement par $y\cos\theta$: donc à cauſe de $ds\cos\theta = dy$ le moment de cette force élémentaire ſera

$$2v.\frac{f^4yydy}{rzz} - \frac{du}{adtVu}.yyzzdy\cos\theta + \frac{2u}{aa}yyzzdy\sin\theta - \frac{4Vuv}{a}.ffydy$$

Prenant donc l'integrale en ſuppoſant le tems $t$ conſtant, nous trouverons le moment des forces de l'eau contenue dans la partie du tuyau

tuyau ABMN pour tourner la machine dans le ſens CAG, ou bien pour en accelerer le mouvement ; ce moment ſera

$$2v.\int\frac{f^4ydy}{rzz}-\frac{du}{adtVu}.yyzzdy\cos\theta+\frac{2\dot{u}}{aa}yyzzdy\sin\theta-\frac{4Vuv}{a}.ff(yy-aa)$$

prenant ces integrales, en ſorte qu'elles evanoüiſſent au point A. Qu'on étende maintenant ces integrales par toute la longueur du tuyau AME jusqu'au bout EF, où il devient $y=b$, & $zz=hh$ ; & que leurs valeurs totales deviennent $\int yyzzdy\cos\theta=M$ ; $\int yyzzdy\sin\theta=N$ ; $\int\frac{f^4ydy}{rzz}=L$ ; & l'inertie de l'eau, qui ſe trouve à l'inſtant préſent dans le tuyau, ſera des efforts, pour tourner la machine dans le ſens CAG, ou pour en accelerer le mouvement de rotation qu'elle eſt ſuppoſée avoir déjà, dont le moment total ſera

$$2\,v.\;\;L-\frac{du}{adtVu}.\;\;M+\frac{2u}{aa}.\;\;N-\frac{2Vuv}{a}ff(bb-aa)$$

C. Q. F. T.

## COROLL. I.

Cette expreſſion ne ſert que pour l'inſtant préſent de la machine, où les viteſſes ſont $Vv$ & $Vu$ : & l'acceleration de celle-cy $\frac{du}{dtVu}$ : Pour un autre tems où ces quantités auront d'autres valeurs, ce moment changera auſſi, mais il faut remarquer que les lettres L, M, N marquent toujours les mêmes quantités, qui dépendent uniquement de la figure du tuyau.

## COROLL. II.

Si la largeur du tuyau $zz$ eſt conſtante, on pourra aſſigner la valeur integrale L. Car, puisque $\frac{1}{r}=\frac{\sin\theta}{y}+\frac{d\theta}{ds}$, nous aurons

$$\int f^4\,ydy$$

$$\frac{f^4 y\,dy}{r\,zz} = \frac{f^4}{zz}\left(dy\,\text{fin}\,\theta + \frac{y\,dy\,d\theta}{ds}\right) = \frac{f^4}{zz}(dy\,\text{fin}\,\theta + y\,d\theta\,\text{cof}\,\theta).$$

Donc

$$\int \frac{f^4 y\,dy}{r\,z\,z} = \frac{f^4}{z\,z}.\ y\ \text{fin}\ \theta + \text{C}.$$

Et pour avoir la valeur de L, il faut étendre cette integrale depuis le commencement AB jusqu'au bout EF.

## COROLL. III.

S'il n'y a qu'une partie du tuyau, qui ait partout la même largeur, on trouvera aiſément la partie de L qui en réſulte. Car ſoient pour le commencement de cette partie $y'$ & $\theta'$ les quantités, qui ſont pour la fin $y$ & $\theta$ : & la partie de L qui réſulte de cette partie ſera

$$\frac{f^4}{z\,z}\ (y\ \text{fin}\ \theta - y'\ \text{fin}\ \theta')$$

## SCHOLIE.

Mais l'inertie de l'eau n'eſt pas la ſeule ſource des forces, qui agiſſent ſur le mouvement de rotation de la machine; l'état de compreſſion de l'eau dans le tuyau eſt auſſi capable d'y contribuer quelque choſe, quoiqu'il ſemble que ces forces agiſſant également de toute part ſur chaque élément du tuyau, ſe détruiſent mutuellement. Donc le moment de forces trouvé dans ce probleme n'epuiſe pas toutes les forces, que l'eau exerce ſur le tuyau ; mais il faut ſéparément chercher celles, qui réſultent de l'état de compreſſion de l'eau dans chaque élément du tuyau : ce qui ſera le ſujet du probleme ſuivant.

## PROBLEME IV.

*Déterminer le moment de forces ſur la machine, qui réſulte de l'état de compreſſion de l'eau, qui paſſe par le tuyau horizontal, pendant que la machine même tourne d'un mouvement quelconque autour de ſon axe.*

## SOLUTION.

Conſiderons un élément du tuyau MN*nm* terminé de deux baſes MN & *mn* perpendiculaires à la direction du tuyau, & ſoit *p* l'état de compreſſion de l'eau qui occupe cet élément, & la ſurface interieure ſera preſſée par cette force dans tous ſes points : or puiſque le tuyau eſt preſſé en dehors par l'atmosphere, afin que je n'aye pas beſoin d'y avoir égard, je prendrai pour *p* la quantité trouvée d'abord, où la valeur de *p* n'eſt pas augmentée de la preſſion de l'atmosphere *k*. Maintenant pour connoitre, ſi ces forces qui agiſſent ſur la ſurface interne du tuyau MN*nm* ſe ſoutiennent en équilibre ou non ? je concevrai en MN & *mn* deux cloiſons, entre leſquelles & le tuyau la quantité d'eau MN *nm* ſoit renfermée, & qui agiſſe également ſur ces deux baſes MN & *mn*. Dans ce cas il eſt clair que toutes ces forces, ſavoir celle ſur le tuyau & ſur les deux baſes, ſe ſoutiennent en équilibre, ou ſe détruiſent mutuellement, ou bien nous aurons :

*f.* du tuyau $+$ *f.* de la baſe MN $+$ *f.* de la baſe *mn* $=$ *o*.

& partant la force de l'eau ſur le tuyau ſera égale & contraire aux forces ſur les deux baſes MN & *mn* conjointement. Ainſi nous n'aurons qu'a chercher les forces de l'eau ſur ces deux baſes, pour en conclure celle que le tuyau en ſoutient. Or la baſe MN $= zz$ étant preſſée par le poids d'une colonne d'eau de la hauteur $= p$, cette force ſera $= pzz$, qui étant multipliée par $y \sin \theta$ donnera le moment $pyzz \sin \theta$, pour tourner la machine dans le ſens CAG : & la force de l'autre baſe donne un moment $= pyzz \sin \theta + 2pyzdz \sin \theta + pzzd.y \sin \theta$ pour faire tourner la machine dans le ſens contraire GAC. Et partant les forces ſur les deux baſes MN & *mn* produiſent un moment $= 2pyzdz \sin \theta + pzzd.y \sin \theta$ dans le ſens GAC. Par conſéquent la force de l'eau, qui agit actuellement ſur la ſurface interne du tuyau MN *nm*, donnera un moment $= 2pyzdz \sin \theta + pzzd.y \sin \theta$ dans le ſens CAG. Or puiſ-

puisque $d.\ y \sin\theta = \frac{y\,dy}{r}$ ce moment ſera

$$2\,p\,y\,z\,d\,z \sin\theta + \frac{p\,y\,z\,z\,d\,y}{r}$$

Or, ſans faire réfléxion au frottement, nous avons trouvé cy-deſſus:

$$p = \frac{dtV\,v}{dv}\left(E - \int\frac{ff.ls}{z\,z}\right) - \frac{d\,u}{a\,dtV\,u}(F - \int y\,ds \sin\theta) - \frac{u}{aa}(bb - yy) + v\left(\frac{f^4}{h^4} - \frac{f^4}{z^4}\right)$$

Donc le monent de forces, qui reſulte de la compreſſion de l'eau de l'élément M N *n m* dans le ſens C A G ſera

$$+\frac{dv}{dtV\,v}\left(2yzdz\sin\theta + \frac{yzzdy}{r}\right)\left(E - \int\frac{ffds}{z\,z}\right) + v\left(2yzdz\sin\theta + \frac{yzzdy}{r}\right)\left(\frac{f^4}{h^4} - \frac{f^4}{z^4}\right)$$

$$-\frac{du}{a\,dtV\,u}\left(2yz\,dz\sin\theta + \frac{yzzdy}{r}\right)(F - \int y\,ds\sin\theta) - \frac{u}{aa}\left(2yzdz\sin\theta + \frac{yzzdy}{r}\right)(bb - yy)$$

& prenant les integrales ce moment ſera

$$+\frac{dv}{dtV\,v}\left(yzz\sin\theta\left(E - \int\frac{ffds}{z\,z}\right) + \int ffy\,ds\sin\theta\right) + v\left(yzz\sin\theta\left(\frac{f^4}{h^4} - \frac{f^4}{z^4}\right) - 4f^4\int\frac{ydz\sin\theta}{z^3}\right)$$

$$-\frac{du}{a\,dtV\,u}\left(yzz\sin\theta(F - \int y\,ds\sin\theta) + \int yyzz\,ds\sin\theta^2\right) - \frac{u}{aa}\left(yzz\sin\theta(bb - yy) + 2\int yyzz\,dy\sin\theta\right)$$

où il faut ajouter telles conſtantes, que chaque membre evanoüiſſe au point A, où eſt le commencement du tuyau.

Donc ſi nous ſuppoſons, que les tuyaux en A ſoient perpendiculairement attachés au vaiſſeau, ou qu'il ſoit en A, $\theta = o$; & poſant les valeurs des formules integrales priſes par toute la longueur du tuyau :

$$\int y\,d\,s\sin\theta = F;\quad \int\frac{y\,d\,z\sin\theta}{z^3} = H;\quad \int yyzz\,d\,s\sin\theta^2 = K$$

$$\&\ \int yy\,z\,z\,d\,y\sin\theta = N$$

Le moment de toutes les forces, qui réſultent de l'état de compreſſion de l'eau dans le tuyau tout entier A B E F, ſera

$$+\frac{dv}{dt\sqrt{v}}.\int\!\!\int F - 4\,v.f^4\,H - \frac{du}{adt\sqrt{u}}.K - \frac{2u}{aa}.N$$

C. Q. F.

## COROLL. I.

Puiſque ce moment tend dans le même ſens, que celui qui a été trouvé dans le problème précedent, ſi nous les joignons enſemble, le moment total des forces de l'eau pour faire tourner la machine dans le ſens C A G ſera

$$\frac{dv}{dt\sqrt{u}}.\int\!\!\int F + 2v\,(L - 2f^4H) - \frac{du}{adt\sqrt{u}}(K+M) - \frac{2\sqrt{uv}}{a}\int\!\!\int(bb-aa)$$

## COROLL. II

Or ayant $L - 2f^4\,H = f^4\int\left(\frac{y\,dy}{rzz} - \frac{2\,ydz\,\sin\theta}{z^3}\right)$, à cauſe de $d.\,y\sin\theta = \frac{y\,dy}{r}$, il ſera $L - 2f^4\,H = \frac{f^4\,y\sin\theta}{zz}$ : où il n'y a pas beſoin d'ajouter une conſtante, lorsque en A l'angle $\theta$ évanouït, comme nous le ſuppoſons. Et ſi cet angle $\theta$ à l'autre bout devient droit, la valeur de cette intégrale ſera $= \frac{f^4\,b}{hh}$ : ainſi le moment trouvé prendra cette forme

$$\frac{dv}{dt\sqrt{v}}.\int\!\!\int F - \frac{du}{adt\sqrt{u}}(K+M) + 2v.\frac{f^4b}{hh} - \frac{2\sqrt{uv}}{a}.\int\!\!\int(bb-aa), \text{ où } K+M = \int yyzzds$$

Mais ſi l'angle A E O n'étoit pas droit, mais égal à $\zeta$, on devroit multiplier le terme $2\,v.\frac{f^4b}{hh}$ encore par $\sin\zeta$.

CO-

## COROLL. III

Si l'un eſt l'autre mouvement eſt uniforme, ou $u$ & $v$ des quantités conſtantes, le moment des forces de l'eau dans le tuyau pour faire tourner la machine dans le ſens C A G ſera $= 2\,v.\,\frac{f^4\,b\,\text{fin}\,\zeta}{h\,h} - \frac{2\sqrt{uv}}{a}\,ff\,(bb - aa)$, ſuppoſant l'angle A E O $= \zeta$; & que les tuyaux horizontaux ſont perpendiculairement inſerés dans le vaiſſeau vertical.

## SCHOLIE I.

Tant que l'un ou l'autre mouvement ſubit des changemens, on voit que le moment des forces de l'eau dépend de la figure du tuyau, puiſque les valeurs integrales F, K & M ſe trouvent dans l'expreſſion: mais dès que ces deux mouvemens ſont devenus uniformes, alors le moment trouvé ne dépend plus, ni de la courbure, ni de la diverſe largeur du tuyau. Voyons donc quels ſont les élémens qui compoſent ce moment de forces, que nous venons de trouver. Soit pour cet effet $\sqrt{\omega}$ la viteſſe dont l'eau échappe par l'orifice E F $= hh$, & puiſque $hh\sqrt{\omega} = ff\sqrt{v}$, notre formule deviendra

$$2\,b\,hh\,\omega\,\text{fin}\,\zeta - \frac{2hh\sqrt{u\omega}}{a}\,(bb - aa)$$

Donc les élémens, qui conſtituent cette formule ſont

I. La diſtance O E $= b$, dont l'orifice du tuyau E F eſt eloigné de l'axe de la machine.

II. La grandeur de cet orifice indiquée par $hh$.

III. La viteſſe, avec laquelle l'eau echappe du tuyau par cet orifice E F $= hh$, laquelle eſt ſuppoſée duë à la hauteur $\omega$.

IV. L'angle A E O $= \zeta$, que la direction de l'extremité du tuyau fait avec le rayon O E, cette direction eſt la méme que celle du jet d'eau, qui ſort du tuyau.

V. La viteſſe angulaire de la machine qui eſt exprimée par $\frac{V u}{a}$: car, puisque $V u$ marque la viteſſe de rotation à la diſtance $OA = a$, la formule $\frac{V u}{a}$ exprimera le mouvement abſolu de rotation.

VI. Enfin le rayon $OA = a$ entre auſſi par lui-même dans notre formule, entant que le commencement du tuyau AB en eſt indiqué. D'où l'on comprend, que ſi le tuyau AE pénétroit au dedans du vaiſſeau jusqu'à l'axe O, nous aurions au lieu de $bb - aa$ ſeulement $bb$, de ſorte que le moment des forces de l'eau ſeroit $= 2 b\, hh\omega$ ſin $\zeta - \frac{2\, bb\, hh\, V u\omega}{a}$.

Or je ferai voir qu'il revient au même, à quelle diſtance $OA = a$ le tuyau commence; car ſi cette diſtance n'eſt pas égale à zero, on verra que l'eau en entrant du vaiſſeau dans le tuyau y exerce auſſi une force, dont le moment détruira exactement la partie $\frac{2\, hh\, V u\omega}{a}$. $aa$. Et partant l'effet ſera toujours entierement le même, quelque figure qu'on donne aux tuyaux horizontaux, & de quelque largeur qu'ils ſoient en dedans; il eſt auſſi de même indifferent, à quelle diſtance de l'axe OA ces tuyaux commencent. Par cette raiſon il ſera convenable de donner à ces tuyaux une auſſi grande largeur qu'il eſt poſſible, pour rendre l'effet du frottement d'autant plus inſenſible.

## SCHOLIE II.

Ayant ainſi trouvé le veritable moment de forces, dont le tuyau eſt ſollicité par le mouvement de l'eau qui y paſſe, je crois que cet article ne ſera plus aſſujetti à aucun doute, vû que cette force eſt évidemment compoſée de deux parties, dont l'une tire ſon origine des forces normales, dont l'eau agit ſur les parois du tuyau, & l'autre de l'état de compreſſion de l'eau dans le tuyau, dont les preſſions n'étant pas en équilibre entr'elles, produiſent auſſi quelque moment, qui tend

tend à mouvoir le tuyau autour de l'axe. C'eſt auſſi un grand argument de la juſteſſe de mon raiſonnement, que les deux parties trouvées ſe ſont ſi admirablement liées enſemble, que l'expreſſion compoſée eſt devenuë plus ſimple, que n'étoit l'une ou l'autre ſéparément, en quoi conſiſte toujours un caractére bien marqué de la vérité. Mais cette même ſimplicité de la concluſion eſt auſſi une marque ſeure, que j'y ſuis arrivé par des détours, & qu'il y a infailliblement une route plus ſimple & plus naturelle, qui conduit à la même concluſion. Ayant donc examiné plus ſoigneuſement cette circonſtance, je remarque que la même concluſion ſe peut tirer immédiatement des deux forces, dont chaque particule d'eau dans le tuyau eſt ſollicitée, ſans avoir recours à la connoiſſance de l'état de compreſſion de l'eau dans le tuyau. Et effectivement, puiſque l'état de compreſſion eſt déterminé par l'accelération de l'eau dans le tuyau, on comprendra aiſément, que la partie du moment de forces, qui réſulte de l'état de compreſſion, ſe peut déduire immédiatement de la force requiſe à l'accelération. Ayant donc trouvé que chaque particule d'eau, qui ſe trouve dans l'élément du tuyau M$m$, requiert pour la conſervation de ſon mouvement deux forces acceleratrices, dont l'une dirigée ſelon M$m$

eſt $= \frac{dv}{dt\sqrt{v}} \cdot \frac{ff}{zz} - \frac{du}{adt\sqrt{u}} \cdot y \sin\theta - \frac{2u}{aa} y \cos\theta - 4v \cdot \frac{f^4 dz}{z^5 ds}$

que je nommerai $=$ T, & l'autre dirigée ſelon M R, qui eſt

$= - \frac{du}{adt\sqrt{u}} \cdot y \cos\theta + \frac{2u}{aa} \cdot y \sin\theta - \frac{4\sqrt{uv}}{a} \cdot \frac{ff}{zz} + 2v \cdot \frac{f^4}{rz^4}$,

que je nommerai $=$ V ; à cauſe de la maſſe d'eau, qui occupe l'élément M$m = zzds$, ces deux forces motrices ſeront, la premiere ſelon M$m = Tzzds$ & l'autre ſelon M R $=$ V $zzds$. Ce ſera donc le tuyau même qui doit fournir ces deux forces, & partant il en ſera également repouſſé en vertu de la reaction. Donc l'élément d'eau M N $nm$ exercera deux forces ſur le tuyau, l'une dans la direction de la tangente M T, & l'autre dans la direction normale M S, *Fig. III.*

dont

dont celle-là eſt $= T\,zzds$, & celle-cy $= V\,zzds$, & chacune fournira un moment pour tourner la machine dans le ſens C A G. Or, puisque l'angle O M T $= \theta$, le premier de ces deux moments ſera $= T\,yzzds \sin\theta$, & l'autre $= V\,yzzds \cos\theta$, de ſorte que ces deux moments enſemble ſeront $= yzzds\,(T \sin\theta + V \cos\theta)$ Mais les valeurs de T & V donnent

$$T\sin\theta + V\cos\theta = \frac{dv}{dtVu}.\frac{ff\sin\theta}{zz} - \frac{du}{adtVu}.y - \frac{4Vuv}{a}.\frac{ff\cos\theta}{zz} - \frac{4v.f^4\,dz\sin\theta}{z^5\,ds} + \frac{2v.f^4\cos\theta}{rz^4}$$

& partant le moment en queſtion ſera

$$\frac{dv}{dtVv}.ffyds\sin\theta - \frac{du}{adtVu}.\int yyzzds - \frac{4Vuv}{a}.ff ydz\cos\theta + 2f^4v\left(\frac{yds\cos\theta}{rzz} - \frac{2ydz\sin\theta}{z^3}\right)$$

Prenant donc les integrales par toute la longueur du tuyau A B E F où devient $zz = hh$; $y = b$; & $\theta = \zeta$, à cauſe de $ds\cos\theta = dy$, le moment total ſera :

$$\frac{dtVu}{du}\,ff\int yds\sin\theta - \frac{du}{adtVu}.\int yyzz\,ds - \frac{2Vuv}{a}\,ff(bb-aa) + 2f^4v.\frac{b\sin\zeta}{hh}$$

ſuppoſant qu'il y a en A l'angle $\theta = o$. Ce qui eſt la même formule qui réſulte par la combinaiſon des deux problèmes precedens.

## PROBLEME V.

*Fig. IV.* *La machine étant toujours entretenuë pleine d'eau, & garnie d'un certain nombre de tuyaux horizontaux, & miſe dans un certain mouvement de rotation, trouver la viteſſe dont l'eau ſortira par ces tuyaux, & le moment des forces de l'eau.*

## SOLUTION.

Soit O O l'axe, autour duquel la machine eſt tournée avec un tel mouvement, qu'elle ait à la diſtance de l'axe $= a$, la viteſſe $= Vu$. Soit enſuite la hauteur de l'eau dans ce vaiſſeau audeſſus des tuyaux horizontaux $= e$, & que l'eau y ſoit toujours entretenuë à cette hauteur

teur par le moyen d'un réſervoir V, d'où l'eau coule dans le vaiſſeau. Soit de plus $AB = ff$ l'embouchure d'un des tuyaux horizontaux, par laquelle l'eau y entre avec une viteſſe $= \sqrt{v}$, que je regarde comme conſtante, puisqu'on ſait par l'experience, que dans ce cas le mouvement parvient bientot à l'uniformité : ſoit $a$ la diſtance de cette embouchure AB à l'axe OO, & $b$ celle de l'orifice EF de chaque tuyau, ou $OE = b$, & que $hh$ marque la largeur de cet orifice, par laquelle l'eau échape, avec la viteſſe qui ſera $\sqrt{\omega} = \frac{ff\sqrt{v}}{hh}$ : Soit $\zeta$ l'angle que la direction de l'extrémité du tuyau en E fait avec le rayon OE ; & ſoit $n$ le nombre des tuyaux horizontaux dont le vaiſſeau eſt garni. Cela poſé nous avons trouvé que l'état de compreſſion de l'eau à l'embouchure AB eſt exprimé par la hauteur, qui eſt :

$$-\frac{u}{aa}(bb - aa) + v\left(\frac{f^4}{h^4} - 1\right)$$

à cauſe de $du = o$ & $dv = o$.

Suppoſons d'abord que les tuyaux horizontaux pénétrent au dedans du vaiſſeau juſqu'à l'axe OO, de ſorte que $a = o$, entant que cette lettre n'eſt point jointe à $u$, & l'état de compreſſion ſera alors à l'embouchure $AB = -\frac{u}{aa}.\ bb + v\left(\frac{f^4}{h^4} - 1\right)$. Or l'eau qui y entre du grand vaiſſeau n'ayant pas près de l'axe de mouvement, y ſuivra les loix ſelon leſquelles l'eau ſort d'un vaiſſeau en repos ; d'où l'on ſait que lorsque l'eau ſort à une profondeur $= e$ avec une viteſſe $= \sqrt{v}$, l'état de compreſſion y eſt $= e - v$ : dont il faut que cette compreſſion ſoit égale à celle qu'exige le mouvement dans les tuyaux, & partant nous aurons.

$$e - v = -\frac{bbu}{aa} + v\left(\frac{f^4}{h^4} - 1\right)$$

ou bien $\frac{f^4 v}{u^4} = \omega = e + \frac{bbu}{aa}$: & ainſi nous connoiſſons la vi-

teſſe avec laquelle l'eau ſortira des tuyaux horizontaux. Mais ſi l'embouchure AB eſt à la diſtance $OA = a$, la compreſſion de l'eau dans le vaiſſeau y ſera plus grande que $e - v$, à cauſe de la force centrifuge de l'eau, & puisque la viteſſe de rotation y eſt duë à la hauteur $u$, l'état de compreſſion ſera $e + u - v$, qui étant égalée à $-\frac{u}{aa}(bb - aa) + v\left(\frac{f^4}{h^4} - 1\right)$ donne comme auparavant $\frac{f^4}{h^4} = \omega = e + \frac{bbu}{aa}$: d'où l'on voit, qu'il eſt indifferent de ſuppoſer l'embouchure AB à telle diſtance de l'axe OO qu'on veut. Suppoſons donc cette diſtance $= o$, & le moment de forces, qui réſulte d'un tuyau horizontal ſera $2bhh\omega \sin\zeta - \frac{2bbhh\sqrt{u\omega}}{a}$; & puisque le nombre des tuyaux horizontaux eſt $= n$, le moment de toutes les forces de la machine ſera $= 2nhh\left(b\omega \sin\zeta - \frac{bb\sqrt{u\omega}}{a}\right)$. Or ayant trouvé $\omega = e + \frac{bbu}{aa}$, le moment des forces de la machine ſera

$$= 2nhh\left(b\left(e + \frac{bbu}{aa}\right)\sin\zeta - \frac{bb}{a}\sqrt{u}\left(e + \frac{bbu}{aa}\right)\right)$$

C. Q. F. T.

## COROLL. I.

La force de la machine ſera donc la plus grande, ſi l'angle $\zeta$ eſt droit, ou ſi la direction des extremités E des tuyaux horizontaux eſt perpendiculaire aux rayons OE. Dans ce cas le moment des forces de la machine ſera donc $= 2nhh\left(b\left(e + \frac{bbu}{aa}\right) - \frac{bb}{a}\sqrt{u}\left(e + \frac{bbu}{aa}\right)\right)$. Comme il s'agit de rendre la force de la machine auſſi grande qu'il eſt poſſible, je ſuppoſerai dans la ſuite toujours l'angle AEO droit.

CO-

## COROLL. II.

Si le vaiſſeau eſt en repos ou $u = o$, la viteſſe dont l'eau ſort par les orifices des tuyaux horizontaux eſt $= \sqrt{e}$, ou duë à la hauteur de l'eau $e$: mais ſi la machine tourne, la viteſſe de l'eau, qui ſort par les orifices EF ſera d'autant plus grande, plus ſera vite le mouvement de rotation de la machine, puisque $\omega = e + \frac{bbu}{aa}$.

## COROLL. III.

Pour trouver le tems que la machine met à faire un tour entier, on n'a qu'a exprimer la hauteur $u$ en milliemes parties d'un pied de Rhin, & alors $250\sqrt{u}$ marquera l'eſpace que le point A parcourt dans une ſeconde. Donc poſant le rapport du diametre à la circonference $= 1 : \pi$ puisque la peripherie du cercle AGC eſt $= 2\pi a$, un tour de la machine s'achevera en $\frac{2\pi a}{250\sqrt{u}} = \frac{\pi a}{125\sqrt{u}}$ ſecondes.

## COROLL. IV.

Soit $\tau$ ce nombre de ſecondes, & $q$ la longueur d'un pendule ſimple, qui faſſe en même tems ſes oſcillations & on ſait que $\sqrt{\frac{1}{2}q} = \frac{125\tau}{\pi} = \frac{a}{\sqrt{u}}$; dont $\frac{\sqrt{u}}{a} = \sqrt{\frac{2}{q}}$. Ainſi au lieu de la viteſſe de rotation $\frac{\sqrt{u}}{a}$ on pourra introduire dans le calcul le pendule $q$ dont les oſcillations ſe font en même tems que les révolutions de la machine. Alors on aura $\omega = e + \frac{2bb}{q}$, & le moment des forces de la machine ſera $= 2nhh\left(b\left(e + \frac{2bb}{q}\right) - bb\sqrt{\frac{2}{q}}\left(e + \frac{2bb}{q}\right)\right)$.

## COROLL V.

Si la machine eſt arrêtée en repos, on aura $q = \infty$ & $\omega = e$, & le moment des forces de la machine ſera $= 2nhhbe$. Or il eſt

poſſible que la machine tourne ſi vite, que ſa force évanouit, ce qui arrivera lorsque $V(e + \frac{2bb}{q}) = b\,V\frac{2}{q}$, ou bien $q = o$. Ainſi, à moins que le mouvement de rotation ne ſoit infiniment rapide, la machine produira toujours une force, qui tend à accélerer ſon mouvement.

## COROLL. VI.

On connoitra auſſi la dépenſe d'eau qu'il faut emploier pour entretenir toujours le vaiſſeau plein d'eau, car elle doit être égale à la perte qui ſe fait par les orifices $= nhh$ avec la viteſſe $V\omega = V(e + \frac{2bb}{q})$. Donc la dépenſe d'eau pourra être exprimée par la formule $nhh\,V(e + \frac{2bb}{q})$.

## COROLL. VII.

Pour entretenir donc la machine pendant une ſeconde, en exprimant la hauteur $e + \frac{2bb}{q}$ en milliemes parties du pied de Rhin, la dépenſe d'eau ſera égale à un volume $= 250\,nhh\,V(e + \frac{2bb}{q})$. Ou bien ſi $q$ marque la hauteur, d'où un corps tombe dans une ſeconde, la dépenſe d'eau pour une ſeconde demandera un volume $= 2\,nhh\,Vg\,(e + \frac{2bb}{q})$. Donc pour un tems de $\tau$ ſecondes il faudra une dépenſe $= 2\,\tau\,n\,h\,h\,Vg(e + \frac{2bb}{q})$.

## PROBLEME VI.

*Une telle machine étant entretenüe, moyennant une certaine quantité d'eau deſtinée à la dépenſe, déterminer l'effet qu'elle ſera capable de produire avec cette dépenſe.*

SO-

## SOLUTION.

Que l'axe de la machine O O porte en haut ou en bas un pignon, engagé à une rouë M M, dont l'eſſieu N N ſoit garni d'un tambour R S, autour duquel ſoit la corde P Q avec le poids Q qui doit être élevé. Soit le rayon de ce tambour R S $= c$, & que la rouë M M faſſe une révolution, pendant que le pignon avec la machine en fait $\mu$. Donc le moment du poids Q pour mettre la machine en mouvement, ſera $= \frac{1}{\mu} Q c$, qui doit être égal au moment de la force de la machine, en exprimant le poids Q par le volume d'une maſſe d'eau dont le poids lui eſt égal. Soit pour cet effet la hauteur de l'eau dans le vaiſſeau au deſſus des tuyaux horizontaux $= e$, la diſtance de l'orifice des tuyaux horizontaux à l'axe de la machine $= b$, l'orifice même $= hh$, dont la direction ſoit perpendiculaire au rayon O E, & le nombre des tuyaux ſoit $= n$. Enſuite que la machine faſſe une révolution dans le tems, qu'un pendule de la longueur $q$ fait une oſcillation ; donc, poſant $l$ pour la longueur d'un pendule à ſecondes, qui eſt comme on ſait $= 3, 166$ pieds de Rhin, & le tems d'une révolution ſera de $\sqrt{\frac{q}{l}}$ ſecondes, & pendant ce tems le poids Q ſera élevé à la hauteur de $\frac{2\pi c}{\mu}$ ; donc pendant une ſeconde il ſera élevé à la hauteur $= \frac{2\pi c}{\mu}\sqrt{\frac{l}{q}}$. Soit de plus $g$ la hauteur de la chute d'un grave pendant une ſeconde, & on aura $g = \frac{1}{2}\pi\pi l$, & partant le poids Q ſera élevé dans une ſeconde à la hauteur $= \frac{2c}{\mu}\sqrt{\frac{2g}{q}}$.

*Fig. V.*

Or la force de la machine nous fournit d'abord cette équation

$$\frac{1}{\mu} Q c = 2nhh\left(b\left(e+\frac{2bb}{q}\right)-bb\sqrt{\frac{2}{q}\left(e+\frac{2bb}{q}\right)}\right)$$

Enſuite ſoit D le volume d'eau qu'on veut emploier pour entretenir le vaiſſeau plein d'eau, & ſuppoſons que cette dépenſe ſoit capable de fournir à la machine pendant un tems de $\tau$ ſecondes, d'où nous tirons cette équation

$$D = 2\tau n h h \sqrt{g}\left(e + \frac{2bb}{q}\right)$$

& partant $\tau = \frac{D}{2nhh\sqrt{g}\left(e+\frac{2bb}{q}\right)}$ & pendant ce tems le poids Q ſera élevé à la hauteur $=$

$$\frac{Dc\sqrt{2}}{\mu nhh\sqrt{q}\left(e+\frac{2bb}{q}\right)} = \frac{Dc\sqrt{2}}{\mu nhh\sqrt{(eq+2bb)}}.$$

Mais le poids Q étant donné, la machine prendra d'elle-même un tel mouvement de rotation, que l'état d'équilibre exige: ainſi le pendule $q$ ſera déterminé par cette équation.

$$\frac{Qc}{2\mu nbhh} = e + \frac{2bb}{b} - \sqrt{\frac{2bb}{q}\left(e+\frac{2bb}{q}\right)}$$

Soit pour abréger $\frac{2bb}{q} = z$, & $\frac{Qc}{2\mu nbhh} = S$ pour avoir $e+z-S = \sqrt{(ez+zz)}$, d'où l'on tire

$$z = \frac{2bb}{q} = \frac{(e-S)^2}{2S-e}; \text{ donc } q = \frac{2bb(2S-e)}{(e-S)^2}$$

ou bien $q = \frac{8\mu nb^3 hh(Qc-\mu nbehh)}{(2\mu nbehh-Qc)^2}$

Enſuite on aura $e + \frac{2bb}{q} = \frac{SS}{2S-e} = \frac{QQcc}{4\mu nbhh(Qc-\mu nbehh)}$

Donc la dépenſe d'eau propoſée ſuffira pour un tems

de $\frac{D}{Qc}\sqrt{\frac{\mu b(Qc-\mu nbhhe)}{ngh h}}$ ſecondes

pendant

pendant lequel le poids Q ſera élevé à la hauteur qui eſt $= \frac{D}{Q}\left(2e - \frac{\mu n b h h}{Q c}\right)$. C. Q. F. T.

## COROLL. I.

Comme la racine quarrée $V(cz + zz) = V\frac{2bb}{q}(e + \frac{2bb}{q})$ eſt toujours priſe affirmativement, il faut qu'il ſoit $S < e + z$ ou $S < \frac{SS}{2S-e}$, & partant $S < e$, ou bien $Q < \frac{2\mu n b e h h}{c}$; ou $\frac{1}{\mu} Q c < 2 n b e h h$. Car ſi ce poids étoit plus grand, la machine ne parviendroit jamais dans l'état d'équilibre ; & s'il étoit $\frac{1}{\mu} Q c = 2 n b e h h$, la machine reſteroit en repos. D'où l'on voit, que ſi l'on ſuſpendoit en Q un plus grand poids, la machine n'étant pas capable de le ſoutenir, tourneroit en ſens contraire.

## COROLL. II.

Or il faut auſſi qu'il ſoit $2S > e$ ou $\frac{1}{\mu} Q c > n b e h h$: car s'il étoit $\frac{1}{\mu} Q c = n b e h h$, à cauſe de $q = o$, le mouvement de rotation de la machine deviendroit infiniment vite, avant que de parvenir à l'état d'équilibre : & s'il étoit $\frac{1}{\mu} Q c < n b e h h$, le mouvement de rotation iroit toujours en augmentant ſans atteindre jamais l'équilibre.

## COROLL. III.

Donc, pour que la machine puiſſe arriver à une uniformité de mouvement, il faut que le moment du fardeau à vaincre, que nous indiquons

diquons par $\frac{1}{\mu} Q c$, ſoit contenu entre ces deux limites $n b e h h$ & $2 n b e h h$: dont celui-là demande un mouvement infini, or celuicy arrêtera la machine en repos.

## COROLL. IV.

Si nous multiplions le poids Q par la hauteur, à laquelle il eſt élevé $\frac{D}{Q}\left(2e - \frac{Q c}{\mu n b hh}\right)$, le produit $D\left(2e - \frac{Q c}{\mu n b hh}\right)$ exprimera l'effet abſolu de la machine. D'où nous voyons, que cet effet évanouit, lorsque $\frac{1}{\mu} Q c = 2 n b e h h$; & qu'il devient le plus grand ſi $\frac{1}{\mu} Q c = n b e h h$, ou bien ſi le mouvement de la machine eſt infiniment rapide, & dans ce cas l'effet ſera $= De$.

## COROLL. V.

Donc ce plus grand effet $De$, auquel la machine ne ſauroit jamais arriver, eſt équivalent a l'élevation de la maſſe d'eau D à la hauteur du vaiſſeau $e$; ou bien dans ce cas la machine ſeroit capable d'élever a la hauteur même du vaiſſeau $e$ préciſément autant d'eau, qu'il faut pour ſa dépenſe: Donc, puisque ce cas ne ſauroit jamais avoir lieu, l'effet de la machine eſt toujours moindre que le produit $De$.

## COROLL. VI.

Dans ce cas du plus grand effet $De$, qui répond à la dépenſe d'eau $= D$, il eſt auſſi très remarquable, qu'a cauſe de $q = o$ cet effet eſt produit dans un tems infiniment petit, car il devient $\tau = o$. Et nous voyons en général, que plus l'effet de la machine ſera grand, plus auſſi ſera petit le tems, $pe$, dans lequel il eſt produit; ce qui eſt une circonſtance tout a fait particuliere dans cette eſpece de machine.

Or

Or ſi la machine demeure en repos, ce qui arrive lorsque $\frac{1}{\mu} Q c = 2 n b e h h$, la dépenſe d'eau $= D$ ſuffira pour un tems de $\frac{D}{2 n h h \sqrt{e g}}$ ſecondes.

## COROLL. VII.

Soit donc $\frac{1}{\mu} Q c = (1+\nu) n b e h h$, ou $Q = \frac{(1+\nu)\mu n b e h h}{c}$, & que $\nu$ marque un nombre quelconque plus petit que l'unité. Donc ayant $S = \frac{(1+\nu)}{2} e$ nous aurons pour le tems d'une révolution de la machine $q = \frac{8 \nu b b}{(1-\nu)^2 e}$. La dépenſe d'eau propoſée D ſuffira d'entretenir la machine pendant un tems de $\frac{D \sqrt{\nu}}{(1+\nu) n h h \sqrt{e g}}$ ſecondes, & pendant ce tems le poids Q ſera élevé par une hauteur $= \frac{(1-\nu) D c}{(1+\nu)\mu n b h h}$. Et partant l'effet de la machine ſera $= (1-\nu) D e$.

## SCHOLIE I.

Pour tirer donc le plus grand avantage de ces ſortes de machines, il faut tacher de les arranger en ſorte, qu'elles puiſſent recevoir un mouvement de rotation extrémement rapide, puisque nous venons de voir, que plus ce mouvement eſt vite plus auſſi ſera grand l'effet, qui en réſulte. Pour cet effet il faut ôter ſoigneuſement tous les obſtacles, qui ſe pourroient oppoſer à un mouvement ſi rapide. Premiérement donc il ſera néceſſaire, que l'axe de la machine ſoit parfaitement vertical, & librement mobile ſur ſes pivots, de ſorte qu'il rencontre de ce coté auſſi peu de frottement, qu'il ſera poſſible. En ſecond lieu, le vaiſſeau $\alpha\alpha\gamma\gamma$ doit être parfaitement rond & bien uni dans ſa ſurface exterieure, afin qu'en tournant autour de ſon ax il ne

choque nulle part l'air, & qu'il n'en eſſuye aucune réſiſtance. En troiſieme lieu, afin que les tuyaux horizontaux ne frappent pas l'air non plus, il ſera à propos de les renfermer dans un tambour cylindrique attaché en bas au vaiſſeau, en ſorte que ſeulement les derniers bouts des tuyaux ſortent de ce tambour, pour donner une iſſuë libre à l'eau. Il ſera auſſi bon de donner à ce tambour un aſſés grand poids, pour qu'il conſerve mieux le mouvement qu'il aura une fois reçu. Il n'importe, ni combien de tuyaux on enferme dans ce tambour, ni quelle figure on leur donne, pourvû que la ſomme de leurs orifices ſoit $= n\,b\,b$, & que l'eau y échape de chacun ſelon une direction perpendiculaire à l'axe de la machine. Enfin, ſi la machine eſt emploiée à mettre en mouvement d'autres parties par le moyen des rouës, il faut avoir ſoin d'arranger tellement ces rouës, & de donner à leurs dents une telle figure, que leur mouvement devienne parfaitement uniforme. Car ſi le mouvement étoit inégal, & qu'il fût tantôt acceleré tantôt retardé, il ſe perdroit une bonne partie de la force pour produire tant les accelérations que les retardations ; au lieu que le mouvement uniforme ne demande aucune force pour ſa conſervation.

## SCHOLIE II.

Dans le problème precedent nous avons ſuppoſé que la dépenſe d'eau D, qui eſt employée à entretenir le vaiſſeau toujours plein, eſt en notre pouvoir, & que nous la pouvons verſer dans le vaiſſeau, ou plus vite, ou plus lentement, ſelon que les beſoins l'exigent. Cette maniere parut la plus propre pour faire des expériences avec une machine déjà conſtruite de cette façon, & pour les comparer avec la *Fig. IV.* Theorie. Mais s'il y a une ſource, ou un reſervoir V, qui ne fournit qu'une certaine quantité d'eau dans un tems donné, il faut conſtruire la machine en ſorte que, quand elle eſt en action, cette quantité d'eau ſoit ſuffiſante à entretenir le vaiſſeau toujours plein : & alors l'action même de la machine doit être tellement diſpoſée, que les forces de l'eau ſoient ſuffiſantes à la produire. J'examinerai donc dans le problème

blème ſuivant de quelle maniere il conviendra d'arranger la machine pour chaque cas propoſé.

## PROBLEME VII.

*La quantité d'eau qu'une ſource fournit à l'entretien de la machine, étant donnée, arranger la machine d'une telle maniere, que la quantité d'eau donnée ſoit ſuffiſante à ſon entretien, & que la machine produiſe le plus grand effet qu'il eſt poſſible, en élevant un poids donné.*

## SOLUTION.

Soit D le volume d'eau que la ſource ou le reſervoir fournit par ſeconde : & il faudra tellement arranger la machine, que cette quantité d'eau ſoit ſuffiſante à entretenir la machine. Or poſant le nombre des tuyaux horizontaux $= n$, l'orifice de chacun $= hh$, leur diſtance à l'axe de rotation $= b$ ; & que la machine acheve par ſon mouvement une révolution en même tems qu'un pendule de la longueur $= q$ fait ſes oſcillations : ou bien ſoit $u$ la hauteur duë á la viteſſe, dont les orifices des tuyaux tournent autour de l'axe, de ſorte que $u = \frac{2bb}{q}$. Enſuite, poſant la hauteur du vaiſſeau, ou plutôt de l'eau dans le vaiſſeau au deſſus des tuyaux $= e$, & la hauteur de la chûte pendant une ſeconde $= g$, qui eſt comme on ſait de 15, 625 pieds de Rhin. Cela poſé, nous avons vû que l'entretien de la machine demande par ſeconde une quantité d'eau dont le volume eſt $= 2nhh\sqrt{g}\left(e + \frac{2bb}{q}\right) = 2nhh\sqrt{g}\,(e+u)$, & partant nous aurons d'abord cette équation

$$D = 2nhh\sqrt{g}\,(e+u)$$

Soit enſuite le poids $= Q$ qui doit être élevé, & ſuppoſons que cela

ſe faſſe par le moyen d'un pignon & d'une rouë, qui fait une révolution pendant que la machine en fait $\mu$ révolutions ; & que ce poids s'éleve autour d'un tambour attaché à l'eſſieu de la rouë, dont le rayon ſoit $= c$, & le moment de ce poids ſera $= \frac{1}{\mu} Q c$, nous aurons donc :

$$\frac{1}{\mu} Q c = 2 n b h h (e + u - V(e u + u u))$$

exprimant Q par le volume d'eau, dont le poids eſt égal au poids propoſé. Et alors ce poids ſera élevé pendant une ſeconde à la hauteur, qui eſt $= \frac{2c}{\mu} V \frac{2g}{q} = \frac{2c}{\mu b} V g u$.

Or la dépenſe d'eau D étant donnée, ſi nous regardons le mouvement de rotation de la machine ou la quantité $u$ comme donnée, nous aurons $2 n h h = \frac{D}{V g (e + u)}$ ; ou bien la ſomme des orifices $n h h = \frac{D}{2 V g (e+u)}$ : d'où nous tirons :

$$\frac{1}{\mu} Q c = \frac{D b}{V g} (V e + u) - V u)$$

& puiſque le poids Q eſt auſſi donné, l'épaiſſeur du tambour $c$ en ſera déterminée ; & on aura

$$\frac{c}{\mu} = \frac{D b}{Q V g} (V(e+u) - V u).$$

Par conſéquent le poids Q ſera élevé par la force de la machine pendant une ſeconde à une hauteur qui eſt $= \frac{2D}{Q}(V(eu+uu)-u)$.

D'où

D'où l'on voit que cette hauteur ſera d'autant plus grande, plus on donne de viteſſe de rotation à la machine, ou plus ſera grande la viteſſe $V u$, avec laquelle tournent les orifices des tuyaux horizontaux : & s'il étoit poſſible de rendre cette viteſſe infinie, la hauteur d'élevation pendant une ſeconde ſeroit $= \frac{De}{Q}$ ; puiſque alors $V(eu + uu) - u = \frac{1}{2} e$. Mais comme il eſt impoſſible d'augmenter cette viteſſe à l'infini, voyons combien les valeurs de la formule $V(eu + uu) - u$ differeront de cette plus grande valeur $\frac{1}{2} e$, lorſqu'on donne à $u$ des valeurs plus petites.

| Soit donc | & la valeur de $V(eu+uu)-u$ ſera | Dechet de la plus grande valeur $\frac{1}{2} e$ | la perte. |
|---|---|---|---|
| $u = e$ | 0, 4142. $e$ | 0, 0858. $e$ | $\frac{1}{6}$ |
| $u = 2e$ | 0, 4494. $e$ | 0, 0506. $e$ | $\frac{1}{10}$ |
| $u = 3e$ | 0, 4641. $e$ | 0, 0359. $e$ | $\frac{1}{14}$ |
| $u = 4e$ | 0, 4721. $e$ | 0, 0279. $e$ | $\frac{1}{18}$ |
| $u = 5e$ | 0, 4772. $e$ | 0, 0228. $e$ | $\frac{1}{22}$ |
| $u = 6e$ | 0, 4808. $e$ | 0, 0192. $e$ | $\frac{1}{26}$ |
| $u = 7e$ | 0, 4833. $e$ | 0, 0167. $e$ | $\frac{1}{30}$ |
| $u = 8e$ | 0, 4853. $e$ | 0, 0147. $e$ | $\frac{1}{34}$ |
| $u = 9e$ | 0, 4869. $e$ | 0, 0131. $e$ | $\frac{1}{38}$ |
| $u = 10e$ | 0, 4881. $e$ | 0, 0119. $e$ | $\frac{1}{42}$ |

Ainſi ſi l'on faiſoit $u = e$, on ne perdroit que la ſixieme partie ſur l'effet tout entier, qu'une viteſſe infinie produiroit ; & on n'en perdroit que la dixieme partie, ſi l'on faiſoit $u = 2e$. D'où l'on voit qu'on n'a pas beſoin de s'empreſſer trop à faire la viteſſe de la rotation extrémement grande : puiſqu'on voit, que pourvu que $u$ ſurpaſſe $e$,

ſe $e$, on arrive déjà aſſés près du plus grand effet. Pour mettre donc la machine dans l'état le plus avantageux, on obſervera les maximes ſuivantes.

I. On donnera au vaiſſeau vertical une hauteur $e$ ſi grande que les circonſtances le permettront : car plus cette hauteur ſera grande, plus auſſi deviendra grand l'effet de la machine, & cela en même raiſon.

II. Ayant déterminé la hauteur $e$ de la machine, la longueur des tuyaux horizontaux $b$ ſera déterminée par la viteſſe de rotation de la machine. Ainſi, ſi l'on veut que le tems d'une révolution réponde au pendule $= q$, & qu'il ſoit $u = v\,e$, à cauſe de $\frac{2bb}{q} = u = v\,e$, on aura $b = V \frac{1}{2} v\,e\,q$. Par exemple, ſi l'on vouloit, que les révolutions s'achevaſſent en 2 ſecondes & qu'on prît $v = 2$, ou auroit $q = 12$, 66 pieds, & $b = V\,e\,q$, & on ne perdroit que la dixieme partie de l'effet entier.

III. Enſuite connoiſſant la quantité d'eau D, que le reſervoir fournit par ſeconde, on en déterminera la ſomme de toutes les ouvertures, par où l'eau ſort des tuyaux horizontaux, cette ſomme étant $nhh = \frac{D}{2V g\,(e+u)}$ ; où $g$ marque la hauteur de 15, 625 pieds de Rhin. Il eſt indifferent combien de tuyaux on y veut appliquer, mais il conviendra que ce ſoient au moins deux, afin que la machine ſe maintienne d'autant mieux en équilibre.

IV. Quelque réſiſtance que la machine ait à vaincre, on la peut réduire à un poids Q, qu'elle devroit élever, & pour l'endroit où ce poids doit être appliqué à la machine, on aura

$$\frac{c}{\mu} = \frac{D\,b}{Q\sqrt{q}}\,(V(e+u) - Vu)$$

ou

ou bien il faudra appliquer ce poids à un tel endroit de la machine, que ſa viteſſe devienne $= \frac{D\,b}{Q\sqrt{g}}(\sqrt{(e\,u + u\,u)} - u)$.

C. Q. F. T.

## COROLL. I.

L'effet de la machine étant eſtimé par le poids Q multiplié par la hauteur, à laquelle il eſt élevé pendant une ſeconde, cet effet ſera $= 2\,D\,(\sqrt{(c\,u + u\,u)} - u)$ : d'où l'on voit que l'effet eſt proportionnel à la dépenſe d'eau D : & que le plus grand effet poſſible eſt $= D\,e$, qu'on obtiendroit s'il étoit $u = \infty$. Ainſi ce plus grand effet éleveroit préciſement autant d'eau à la hauteur $= e$, qu'il faut pour l'entretien de la machine.

## COROLL. II.

Donc, ſi la viteſſe $\sqrt{u}$ n'eſt pas infinie, l'effet de la machine ſera moindre que le plus grand, & le dechet ſera $= 2\,D(\frac{1}{2}e + u - \sqrt{(e\,u + u\,u)})$: donc la partie perduë ſur l'effet tout entier ſera $= \frac{e + 2\,u - 2\,\sqrt{(e\,u + u\,u)}}{e}$.

## COROLL. III.

Puiſqu'il faut donc perdre toujours quelque partie ſur l'effet tout entier, ſuppoſons qu'on ne veuïlle perdre que la $\frac{1}{\lambda}$ partie de l'effet tout entier $De$ : & alors ou aura $(1 - \frac{1}{\lambda})e + 2u = 2\sqrt{(cu + uu)}$, d'où l'on tire la hauteur due à la viteſſe $u = \frac{(\lambda - 1)^2}{4\lambda}e$. Ainſi la perte, qu'on veut ſouffrir étant donnée, ſavoir $\frac{1}{\lambda}$ partie de l'effet entier

entier, on trouvera aiſément la viteſſe, dont les bouts des tuyaux horizontaux doivent tourner, par cette table :

| Perte | valeur de $u$ | Perte | valeur de $u$ | Perte | valeur de $u$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $0\ e$ | $\frac{1}{7}$ | $1\ \frac{8}{7}\ e$ | $\frac{1}{13}$ | $2\ \frac{10}{13}\ e$ |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{8}\ e$ | $\frac{1}{8}$ | $1\ \frac{17}{32}\ e$ | $\frac{1}{14}$ | $3\ \frac{1}{56}\ e$ |
| $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}\ e$ | $\frac{1}{9}$ | $1\ \frac{7}{9}\ e$ | $\frac{1}{15}$ | $3\ \frac{4}{15}\ e$ |
| $\frac{1}{4}$ | $\frac{9}{100}\ e$ | $\frac{1}{10}$ | $2\ \frac{1}{40}\ e$ | $\frac{1}{16}$ | $3\ \frac{3}{64}\ e$ |
| $\frac{1}{5}$ | $\frac{4}{5}\ e$ | $\frac{1}{11}$ | $2\ \frac{3}{11}\ e$ | $\frac{1}{17}$ | $3\ \frac{1}{17}\ e$ |
| $\frac{1}{6}$ | $1\ \frac{1}{24}\ e$ | $\frac{1}{12}$ | $2\ \frac{25}{48}\ e$ | $\frac{1}{18}$ | $4\ \frac{1}{72}\ e$ |

## COROLL. IV.

Si l'on vouloit ſe contenter de la moitié de l'effet total, on auroit $u = \frac{1}{8} e$, & $b = \frac{1}{4} \sqrt{eq}$, ou bien $q = \frac{16\,bb}{e}$, & partant on pourra rendre les révolutions auſſi vites qu'on voudra : & de plus on aura $\frac{c}{\mu} = \frac{D\,b\,\sqrt{e}}{Q\sqrt{2g}}$. Ou ſi l'on ne vouloit perdre que le tiers de l'effet total, on auroit $u = \frac{1}{3} e$, $b = \sqrt{\frac{1}{6} eq}$ ou $q = \frac{6\,bb}{e}$ & $\frac{c}{\mu} = \frac{D\,b\,\sqrt{e}}{Q\sqrt{3g}}$. Et en général ſi l'on ne veut perdre que la partie $\frac{1}{\lambda}$ de l'effet total, on aura $u = \frac{(\lambda-1)^2}{4\lambda} e$, $b = \frac{(\lambda-1)}{2} \sqrt{\frac{eb}{2\lambda}}$ ou $q = \frac{8\lambda\,bb}{(\lambda-1)^2 e}$; & $\frac{c}{\mu} = \frac{D\,b\,\sqrt{e}}{Q\sqrt{\lambda g}} = \frac{(\lambda-1)\,De}{2\lambda Q} \sqrt{\frac{q}{2g}}$.

## COROLL. V.

Si nous poſons qu'une révolution de la machine ſe doive achever en $\theta$ ſecondes, nous aurons $\sqrt{\frac{1}{2} q} = \frac{\theta}{\pi} \sqrt{g}$, & partant nous aurons

rons pour l'endroit de l'application du poids Q cette équation $\frac{e}{\mu} = \frac{(\lambda-1)\,\theta\,D\,e}{2\,\pi\,\lambda\,Q}$: & pour la longueur des tuyaux horizontaux $b = \frac{(\lambda-1)\,\theta}{2\,\pi} V \frac{1}{\lambda} e\,g$; or pour la ſomme de leurs orifices on aura $n\,h\,h = (\lambda+1) V \frac{1}{\lambda} g\,e$. D'où l'on voit que plus qu'on veut que le mouvement de rotation ſoit lent, plus doivent être longs les tuyaux horizontaux.

## SCHOLIE.

Ayant vû que le plus grand effet d'une machine de cette façon monte à $De$, & quoiqu'il ſoit impoſſible d'obtenir cet effet, vû que la viteſſe de rotation devroit être infinie, on peut pourtant approcher de ce plus grand effet ſi près, que la difference eſt presque inſenſible; cette eſpece de machine mérite bien toute notre attention. Car ſi nous comparons cet effet avec celui qu'on eſt capable de produire avec la même dépenſe d'eau D & la même hauteur $e$, en laiſſant choquer cette eau contre une rouë comme à l'ordinaire, l'effet qu'on en peut tirer monteroit à peine à $\frac{1}{6}\,De$: d'où il eſt clair que cette nouvelle maniere de profiter d'une dépenſe d'eau donnée eſt beaucoup plus avantageuſe que les manieres ordinaires, attendu qu'elle eſt capable de produire un effet, qui eſt jusqu'à ſix fois plus grand. Une augmentation ſi conſidérable mériteroit donc bien, que les Mecaniciens apportaſſent tous leurs ſoins à découvrir les moyens, de rendre practicable cette nouvelle maniere de profiter d'une dépenſe d'eau, que fournit une ſource ou un reſervoir; & il n'y a aucun doute qu'une telle application ne ſoit récompenſée par des avantages très importants. Auſſi ne trouvera-t-on pas dans l'exécution tant d'obſtacles, qu'on ſe ſera peut-être imaginé au commencement; le principal chan-

gement, qu'il faudroit faire dans l'arrangement des machines, reviendroit à ce que l'axe de la rouë principale, qui eſt immédiatement miſe en mouvement par la force de l'eau, doit être vertical, au lieu qu'on lui donne ordinairement une ſituation horizontale : pour les autres difficultés, on trouvera aiſément les moyens de les ſurmonter. Au reſte quoique le calcul, ſur lequel eſt fondé l'effet de cette nouvelle ſorte de machines, ne ſoit pas à la portée de tout le monde, on peut aiſément ſe convaincre de ſes avantages, ſi l'on penſe qu'en employant la même dépenſe d'eau ſuivant les methodes ordinaires, il s'en échape une bonne quantité, qui ne contribue rien au mouvement de la machine, & que celle qui frappe actuellement ſur les aubes de la rouë, y produit un effet d'autant plus foible, plus le mouvement de la rouë ſera rapide. Mais en mettant l'eau en action ſelon ce nouveau projet, aucune partie des forces, dont elle eſt ſuſceptible, ne ſe perd inutilement, & le mouvement de la machine ne diminue pas l'effet des forces de l'eau : c'eſt en quoi conſiſte la veritable ſource des grands avantages de cette nouvelle manière.

ADDI-

# ADDITION
## AU MEMOIRE SUR LA COURBE QUE FORME UNE CORDE TENDÜE, MISE EN VIBRATION.

PAR M. D'ALEMBERT.

I.

Dans l'art XXII. de ce Mémoire j'ay trouvé par une methode très indirecte, que ſi $\Psi(t+s)-\Psi(t-s)=\Delta t \cdot \Gamma s$, on aura $\Gamma s =$ ſin M $s$, & $\Gamma t =$ ſin M $t$ ou coſ M $t$. Cette propoſition eſt vraye & exacte dans le point de vûe, où je l'enviſageois alors; mais ayant eu occaſion depuis de la conſidérer d'une maniere plus générale, j'ay trouvé une maniere directe de reſoudre le problème, qui donne lieu à quelques obſervations.

Soit $\Psi(t+s)-\Psi(t-s)=\Delta t \cdot \Gamma s$; & ſoient differentiés les deux membres, en faiſant varier $s$ ſeulement, ou aura $\Gamma(t+s)-\Gamma(t-s)=\frac{d\Delta t}{dt} \cdot \Gamma s$; ſoient enſuite differentiés les deux membres, en faiſant varier $s$ ſeulement, on aura $\Gamma(t+s)+\Gamma(t-s) = \Delta t \cdot \frac{d\Gamma s}{ds}$; prenons maintenant ces deux derniéres équations, & differentions la premiére en faiſant varier $t$ ſeulement, la ſeconde en faiſant varier $s$ ſeulement, nous aurons $\Xi(t+s)-\Xi(t-s)=\frac{dd\Delta t}{dt^2} \cdot \Gamma s$; & $\Xi(t+s)-\Xi(t-s)=\Delta t \cdot \frac{dd\Gamma s}{ds^2}$; on aura donc

$\frac{dd\Delta t}{dt^2}$. $\Gamma s = \frac{dd\Gamma s}{ds^2}$. $\Delta t$: donc $\frac{dd\Delta t}{\Delta t.\, dt^2} = \frac{dd\Gamma s}{ds^2.\, \Gamma s}$; ces quantités doivent non ſeulement être égales, mais encore identiques, c'eſt à dire, qu'elles doivent être la même quantité, indépendamment d'aucune équation entre $t$ & $s$. Donc $dd\Delta t = A\, dt^2.\ \Delta t$; & $dd\Gamma s = A\, ds^2.\ \Gamma s$, A marquant une conſtante quelconque. La premiere de ces deux équations donne ſuivant les régles connuës des Geometres $\Delta t = Mc^{t\sqrt{A}} + gc^{-t\sqrt{A}}$; & l'autre donne $\Gamma s = M' c^{s\sqrt{A}} + g' c^{-s\sqrt{A}}$; M, $g$, & M', $g'$ étant des coëfficiens quelconques poſitifs ou négatifs, réels ou imaginaires. Donc $\Psi(t+s) - \Psi(t-s)$, ou $\Delta t.\, \Gamma s = MM' c^{(t+s)\sqrt{A}} + g g' c^{(-t-s)\sqrt{A}} + M g' c^{(t-s)\sqrt{A}} + g M' c^{(-t+s)\sqrt{A}}$: donc $\Psi(t+s) = MM' c^{(t+s)\sqrt{A}} + g g' c^{(-t-s)\sqrt{A}}$, & $-\Psi(t-s) = Mg' c^{(t-s)\sqrt{A}} + g M' c^{(s+s)\sqrt{A}}$. Or comme $\Psi(t-s)$ doit être ſemblable à $\Psi(t+s)$, on aura $MM' = -Mg'$ & $gg' = -gM'$; donc $-g = M'$. donc $\Delta t = Mc^{t\sqrt{A}} + gc^{-t\sqrt{A}}$ & $\Gamma s = Mc^{s\sqrt{A}} - Mc^{-s\sqrt{A}}$.

Si l'on veut que $\Psi(t+s) - \Psi(t-s)$ ſoit $= o$, non ſeulement lorſque $s = o$, mais encore lorſque $s = l$, comme on le ſuppoſoit dans l'art. XXII. on trouve qu'alors $\sqrt{A}$ doit être une quantité imaginaire, & on aura $\Gamma s = k$ ſin N$s$; de plus pour que $\Delta t$ ſoit réel, il faut que $g = M$, M étant une quantité réelle, ou $g = -M$, M étant une quantité imaginaire $\frac{P}{2\sqrt{-1}}$; donc en ce cas $\Gamma s = k$ ſin. N$s$ & $\Delta t = R$ ſin. N$t$ ou B coſ N$t$.

En général ſoit $\Phi(t+as) + \Psi(t+gs) = \Delta t.\, \Gamma s$, on aura 1°. $\frac{d\Delta t}{d_t \Delta t}$, $\frac{d.\Gamma s}{d\Gamma s} = \frac{1}{a}$ ſi $\frac{1}{g} = \frac{1}{a}$;

2°. $dd\Delta t$

2°. $\frac{dd\Delta t}{\Delta t.\,dt^2} \cdot \frac{ds^2\Gamma s}{dd\Gamma s} = \frac{1}{aa}$, ſi $\frac{1}{gg} = \frac{1}{aa}$; 3°. $\frac{d^3\Delta t}{dt^3\Delta t} \cdot \frac{ds^3\Gamma s}{d^3\Gamma s} = \frac{1}{a^3}$ ſi $\frac{1}{g^3} = \frac{1}{a^3}$; & ainſi de ſuite. Donc en général ſi $\frac{1}{g^n} = \frac{1}{a^n}$ on aura $d^n\Delta t = A\,dt^n \cdot \Delta t$; & $d^n\Gamma s = A\,ds^n\Gamma s.a^n$; équations qu'on integrera par les methodes connuës.

En effet ſoit $d^n y = ky\,dx^n$; Mr. *Euler*, a fait voir dans le Tome VII des *Miſcellanea Berolinenſia*, que cette équation s'integroit en ſuppoſant la réſolution de l'équation $f^n = A$, & j'ay montré dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Pruſſe année 1748. p. 289. que cette équation ſe reduiſoit toujours à l'intégration de $n$ équations ſimples: par exemple ſi $n = 5$, on aura $du = Ay\,dx$; $dr = u\,dx$, $dt = r\,dx$, $ds = t\,dx$, & $dy = s\,dx$. Cette methode eſt ſans doute un peu plus longue que celle de M. *Euler*, mais je la crois auſſi plus rigoureuſe & plus directe, & d'ailleurs elle s'étend à beaucoup d'autres cas que celui, qui eſt l'objet du mémoire de M. *Euler*. Je n'ay pas beſoin de faire obſerver que l'équation $\frac{1}{a^n} = \frac{1}{g^n}$ eſt beaucoup plus générale que l'équation $\frac{1}{g} = \frac{1}{a}$, puiſque celle-cy ne donne qu'une valeur de $g$ en $a$, & qu'au contraire l'autre donne $n$ valeurs de $\frac{g}{a}$ tant réelles qu'imaginaires; car $\sqrt[n]{1}$ a $n$ valeurs differentes. Au reſte, ſi la valeur de $g$ en $a$ doit être réelle, c'eſt à dire, ſi on ſuppoſe $g$ & $a$ réelles, alors $g$ n'aura qu'une ou deux valeurs réelles, ſavoir $+a$ & $-a$; & dans le cas où $g = a$, le problème devient bien plus ſimple; car alors $\Phi(t+as)+\Psi(t+gs) = \Phi(t+as)+\Psi(t+as) = \Xi(t+as)$; & l'on a $\Xi(t+as) = \Delta t.\,\Gamma s$; d'où l'on tire

$a = \frac{d\Gamma s.\ \Delta t.\ dt}{ds.\ \Gamma s.\ d\Delta t}$; & par conſéquent $\Delta t = M\, c^{t\sqrt{A}}$; & $\Gamma s = M\, c^{s\sqrt{A}}$.

II.

M. *Euler* a traité dans les Mémoires de 1748. le probléme des cordes vibrantes par une methode entierement ſemblable à la mienne, quant à la partie eſſentielle au problème, & ſeulement, ce me ſemble, un peu plus longue. Ce grand Geometre obſerve, comme je l'ay fait art. XXVIII. de mon Mémoire, que la courbe formée par la corde au commencement de ſon mouvement eſt la même courbe que j'ay appellée *génératrice*. Mais je crois devoir avertir icy, de crainte que quelques lecteurs ne prennent mal le ſens de ſes paroles, que pour avoir cette courbe génératrice, il ne ſuffit pas de transporter la courbe initiale alternativement au deſſus & au deſſous de l'axe; il faut de plus que cette courbe ait les conditions que j'ay exprimées dans mon mémoire, c'eſt à dire que ſi on ſuppoſe $y = \Sigma$ pour l'équation de la courbe initiale, il faut que $\Sigma$ ſoit une fonction impaire de $s$, & qu'en général les ordonnées diſtantes l'une de l'autre de la quantité $2l$, ſoient égales ; ce qui ne peut avoir lieu, à moins que la courbe ne ſoit mechanique, & telle que je l'ay déterminée dans mon Mémoire. Dans tout autre cas le problème ne pourra ſe réſoudre, au moins par ma methode, & je ne ſay même s'il ne ſurpaſſera pas les forces de l'analyſe connuë. En effet on ne peut ce me ſemble exprimer $y$ analytiquement d'une manière plus générale, qu'en la ſuppoſant une fonction de $t$ & de $s$. Mais dans cette ſuppoſition, on ne trouve la ſolution du problème que pour les cas où les differentes figures de la corde vibrante peuvent être renfermées dans une ſeule & même équation. Dans tous les autres cas il me paroit impoſſible de donner à $y$ une forme générale.

III.

Dans le Mémoire que j'ay donné ſur la vibration des cordes, j'ay trouvé qu'en ſuppoſant la force de tenſion $= pml$, $l$ la maſſe de la corde

corde, T le tems d'une vibration de la corde, $\theta$ le tems employé par un corps pesant à tomber de la hauteur $a$, on a $\theta$: $T = V 2aml : l$. En général soit $\Phi$ la force de tension ou le poids qui lui feroit égal, M la masse de la corde, on aura au lieu de $\frac{pml}{l}$, $\frac{\Phi}{M}$; & au lieu de de $ml$, $\frac{l\Phi}{Mp} = \frac{l\Phi}{P}$, en nommant P le poids de la corde, donc $\theta$: $T = V \frac{2al\Phi}{P} : l$; donc $T = \frac{\theta l V P}{V 2al\Phi}$: or si $\theta = 1^{\text{sec.}}$, on aura $a = 15$ pieds à peuprés: donc on a $T = 1^{\text{sec.}} \cdot \frac{V l}{V 30} \cdot \frac{V P}{V \Phi}$, quelque figure que prenne la corde; cette équation aura du moins lieu, si la figure de la corde est renfermée dans l'équation générale que j'ai déterminée dans mon Mémoire. Il est même bien vraisemblable qu'en général quelque figure que la corde prenne, le tems d'une vibration sera toujours le même; & c'est ce que l'experience paroit confirmer; mais cequ'il seroit difficile, peut-être impossible, de démontrer en rigueur par le calcul. Au reste on pourroit faire telle hypothese pour resoudre ce problème, qui donneroit une valeur de T differente de celle que nous venons de trouver: par exemple, si on régardoit la corde comme un fil élastique sans masse, tendu par une force $\Phi$, & chargé en son milieu d'un poids $= P$, on trouveroit, en appellant $2\pi$ le rapport de la circonference au rayon, que le tems d'une vibration seroit $1^{\text{sec.}} \cdot \frac{V l}{2 V 15} \cdot \frac{\pi V P}{V \Phi}$; expression differente de la précedente, & qui par conséquent donneroit une valeur fausse pour le tems des vibrations de la corde. Je crois donc que si on veut déterminer les vibrations de la corde par la methode que j'ay exposée à la fin de mon Mémoire, art XLIV; il ne suffit pas de supposer la corde chargée de deux ou trois poids, mais il en faut supposer un nombre

assez

aſſez conſidérable, ſans quoy il y auroit à crainre que le problème ne fut pas aſſez exactement réſolu.

IV.

Il eſt viſible par les formules précedentes qu'à tenſion & à groſſeurs égales le nombre de vibrations dans un même tems eſt en raiſon inverſe de la longueur des cordes. Comme le ſon plus ou moins aigu des cordes dépend du nombre de vibrations plus ou moins grand qu'elles font dans un tems donné, c'eſt ſans doute pour cette raiſon que quelques Auteurs modernes très habiles ont cru pouvoir répreſenter les ſons par les logarithmes des rapports de la longueur des cordes. Cette idée eſt ingénieuſe, & paroit même fondée ſur la maniere de parler uſitée en acouſtique & en muſique, lors qu'on dit que ſi quatre cordes $a$, $b$, $c$, $d$, ſont en proportion Geometrique, l'intervalle des ſons rendus par $a$ & par $b$, ſera *égal* à l'intervalle des ſons rendus par $c$, & par $d$ ; d'où l'on a cru pouvoir conclure que les logarithmes des rapports $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, répreſentoient les intervalles des ſons. Mais on n'a pas prétendu ſans doute, que cette concluſion fût autre choſe qu'une ſuppoſition purement arbitraire, les mots *d'intervalle* des ſons, *d'égalité* ou de *difference des intervalles*, ne ſont que des manieres de parler abrégées, aux quelles il ne faut pas attribuer plus d'etenduë qu'elles n'en ont. Les ſons ne ſont que des ſenſations, & par conſéquent n'ont réellement aucun rapport entr'eux ; on ne peut pas comparer les ſons plus que les couleurs, il ne faut qu'un peu d'attention pour le ſentir ; de plus, quand ils auroient entr'eux quelque rapport, ce ſeroit fort improprement qu'on repréſenteroit ce rapport par des logarithmes, comme je l'ay fait voir dans un autre Ecrit, où j'ay examiné ſi les logarithmes ſont réellement la meſure des rapports.

Mémoires de 1749 pag. 372 lig. 6, au lieu de 1741 liſ. 1748.

* * *  * * *  * * *

ADDI-

# ADDITIONS
## AUX RECHERCHES SUR LE CALCUL INTEGRAL.

PAR M. D'ALEMBERT.

### I.

Je commencerai ces additions par faire remarquer à mes Lecteurs une erreur de calcul, qui s'eſt gliſſée dans l'art. IX. de mon Mémoire ſur *le calcul integral*, Vol. de 1748. au lieu de la quantité poſitive $+ dl \int \frac{du\sqrt{u}}{2\sqrt{k+lu+mu^2+nu^3}}$ pag. 258. lig. 12, il faut lire la même quantité avec le ſigne —; d'où l'on tirera $\int \frac{du\sqrt{u}}{\sqrt{k+lu+mu^2+nu^3}} = \frac{\Phi}{o}$; ainſi $\Phi$ eſt $= o$, & l'on ne peut tirer de notre calcul la valeur de $\int \frac{du\sqrt{u}}{\sqrt{(k+lu+mu^2+nu^3)}}$. Il reſte donc encore incertain ſi cette integrale dépend de la rectification ſeule des ſections coniques, dans le cas ou $4ln = mm$; au reſte cette propoſition ne tombant que ſur un cas particulier, & très limité, n'influë en rien ſur les methodes générales qui ſe trouvent dans mon Mémoire. Elle n'influë non plus en rien, comme on pourroit ſe l'imaginer, ſur la methode ſinguliére de l'art. XIX. pour prouver la propoſition qui fait le ſujet de cet article. En effet tout l'artifice de la démonſtration ſe réduit aux deux propoſitions ſuivantes:

21 Juin 1752.

1°. $\frac{du}{u\sqrt{\Phi+\frac{u}{m}}.\sqrt{\alpha+\beta u+uu}}$ dépend de la rectification des ſections coniques, & de l'intégration de $\frac{dx}{a+bx+cxx^{\frac{q}{2}}.e+fx+gxx^{\frac{s}{2}}}$, $a+bx+cxx$ ayant ſes racines réelles, pourvû que $a$, $b$, $c$, $e$, $f$, $g$, ſoient tels que le coefficient de $\frac{du}{\sqrt{\Phi+\frac{u}{m}}.\sqrt{\alpha+\mathfrak{E}u+u^2}}$ ne ſoit pas $= o$.

2°. En faiſant $\frac{\Phi+\frac{u}{m}}{A+Bu-uu} =$ non pas ſeulement $\frac{1}{Bz+\frac{A}{\Phi}}$, mais en général $\frac{1}{Mz+N}$, M & N étant des nombres quelconques, on pourra reduire l'intégration de $\frac{du}{u\sqrt{\Phi+\frac{u}{m}}.\sqrt{A+Bu-uu}}$ à celle de la quantité $\frac{dz}{z\sqrt{K+Lz}.\sqrt{Q+Pz+zz}}$, Q étant poſitif, & dans laquelle les coëfficiens Q, P, K, L dépendent de M & de N, qu'on peut ſuppoſer telles qu'on veut, pourvû que Q ſoit poſitif. Donc l'intégration de cette derniére quantité peut ſe réduire à celle d'une differentielle $\frac{dx}{(a+bx+cxx)^{\frac{q}{2}}.(e+fx+gxx)^{\frac{s}{2}}}$, dans laquelle $a+bx+cxx$ aura ſes racines réelles. Il faut ſeulement éviter qu'il n'y ait entre les coëfficiens $a$, $b$, $c$, $e$, $f$, $g$, une certaine équation : or dans ce cas-cy on eſt toujours le maitre d'empêcher que cette équation n'ait lieu ; puiſque les coëfficiens $a$, $b$, $c$ &c. dépendent de Q, P, K, L &c. & ceux-cy de M & de N qu'on peut prendre à volonté. Donc &c.

DE

## II.

## DE LA QUADRATURE DES COURBES, DONT LES ÉQUATIONS ONT TROIS OU QUATRE TERMES.

Quoyque cette matiére ait déjà été traitée par pluſieurs ſavans Géometres, entr'autres par Mrs. *Newton*, *Craig*, & *Herman*, je crois qu'elle peut l'être encore d'une maniére plus ſimple & plus générale.

Soit $Ay^{\lambda} + By^{\mu}x^{\sigma} + Cx^{\tau} = o$ une équation à 3 termes & ſoit propoſé de trouver l'aire $\int y\,dx$ de la courbe à laquelle appartient cette équation. On ſuppoſera $y = x^{r}u$, $r$ étant un coëfficient conſtant indéterminé, & $u$ une variable indéterminée, & l'on aura la transformée $Ax^{r\lambda-\tau}u^{\lambda} + Bx^{r\mu+\sigma-\tau}u^{\mu} + C = o$. Si on peut tirer de cette équation la valeur de $x$ en $u$, il eſt clair qu'on pourra avoir la valeur de $y\,dx$ en $u$ & $du$; car $y\,dx = x^{r}u\,dx$. Or on peut tirer de l'équation précédente la valeur de $x$ en $u$ dans tous les cas ſuivans. 1°. ſi $r\lambda - \tau = o$. 2°. ſi $r\mu + \sigma - \tau = o$. 3°. ſi $r\lambda - \tau = r\mu + \sigma - \tau$. 4°. ſi $r\lambda - \tau = 2(r\mu + \sigma - \tau)$. 5°. ſi $r\lambda - \tau = \frac{1}{2}(r\mu + \sigma - \tau)$. Dans chacun de ces differens cas on aura la valeur de l'indéterminée $r$. Ainſi on peut toujours reduire la quadrature d'une courbe dont l'équation a trois termes, à l'intégration d'une quantité $x^{r}u\,dx$, dans laquelle on aura la valeur de $x$ en $u$.

Pour ſavoir maintenant en quels cas la courbe ſera quarrable, il faudra ſe rappeller les Théoremes ſuivans.

1°. $u^{m}du\,(a + bu^{n})^{p}$ eſt intégrable, ſi $p$ eſt un nombre poſitif, $m$ & $n$ étant quelconques; à moins que $\frac{m+1}{n}$ ne ſoit un nombre poſitif $=$ ou $< p$, au quel cas un des termes s'intégrera par logarithmes.

2°. La même differentielle s'intégre encore ſi $\frac{m+1}{n}$ eſt égal à un nombre entier poſitif, à moins que $p$ ne fut un nombre entier négatif $=$ ou $<$ $\frac{-m-1}{n}$, auquel cas on intégrera par logarithmes.

3°. La même differentielle s'intégre ſi $\frac{m+1}{-n} - p$ eſt égal à un nombre entier poſitif, à moins que $-p-1$ ne ſoit un nombre entier poſitif.

Pour découvrir les cas où la courbe peut ſe quarrer par la quadrature des ſections coniques, il faut de même ſe rappeller.

1°. Que $u^m du\,(a+bu^n)^p$ eſt reductible à une differentielle rationnelle, ſi $p$ eſt un nombre entier quelconque négatif, $m$ & $n$ étant d'ailleurs tout ce qu'on voudra. Mém. 1746. p. 196. art. XII. N°. 1.

2°. Qu'il en eſt de même ſi $\frac{m+1}{n}$ ou ſi $\frac{m+1}{-n} - p$ ſont des nombres entiers negatifs : c'eſt dequoi on ſe convaincra facilement, en faiſant dans le premier cas $u^n = z$ & $a+bz = t$ ; ou bien $u = \frac{1}{z}$ ; $z^n = t$ & $at+b = s$.

3°. Si on fait $u^n = t$, on trouvera encore que la propoſée eſt reductible à une differentielle rationnelle, ſi $p = \frac{q}{2}$ & $\frac{m+1}{n} - 1 = \frac{r}{2}$, $q$ & $r$ étant des nombres impairs poſitifs ou negatifs.

4°. La même choſe aura lieu, ſi $p = \frac{q}{2}$ & $\frac{m+1}{-n} - p - 1 = \frac{r}{2}$.

Pour trouver de même les cas où la quadrature de la courbe propoſée ſe réduit à la rectification des ſections coniques, il n'y a qu'à

qu'à ſuppoſer $u^n = t^2$, ou $t^3$, ou $t^4$ & comparer enſuite la transformée aux differentes formules que j'ay données dans les Mém. de 1746. & 1748.

Soit maintenant $Ay^{\lambda} + By^{\mu}x^{\sigma} + Cx^{\varrho}y^{\theta} + Dx^{\tau} = o$ une équation à 4 termes, & ſoit fait $y = x^r u$; on aura la transformée $Ax^{r\lambda-\tau}u^{\lambda} + Bx^{r\mu+\sigma-\tau}u^{\mu} + Cx^{\theta r+\varrho-\tau}u^{\theta} + D = o$. Or on peut tirer de cette équation la valeur de $x$ en $u$ dans tous les cas ſuivans.

1°. ſi $r\lambda-\tau = o$ & $r\mu+\sigma-\tau = o$.
2°. ſi $r\lambda-\tau = o$ & $\theta r+\varrho-\tau = o$.
3°. ſi $r\mu+\sigma-\tau = o$ & $\theta r+\varrho-\tau = o$.
4°. ſi $r\lambda-\tau = o$ & $r\mu+\sigma-\tau = \theta r+\varrho-\tau$
5°. ſi $r\mu+\sigma-\tau = o$ & $r\lambda-\tau = \theta r+\varrho-\tau$
6°. ſi $\theta r+\varrho-\tau = o$ & $r\lambda-\tau = r\mu+\sigma-\tau$
7°. ſi $r\lambda-\tau = o$ & $r\mu+\sigma-\tau = 2(\theta r+\varrho-\tau)$
8°. ſi $r\lambda-\tau = o$ & $r\mu+\sigma-\tau = \frac{1}{2}(\theta r+\varrho-\tau)$
9°. ſi $r\mu+\sigma-\tau = o$ & $r\lambda-\tau = 2(\theta r+\varrho-\tau)$
10°. ſi $r\mu+\sigma-\tau = o$ & $r\lambda-\tau = \frac{1}{2}(\theta r+\varrho-\tau)$
11°. ſi $\theta r+\varrho-\tau = o$ & $r\lambda-\tau = 2(r\mu+\sigma-\tau)$
12°. ſi $\theta r+\varrho-\tau = o$ & $r\lambda-\tau = \frac{1}{2}(r\mu+\sigma-\tau)$
13°. ſi $r\lambda-\tau = r\mu+\sigma-\tau$ & $r\lambda-\tau = 2(\theta r+\varrho-\tau)$
14°. ſi $r\lambda-\tau = r\mu+\sigma-\tau$ & $r\lambda-\tau = \frac{1}{2}(\theta r+\varrho-\tau)$
15°. ſi $r\lambda-\tau = \theta r+\varrho-\tau$ & $r\lambda-\tau = 2(r\mu+\sigma-\tau)$
16°. ſi $r\lambda-\tau = \theta r+\varrho-\tau$ & $r\lambda-\tau = \frac{1}{2}(r\mu+\sigma-\tau)$
17°. ſi $r\mu+\sigma-\tau = \theta r+\varrho-\tau$ & $r\mu+\sigma-\tau = 2(r\lambda-\tau)$
18°. ſi $r\mu+\sigma-\tau = \theta r+\varrho-\tau$ & $r\mu+\sigma-\tau = \frac{1}{2}(r\lambda-\tau)$

Ces differentes conditions donneront deux valeurs de $r$, qui étant comparées, il en réſultera une équation entre les expoſans $\mu, \lambda, \sigma$ &c. de ſorte qu'on ne peut réduire que dans certains cas la quadrature de la courbe à l'intégration d'une differentielle $x^r u dx$ dans laquelle $x$ ſoit donnée en $u$.

On pourra découvrir encore dans ce cas-cy, comme dans le cas des équations à trois termes, les courbes qui ſeront quarrables, ou abſolument, ou par la quadrature des ſections coniques, ou par leur rectification; mais le calcul en ſera plus pénible.

## III.

## DE L'INTÉGRATION DES ÉQUATIONS DIFFERENTIELLES DU PREMIER ORDRE A DEUX VARIABLES.

Dans les Mém. de 1748, j'ay donné des méthodes pour intégrer certaines équations differentielles à deux variables $x, y$; ces méthodes ont principalement pour objet les cas où $\frac{dx}{dy}$ ſe trouve élevé à differentes puiſſances; de maniére qu'il ſoit difficile de tirer la valeur de $\frac{dx}{dy}$ en $x$ & en $y$. Par exemple dans le cas de $\frac{x}{y} = \Phi\frac{dx}{dy}$ ou $\frac{x}{y} = \Phi z$, qui eſt celui des équations homogenes, il pourroit être ſouvent très difficile de tirer la valeur de $\frac{dx}{dy}$ en $\frac{x}{y}$, pour reduire ces équations à la methode de Mr. *Bernoulli*. Celle que j'ay donné diſpenſe de prendre cette peine, & apprend en général a intégrer toute équation $x = y\Phi z$, $\Phi z$ étant une fonction quelconque de $z$, même qui renferme des ſignes $\int$.

Mais cette methode même paroit d'abord aſſez limitée, en ce qu'elle ſuppoſe qu'on ait la valeur de $\frac{x}{y}$ exprimée en $z$. Pour réſoudre

ſoudre donc plus généralement encore le cas des équations homogenes, ſuppoſons qu'on faſſe $\frac{dx}{dy} = z$ & $x = yk$ ; l'équation propoſée ſe changera en une équation algébrique quelconque entre $y$ & $k$. Ayant conſtruit la courbe dont cette équation eſt le lieu, on aura pour chaque $z$ la correſpondante $k$ ; & pour chaque $k$ la correſpondante $z$. Or puiſque $x = yk$ & $dx = z\,dy$ ; donc $z\,dy = y\,dk + k\,dy$, & $\frac{dy}{y} = \frac{dk}{z-k}$, donc on aura la valeur de $y$, en conſtruiſant & en quarrant la courbe dont les abſciſſes ſont $k$ & les ordonnées $\frac{1}{z-k}$.

IV. On peut de même intégrer toutes les équations dans leſquelles en faiſant $y^p z^q = k$ on a une équation entre $x$ & $k$. Car on conſtruira d'abord l'équation entre $x$ & $k$, enſuite on remarquera que $y^{\frac{p}{q}} z = k^{\frac{1}{q}}$ ou $dx.k^{\frac{-1}{q}} = dy.y^{\frac{-p}{q}}$ ; donc comme l'on a la valeur de $k$ pour chaque $x$, on aura pour chaque $x$ la valeur de $y$.

V. Soit propoſé de trouver les conditions d'integrabilité de l'équation

$$dx + \frac{fx\,dy}{y} = \frac{y^k x^r dy\,\Delta\frac{x}{y^n} + y^t x^s dx\,\Xi\frac{x}{y^n}}{y^m x^p \Phi\frac{x}{y^n} + y^q x^t \Gamma\frac{x}{y^n}}$$

ſoit $x = y^n u$, & faiſant $n = -f$, on aura l'équation ſuivante

$$y^f du = \frac{y^{k-fr} dy\,\Delta u.u^r + y^{-f+t-fs} u^s \Xi u.du - fy^{-f+t-fs-1} u^{s+1} dy\,\Xi u}{y^{m-pf} u^p \Phi u + y^{q-hf} u^h \Gamma u} :$$

or cette équation ſera intégrable, toutes les fois qu'elle pourra ſe reduire à cette forme $Vy^\lambda dy + V'y^{\lambda+1} du + V''y^\mu du = o$ ;

V,

V, V′, & V″ étant des fonctions de $u$; ce qui arrivera dans differens cas dont l'enumeration eſt facile. Il eſt viſible au reſte que l'équation $dx - \frac{x\,dy}{y} = \frac{dy\,\Delta\frac{x}{y}}{\Phi\frac{x}{y} + y^{p}\Gamma\frac{x}{y}}$ n'eſt qu'un cas particulier de ce probléme. Voyez Mém. 1748. pag. 281.

VI. Jusqu'à préſent les Géometres ont cherché les cas d'integrabilité des équations à trois & quatre termes, en déterminant les cas où ces équations peuvent être réduites à l'homogeneïté : mais en ces cas les conditions d'integrabilité ne tombent que ſur les expoſans: on en auroit trouvé davantage ſi on eut fait auſſi tomber les conditions ſur les coëfficiens. Soit, par exemple, $x\,dy + gy\,dx + ax^{n}\,dx + by^{n}\,dy = o$, & ſoit fait $x = y^{r}u$, on aura $y^{r}u\,dy + gy\,(ry^{r-1}\,dy.\,u + y^{r}\,du) + ay^{rn}u^{n}(ry^{r-1}u\,dy + y^{r}\,du) + by^{n}dy = o$; d'où l'on voit que l'équation eſt intégrable ſi $gr + 1 = o$, & ſi $rn + r - 1 = n$; c'eſt à dire ſi $g = -1$. En général ſoit $ax^{n}\,dx + by^{n}\,dy + (x\,dy - y\,dx)\left(\frac{p}{q} + \frac{\pi}{\omega}\right) = o$, $p$ & $q$ étant des fonctions homogénes de $x$ & de $y$, mais de differentes dimenſions, ſi l'on veut, & $\pi$, $\omega$, étant auſſi des fonctions homogénes, dont la difference des dimenſions ſoit $n - 1$, on aura en faiſant $x = yz$, la transformée $ay^{n}z^{n}(y\,dz + z\,dy) + by^{n}\,dy - yy\,dz\,.\,(y^{k}\Delta z + y^{n-1}\Phi z) = o$, équation intégrable. Il en eſt de même d'un grand nombre d'autres cas, mais je laiſſe ces recherches à ſuivre à d'autres.

VII.

## VII.

## SUR L'INTÉGRATION DE L'EQUATION.

$d^n y + a d^{n-1} y dx + b d^{n-2} y dx^2 \ldots\ldots + X dx^n = o.$

Dans les Mémoires de 1748. p. 289 art. LIII ; j'ay donné une methode générale pour conſtruire ces ſortes d'équations. M. *Euler* dans le Vol. VII. des *Miſcellanea Berolinenſia*, a auſſi donné une methode pour conſtruire ces mêmes équations dans le cas ou $X = o$ ; cette methode conſiſte à ſuppoſer $y = A c^{fx}$, à réſoudre enſuite l'équation $f^n + a f^{n-1} + b f^{n-2} \ldots\ldots$ &c. $= o$, puis ſuppoſant que $f, g, h$, ſoient les racines de cette équation, on fera $y = A c^{fx} + B c^{gx} + D c^{hx}$ &c. A, B, D étant des coëfficiens tout à fait arbitraires.

Si d'un côté cette methode eſt plus ſimple que celle qui réſulte de ma ſolution générale, de l'autre on ne voit pas clairement, ce me ſemble, que l'integrale donnée par M. *Euler* renferme toutes les integrales poſſibles de l'équation propoſée, car s'il eſt évident qu'en faiſant $y = A c^{fx}$ l'integration reüſſira, il n'eſt pas auſſi évident qu'elle ne reüſſira que dans ces cas-là.

Mais en rapprochant de ma ſolution celle de M. *Euler*, on peut s'aſſurer que celle-cy eſt générale. En effet il eſt facile de reconnoître par ma ſolution, qui donne la valeur générale de $y$, que $y$ doit en effet être exprimé par un certain nombre de termes $A c^{fx} + B c^{gx}$ &c. Car dans le cas, pas exemple, où l'équation differentielle eſt du 3e. degré, ma ſolution donne $My + Nx + Rz = Ku$ ; $M'y + N'x + R'z = K'u'$ ; $M''y + N''x + R''z = K''u''$ ; & de plus $du + \varrho u dx = o$, $du' + \varrho' u' dx = o$, $du'' + \varrho'' u'' dx = o$. donc &c.

Lorsque, dans la ſolution de M. *Euler*, & dans la nôtre, on trouve les valeurs de $f$ égales, par exemple lorsque $f = g$, alors on écrira ainſi la valeur de $y$; $y = Ac^{fx+\alpha x} + Bc^{fx+\varrho x}$, $\alpha$ & $\varrho$ étant des quantités infiniment petites, donc $y = (A+B)c^{fx} + (A\alpha x + B\varrho x)c^{fx} = (l+mx)c^{fx}$, $l$ & $m$ étant des coëfficiens quelconques. Comme il n'y a dans l'équation $y = Ac^{fx+\alpha x} + Bc^{fx+\varrho x}$, que deux coëfficiens A, B, & deux quantités infiniment petites $\alpha$, $\varrho$, abſolument arbitraires, il n'eſt pas néceſſaire de pouſſer l'expreſſion de $c^{fx+\alpha x}$ & celle de $c^{fx+\varrho x}$ jusqu'à plus de deux termes $c^{fx} + \alpha x c^{fx}$, & $c^{fx} + \varrho x c^{fx}$.

Si $f$ a 3 valeurs égales, comme il y a pour lors trois coëfficiens A, B, D, on ſuppoſera $y = Ac^{fx+\alpha x} + Bc^{fx+\varrho x} + Dc^{fx+\sigma x}$ & au lieu de $c^{fx+\alpha x}$, on écrira ſa valeur approchée $c^{fx} + \alpha x c^{fx} + \frac{1}{2}\alpha\alpha xx\, c^{fx}$; & ainſi des autres, en pouſſant jusqu'à trois termes, ce qui donnera $y = (l + mx + nxx)c^{fx}$.

Quand une des valeurs de $f$ eſt $= o$, alors c'eſt une marque qu'il ſe trouve quelque terme tout conſtant dans l'expreſſion de $y$: car ſi $f = o$, on a $c^{fx} = c^{o} = 1$. En effet, ſoit par exemple $d^3y + a\,dd\,dy\,dx + b\,dy\,dx^2 = o$, on aura une équation du 3e. degré $f^3 + aff + bf = o$; donc $y = Ac^{fx} + Bc^{gx} + D$; ce qui ſe trouvera encore d'une autre maniere en faiſant $dy = z\,dx$; & $z = A'c$

$z = A' e^{fx}$; car alors on aura $y = \int z\,dx + D$, & $z = A' e^{fx} + B' e^{gx}$.

Quand $f$ a plusieurs valeurs égales à zero, on les repréſentera par $e^{\alpha x}$, $e^{\varrho x}$, $e^{\sigma x}$, $\varrho$, $\alpha$, & $\sigma$ étant des quantités infiniment petites; s'il y a 3 valeurs, égales a zéro, on écrira $1 + \alpha x \pm \frac{1}{2}\alpha\alpha xx$, au lieu de $e^{\alpha x}$ & ainſi des autres; de ſorte que s'il y a, par exemple, 5 valeurs de $f$, deux réelles, & trois égales à zéro, on aura $y = A e^{fx} + B e^{gx} + l + mx + nxx$: on peut le trouver autrement par cet exemple. Soit $d^5y + a d^4y\,dx + b d^3y\,dx^2 = o$, on aura $f^5 + af^4 + bf^3 = o$; donc $y = A e^{fx} + B e^{gx} + l + mx + nxx$; or faiſant $dy = z\,dx$, $dz = q\,dx$, $dq = r\,dx$, on aura $ddr + a\,dr\,dx + br\,dx^2 = o$, en ſuppoſant $r = A' e^{fx}$, on trouvera $r = A' e^{fx} + B' e^{gx}$; $q = \int r\,dx + E$; $z = \int q\,dx + H$; $y = \int z\,dx + L$; donc $y = A e^{fx} + B e^{gx} + l + mx + nxx$.

Si les racines ſont imaginaires, par exemple, ſi $f = m \pm n\sqrt{-1}$ on aura $y = e^{mx}.\left(A e^{nx\sqrt{-1}} + B e^{-nx\sqrt{-1}}\right)$; & cette quantité deviendra réelle, ſi on le juge à propos, en ſuppoſant A & B imaginaires & de differens ſignes; dans le premier cas on aura $y = e^{mx}.L\,\text{cof}\,nx$; dans le ſecond on aura $y = e^{mx}.G\,\text{ſin}\,nx$. donc en général $y = e^{mx}.(L\,\text{cof}\,nx + G\,\text{ſin}\,nx) = H e^{mx}.[\text{ſin}\,(nx + R)]$.

Lorsque le terme $X dx^n$ ſe trouve dans l'équation, le probléme ſe réduit par ma methode à l'intégration de l'équation $du + \varrho u dx + \mathfrak{G} X dx = o$, $\varrho$ & $\mathfrak{G}$ étant des conſtantes; ainſi il faudra prendre $y = A c^{fx} + B c^{gx} + D c^{hx}$ &c. $+ E c^{fx} \int c^{-fx} X dx + F c^{gx} \int c^{-gx} X dx + G c^{hx} \int c^{-hx}$ &c. après avoir fait la ſubſtitution, on égalera à zéro les coëfficiens de tous les termes analogues, & on aura la valeur complette de $y$.

Pour faire ce calcul plus aiſément, on remarquera qu'en général ſi on ſuppoſe $E c^{fx} \int c^{-fx} X dx = R$, on aura $dR = E X dx + E f dx . R$; par conſéquent $ddR = E d X dx + E f dx . (E X dx + E f R dx)$; & ainſi de ſuite.

S'il y a des racines égales, par exemple, ſi $f = g$, alors au lieu des deux termes $E c^{fx} \int c^{-fx} X dx + F c^{gx} \int c^{-gx} X dx$; il faut écrire $E c^{fx} \int c^{-fx} X dx + G x c^{fx} \int c^{-fx} X dx - G c^{fx} \int x c^{-fx} X dx$; c'eſt de quoi on ſe convaincra aiſément, en écrivant $c^{fx + ax} = c^{fx} + a x c^{fx}$ au lieu de $c^{fx}$, & $c^{fx} + \varrho x c^{fx}$ au lieu de $c^{gx}$.

S'il y a pluſieurs racines égales à zéro, par exemple ſi $f = o$, $g = o$, alors il faudra écrire $E \int X dx + G x \int X dx - G \int X x dx$; on voit aiſément le procedé qu'il faudroit ſuivre s'il y avoit plus de deux racines égales, ou plus de deux racines égales à zéro.

J'ay fait voir à la fin de mon Mémoire ſur les cordes vibrantes (art. XLVII.) comment ma methode générale pouvoit s'abréger dans certains cas. Par exemple, ſi on a $d^4 y + A y dx^4 + X dx^4 = o$. il ne ſera pas néceſſaire d'employer quatre équations du premier dégré, mais

mais ſeulement deux du ſecond, qui ſe réduiront à une, & celle-cy à deux du premier. De même l'équation $d^8y + A d^4y dx^4 + B y dx^8 + X dx^8 = s$, ſe réduira à deux du quatrieme, qui ſe réduiront à une; celle-cy à deux du ſecond, qui ſe reduiront auſſi à une; & enfin celle-cy à deux du premier.

Mais il eſt encore plus important de remarquer que toutes les équations dont j'ay traité dans les Mémoires de 1748. depuis l'art. XLII. jusqu'a la fin, peuvent s'integrer en donnant aux variables qu'elles renferment, une forme convenable, toujours facile à trouver par ma methode. Soit, par exemple, propoſé d'integrer

$$dx + a dy + T(cx + ey) dt + \theta dt = o$$
$$dy + b dx + T(fx + gy) dt + \varepsilon dt = o$$

(voyez Mémoires 1748. p. 285 & 286 art. XLV. & XLVI;) on ſuppoſera

$$x = A c^{f\int T dt} + B c^{g\int T dt} + c^{f\int T dt}{}_{\int c} - {}^{f\int T dt} \cdot (E\theta + H\varepsilon)\, dt$$
$$+ c^{g\int T dt}{}_{\int c} - {}^{g\int T dt} \cdot (L\theta + M\varepsilon)\, dt ; \; y = A' c^{f\int T dt} + B' c^{g\int T dt}$$
$$+ c^{f\int T dt}{}_{\int c} - {}^{f\int T dt} \cdot (E'\theta + H'\varepsilon)\, dt + c^{g\int T dt}{}_{\int c} - {}^{g\int T dt}$$
$$\cdot (L'\theta + ME)\, dt ;$$ & ainſi des autres.

De même ſi on a
$$dx + (ax + by + cz)\, dt = o$$
$$dy + (ex + fy + gz)\, dt = o$$
$$dz + (hx + my + nz)\, dt = o$$

on ſuppoſera $x = A c^{ft} + B c^{gt} + H c^{ht}$; $y = A' c^{ft} + B' c^{gt} + H' c^{ht}$; $z = A'' c^{ft} + B'' c^{gt} + H'' c^{ht}$; & ainſi des autres cas plus compliqués. En voilà, ce me ſemble, aſſez pour faire connoi-

tre & pratiquer la methode, que je laiſſe à d'autres à détailler. Il ſuffit d'obſerver en général que la forme qu'on donnera aux valeurs indéterminées de $x$ & de $y$, dépend de deux choſes: 1°. de la forme de la valeur de $u$ dans l'équation finale; 2°. du nombre d'équations du premier dégré auxquels le problème ſe réduira, ou, ce qui eſt la même choſe, du nombre des valeurs de $u$, $u'$, $u''$ &c. toutes repréſentées par des équations finales, ſemblables, & de differens coëfficiens.

VIII. Soit l'équation differentielle du ſecond degré $ddu + \xi\, du dx + u X dx + \zeta dx = o$, $\xi$, X & $\zeta$ étant des fonctions de $x$; on propoſe de réduire cette équation à une du premier degré.

On fera $du + t\,Q\,dx = o$, $t$ & Q étant deux indéterminées; & ſubſtituant pour $du$ ſa valeur, puis diviſant par Q, on aura $dt + \frac{t\,dQ\,dx}{Q\,dx} + \xi\, t\,dx - \frac{u X dx}{Q} - \frac{\zeta dx}{Q} = o$; enſuite ajoutant enſemble les deux équations, on aura $du + dt + dx\left(tQ + \frac{t\,dQ}{Q\,dx} + \xi\, t - \frac{uX}{Q}\right) - \frac{\zeta dx}{Q} = o$. Or cette équation ſeroit intégrable, ſi elle pouvoit ſe réduire à la forme $du + dt + dx\,(u+t)P - \zeta\frac{dx}{Q} = o$ P & Q étant des fonctions de $x$. Dans cette hypotheſe on auroit une valeur de $u + t$ en $x$, & la valeur de $u$ qui en réſulte étant ſubſtituée dans $du + t\,Q\,dx = o$, on auroit une équation intégrable, d'où l'on tireroit la valeur de $t$, & par conſéquent celle de $u$. Or pour que $tQ + \frac{t\,dQ}{Q\,dx} + \xi\, t - \frac{u X}{Q}$ ſoit $= (u+t)$ P. il faut que $-\frac{X}{Q} = \xi + Q + \frac{dQ}{Q\,dx}$; d'où l'on tire $X\,dx + \xi\, Q\,dx + Q\,Q\,dx + dQ = o$. Donc toutes les fois qu'on pourra intégrer cette équation, on pourra intégrer la propoſée.

CO-

## COROLL. I.

Donc ſi l'équation propoſée eſt telle, qu'en faiſant $\zeta = o$, elle ſoit intégrable, elle le ſera auſſi dans les cas où $\zeta$ ſera une fonction quelconque, car ſoit $\zeta = o$, & ſuppoſons ſuivant la methode donnée par M. *Euler* Tom. III. des Mémoires de Petersbourg, $u = e^{\int y dx}$, on trouvera $X dx + \xi y dx + yy dx + d y = o$, équation intégrable puiſque l'on a (hyp ) la valeur de $u$ en $x$ & que $y = \frac{du}{u dx}$. Or cette équation eſt abſolument la même que $X dx + \xi Q dx + QQ dx + dQ = o$. Donc &c.

## REMARQUE I.

Si la quantité $\xi$ qui multiplie $du$ dans l'équation, contient un terme de cette forme $\frac{A}{x}$ ; on pourra toujours le faire diſparoitre, excepté dans le cas où A ſera $= +1$. Car ſoit diviſée l'équation par $dx$, & ſoit mis le premier terme ſous cette forme $d\left(\frac{du}{dx}\right)$, afin de faire varier tout ce qu'on voudra, on aura donc au lieu de $ddu + \frac{A du dx}{x}$ les termes $d\left(\frac{du}{dx}\right) + \frac{A du}{x} = \frac{ddu}{dx} - \frac{du\, ddx}{dx^2} + \frac{A du}{x}$ ; qui multipliés par $dx$ avec les autres termes de l'équation, donneront $ddu - \frac{ddx.du}{dx} + \frac{A du.dx}{x}$. Or ſoit $x = fz^k$, & ſoit pris $dz$ conſtant, on aura $dx = fk z^{k-1} dz$, & $ddx = fk(k-1) z^{k-2} dz^2$, donc les trois termes cy-deſſus deviendront $ddu + du(1-k+kA)\frac{dz}{z}$ ; & le ſecond terme s'évanouira en faiſant $k = -\frac{1}{A-1}$ : ainſi cette transformation pourra avoir lieu toutes les fois que A ne ſera pas $= 1$.

COROLL.

## COROLL. II.

Donc en général, ſi on a $ddu + \frac{A\,du\,dx}{x} + u\,B x^m dx^2 + \xi dx^2 = o$; cette differentielle ſe réduira à l'équation $ddu + u\,R z^p dz^2 + \zeta dz^2 = o$, excepté dans le cas de $A = 1$; & l'intégration dépendra de l'équation de *Riccati* $R z^p dz + QQ\,dz + dQ = o$. qu'on ſcait être intégrable dans differens cas.

## COROLL. III.

Si $A = 1$; l'intégration ſe réduira à celle de $B x^m dx + Q x^{-1} dx + QQ\,dx + dQ = o$; or faiſant $Q = r x^{-1}$, on trouve que cette équation eſt intégrable ſi $m = -2$.

## COROLL. IV.

Dans la même ſuppoſition on trouve que l'équation eſt encore intégrable & réductible à celle de *Riccati*, ſi $\frac{m+2}{o}$ eſt $= -\frac{4n}{2n+1}$, $n$ exprimant un nombre entier poſitif; ce qui ne donne aucune nouvelle condition réelle; en effet on peut conſidérer qu'en général, ſi $Q = r x^{-1}$, on aura $B x^{m+1} dx + \frac{r^2 dx}{x} + dr = o$; équation qui n'eſt intégrable que dans le cas où $m = -2$.

## COROLL. V.

Soit $X = A x^m$ & $\xi = B x^n$; on trouvera en faiſant $Q = p x^r + f x^s z^t$, les conditions d'intégrabilité de l'équation $A x^m dx + B x^n Q\,dx + QQ\,dx + dQ = o$; la transformée ſera intégrable toutes les fois qu'elle ſe réduira à une équation de cette forme $X z^{t-1} dz + X' z^t dx + z^{2t} X'' dx = o$, $X$, $X'$, $X''$ étant des puiſſances ou des

des fonctions de $x$ la même transformée ſera encore intégrable, lorſqu'elle tombera dans les cas intégrables de l'équation de *Riccati*. Je me contente d'indiquer tout cela, parce que cette matiére a déjà été traitée dans le premier Vol. des Mémoires de Petersbourg, & j'ajoute ſeulement que, ſi $X = Ax^m + \frac{I}{x}$, on auroit une transformée qui ne ſeroit pas plus compliquée, & dont on trouveroit de même les cas d'intégrabilité.

## COROLL. VI.

Soit encore $\xi = o$ & $X = Ax^m + Bx^n$, on trouvera en faiſant la même transformation que cy-deſſus, les conditions d'intégrabilité de l'équation $Ax^m dx + Bx^n dx + QQdx + dQ = o$.

## COROLL. VII.

M. *Euler* a donné dans le To. X. des Mém. de Petersbourg une methode pour intégrer en certains cas l'équation differentielle $(a + bx^n)x^2 ddu + (c + fx^n)x\,dx\,du + (g + hx^n)u\,dx^2 = o$. On pourra donc dans les mêmes cas intégrer cette équation, augmentée d'un terme quelconque $\zeta dx$, $\zeta$ étant une fonction quelconque de $x$.

## REMARQUE II.

Dans mon traité de Dynamique, imprimé il y a dix ans, p. 165 j'ay avancé trop généralement que l'équation $ddq = Nqdt^2\,\Psi t + dt^2\,\Gamma t$, dans laquelle N eſt une conſtante & $\Psi t$, $\Gamma t$, des fonctions quelconques de $t$, pouvoit toujours s'intégrer. L'intégration n'eſt poſſible, au moins par les methodes jusqu'ici connües, que dans les cas où l'équation $dy + yydt = N dt\,\Psi t$ peut s'integrer, $\Gamma t$ étant d'ailleurs une fonction quelconque de $t$.

## REMARQUE III.

Il ſemble d'abord qu'on pourroit rendre la ſolution fondamentale un peu plus générale, en faiſant $du - Et\,Q\,dx = o$, & en multi-

pliant la ſeconde équation par un coëfficient indéterminé $v$, ce qui donneroit, au lieu de $Xdx + Q\xi dx + Q^2dx + dQ = o$, l'équation $Xdx - \frac{EQ\xi dx}{v} + \frac{E^2Q^2dx}{v^2} - EdQ = o$; mais il eſt viſible que ces deux équations reviennent à la même, en mettant dans la ſeconde Q pour $-\frac{EQ}{v}$; & en général toute équation $X'dx + \xi' u dx + X'' u^2 dx + du = o$, ſe changera en $Xdx + \xi y dx + yydx + dy$, en faiſant $X'' u = y$; on peut même, en ſuppoſant $u = yr$ & $\frac{dr}{r} + \xi dx = o$, changer l'équation en celle-cy $\frac{Xdx}{r} + X'' y^2 r dx + dy = o$, qui dans certains cas pourroit être plus commode. Donc, puiſque l'équation $ddu + \frac{du\,dx}{x} + uXdx^2 + \zeta dx^2 = o$ ſe réduit à $Xdx + Qx^{-1}dx + QQdx + dQ = o$, il s'enſuit qu'en faiſant $Q = yx^{-1}$, elle ſe réduira à l'équation $xXdx + yy\frac{dx}{x} + dy = o$.

## REMARQUE IV.

Je ne doute point que la methode que j'ay donnée pour intégrer dans certains cas l'équation $ddu + \xi du\,dx + uXdx^2 + \zeta dx = o$, ne ſoit applicable à d'autres cas; mais je pourrai continuer ces recherches dans une autre occaſion. Soit, par exemple,

$$d^3u + \xi ddu\,dx + Xdu\,dx^2 + u\zeta dx^3 + \chi dx^3 = o.$$

En faiſant $ddu + Q\,dt\,dx + tNdx^2 = o$, on trouvera que l'équation eſt réductible à une du ſecond dégré, ſi $N = \chi + QQ - \frac{dQ}{dx} - \xi$ & $\zeta + NQ - \frac{dN}{dx} - \xi N = o$: or ſubſtituant dans la ſeconde équation la valeur de N tirée de la premiére, on aura une équation differentielle du ſecond dégré dont Q ſera l'inconnüe, qu'il faudra déterminer en $x$, donc l'intégration de l'équation $d^3u + \xi ddu\,dx + Xdu\,dx + u\zeta dx^3 + \chi dx^3 = o$ ſe réduit toujours à l'intégration d'une équation du ſecond dégré.

SECOND

# SECOND MÉMOIRE,

## SUR LA DÉTERMINATION DE LA PARALLAXE DE LA LUNE ET DE LA COURBÛRE DU MÉRIDIEN, CONTENANT LES OBSERVATIONS FAITES DEPUIS LA FIN D'AVRIL JUSQU'AU COMMENCEMENT DE SEPTEMBRE, 1752.

PAR M. DE LALANDE.

Lorsque j'ai eû l'honneur d'entretenir l'Académie dans un premier Mémoire de l'utilité de l'entrepriſe formée pour la découverte de la Parallaxe, je rapportai les Obſervations qui avoient été faites en conſéquence, & qui renfermoient un eſpace de cinq mois; il me reſte, Meſſieurs, à vous parler de celles qui m'ont réüſſi depuis ce tems-là jusqu'à préſent; elles ont toutes été faites depuis l'équinoxe du Printems, c'eſt à dire dans un tems où la Lune a une déclinaiſon méridionale, toutes les fois qu'elle paſſe de nuit par le Méridien; de là vient que je n'ai pû avoir que très peu d'Obſervations faites dans le point le plus avantageux, c'eſt à dire, celuy où la Lune paroiſſant à même hauteur, ſoit de Berlin, ſoit du Cap de Bonne Eſperance, donne la plus grande ſomme des Parallaxes, & les moins affectées de l'erreur des réfractions; au lieu que dans les points qui ont une grande déclinaiſon méridionale, l'inégalité des réfractions eſt fort à craindre & rend du moins les hauteurs abſoluës un peu moins ſures, puiſqu'on ſçait que quelquefois dans un inſtant elles ſouffrent des variations de 10″. Il y a à la vérité un avantage à obſerver près des limites de la déclinaiſon, parce que le changement en étant fort petit, la ré-

duction que l'on eſt obligé de faire à cauſe de la différence des Méridiens eſt moins ſujette à erreur; mais il eut été à ſouhaiter de pouvoir ſe ſervir toujours des limites ſeptentrionales.

J'ai crû, Meſſieurs, qu'en finiſſant de vous rendre compte du ſuccés de cet ouvrage, je devois achever auſſi de mettre un chacun à portée d'apprécier le degré d'exactitude & de juſteſſe que l'on peut eſpérer dans le réſultat; pour cela il eſt néceſſaire de faire quelques réfléxions ſur les Obſervations mêmes; ayant en effet expoſé déjà toutes les précautions que l'on a pû prendre pour les rendre exactes, il eſt bien juſte de dire un mot ſur les inconvéniens que l'on éprouve néceſſairement, ou du moins qu'on ne ſçaurcit entièrement éviter.

Le premier eſt l'erreur, ou l'inégalité, des diviſions qui ſont ſur le limbe d'un inſtrument; ſur un Quart de cercle de cinq pieds, il eſt difficile qu'il n'y en ait quelques unes qui montent juſqu'à quinze ſecondes, ce n'eſt que l'épaiſſeur d'une des lignes de la diviſion; celles-là ne ſont pas les plus dangereuſes, parce qu'avec un peu d'attention on peut les découvrir & en tenir compte; mais celles qui ne feroient que du tiers ou de la moitié, & qui n'iroient qu'à 5″ ou 6″ peuvent facilement échaper à la methode ordinaire, qui conſiſte à y appliquer un grand compas à verge, après l'avoir porté du centre à la circonférence, pour en déterminer le véritable rayon. Pour faire cette vérification, on place dans une ouverture pratiquée au milieu du cylindre, ou axe du mouvement de l'Alidade, un autre petit cylindre ſur lequel eſt un point très délicat, qui doit être le centre du quart de cercle; l'on voit évidemment qu'une legère différence dans la ſituation de ce point là, produit la même erreur que l'inégalité des diviſions, ſi elle vient à ſe trouver dans le ſens perpendiculaire à la Lunette. Mr. *de la Caille*, qui vient d'envoyer ſes Obſervations pour être publiées, n'a encore rien entrepris non plus que moy du coté de l'examen de ces erreurs de ſon Quart de cercle, parce que lorsqu'il ne s'agit que de comparer la Lune à des étoiles qui ont à peu près la même déclinaiſon, les erreurs deviennent moins dangereuſes.

Une

Une autre ſource d'erreur, eſt l'état forcé d'un quart de cercle, ou la fléxion de ſes parties ; Mr. *Bouguer* a ſoumis au calcul les cas les plus ſimples ; mais outre qu'il y en a beaucoup qu'on ne ſçauroit calculer, il eſt aſſez rare qu'on puiſſe appliquer le calcul à ceux-même où il pourroit être applicable.

Un Quart de cercle mobile d'un grand poids tend manifeſtement à devenir moins convexe dans toutes ſes parties, lorsqu'il eſt dirigé vers le 45$^e$ degré, ou ſeulement dans la partie inférieure lorsqu'il l'eſt au zenith ou à l'horiſon ; le Quart de cercle mural que j'ai employé à mes Obſervations eſt à peu près dans le même cas, car lorsqu'après avoir été ſuſpendu pendant quelques années, on a voulu y décrire un nouvel arc concentrique à ceux qui y étoient déjà, on a vû qu'il s'écartoit des premiers plus dans certains points que dans d'autres ; on a remarqué auſſi que les jointures des différentes parties, qui dans quelques endroits ſont abſolument inſenſibles, laiſſent dans quelques autres, des intervalles, qui, quoique fort petits, indiquent évidemment l'effet de la peſanteur des parties inférieures pour troubler l'équilibre. Enfin, on voit que l'Arc de Nonnius qui en approchant de l'horizon eſt aſſez exactement contigu à la diviſion, ceſſe de l'être & s'écarte en approchant du zenith, de ſorte qu'il paroit s'élever d'environ $\frac{1}{6}$ de ligne. Cet effet eſt contraire à celuy qui provient de l'uſûre, qu'un frottement perpetuel doit cauſer ſur l'axe du centre, ou tout au moins du déplacement & de l'affaiſſement de cet axe, qui produit des erreurs qui doivent aller en croiſſant en approchant de l'horiſon, & qui ſeroient additives à la diſtance au zenith obſervée : auſſi l'on a trouvé en Angleterre qu'après un uſage de plus de 20 ans l'axe d'une Lunette n'avoit ſouffert ſenſiblement aucune altération.

Il peut auſſi arriver, ſans qu'on s'en apperçoive, que la manière dont le quart de cercle poſe ſur ſes appuis, ou les viſſes qui le contiennent, le tiennent dans un état forcé ; & j'avoüe qu'en conſidérant la délicateſſe de l'inſtrument, je n'ai jamais été tranquille à ce ſujet ; la

ſeule méthode qu'on peut employer pour s'en appercevoir, eſt de baiſſer des à plombs de chaque point du limbe, pour voir s'ils tombent tous exactement dans une même ligne; mais qui ne voit que cette opération eſt aſſez peu ſuſceptible d'exactitude?

Enfin, pour n'omettre rien dans le détail de ce qui peut ſervir à l'éclairciſſement de ceux qui voudront faire uſage de ces obſervations, je dois ajouter qu'il y a une autre circonſtance qui jette ſur les hauteurs abſolües quelque petite incertitude. Le fil d'argent qui eſt ſuſpendu ſur le premier point de la diviſion, & que l'on conſidère comme immobile & conſtamment perpendiculaire à l'horiſon, doit ſervir à reconnoitre les variations en hauteur, à découvrir l'erreur du Quart de cercle, & à faire en conſéquence les réductions convenables; pour cela il eſt néceſſaire que ſa direction ſoit déterminée par deux points, avec une égale exactitude; mais le point qui eſt dans la partie ſupérieure du Quart de cercle ne pouvant, à cauſe de la diſpoſition du centre, être placé dans le même plan que le limbe, on eſt obligé de l'y apporter à la vüe, ce qui n'eſt pas de la dernière exactitude, parce que le moindre écart dans la direction de l'oeil peut cauſer une erreur dans la ſituation apparente du fil. On ſçait auſſi que dans les réductions qui dépendent de ce fil à plomb, mille circonſtances peuvent nous induire en erreur; un petit mouvement cauſé par un vent coulis dont ſouvent on ne peut pas ſe préſerver, un fil d'araignée qu'on n'appercevra pas, une pellicule ſur la ſurface de l'eau qui y produiſe de la réſiſtance; & ſurtout la chaleur & le froid, qui ſont cauſe que tantôt le fil s'écarte conſidèrablement du limbe, & une autre fois y ſoit trop appuyé, & par conſéquent ne ſoit plus au foyer du microſcope où ſe trouve le point. Je crois que toute perſonne qui aura une idée de la pratique des Obſervations, & de leur délicateſſe, ne ſera point étonnée de voir des hauteurs abſolües priſes en divers tems de l'année, differer entre elles d'une manière tant ſoit peu irréguliere; mais on peut être aſſuré que les diſtances de la Lune aux étoiles n'en ſont que très peu affectées, parce que j'ai toujours pris

ſoin

ſoin de mettre peu d'intervalle entre les differentes Obſervations d'un même jour, pour que les variations devinſſent plus petites.

Je n'y ai point compris une vingtaine d'Obſervations de la Lune faites en particulier par Mr. *Kies*, quoi qu'il ait bien voulu me les communiquer; il en rendra compte luy-même à l'Académie, comme je le fais aujourdhuy de celles qui me ſont propres.

Je n'ai pas crû devoir omettre les Obſervations de Venus, que l'on trouvera icy en aſſez grand nombre; l'avantage de l'Aſtronomie qui embraſſe également la Théorie de tous les mouvemens céleſtes a dû m'y engager; puisque, quand la Théorie de la Terre ſera enfin parvenüe à un degré ſuffiſant de perfection, toutes les obſervations des planetes, faites même hors des ſyzygies, ſeront également propres à nous en faire découvrir exactement les mouvemens & les anomalies.

Les petites étoiles de la ſixième grandeur, qui, lorsqu'elles paſſent fort près de la Lune, enveloppées dans ſa lumière, s'obſervent fort commodèment, ne pourroient l'être avec la même exactitude dans toute autre ſituation, lors qu'on eſt obligé d'éclairer les fils, de ſorte qu'il y en a pluſieurs que je n'ai obſervées qu'une ſeule fois; mais pour les étoiles de la 3 ou 4$^{e}$ grandeur, je les ai toujours obſervées le plus ſouvent qu'il m'a été poſſible.

Par une raiſon contraire, on ne trouvera que peu d'étoiles obſervées en plein jour, parce qu'alors elles paroiſſent trop peu & d'un trop petit diametre, pour qu'on en puiſſe meſurer la hauteur avec des fils d'argent, tels que ceux dont je ſuis obligé de me ſervir.

Dans les Obſervations ſuivantes j'ai réduit tout au centre de la Lunette, & au milieu du fil, en ſuppoſant ſa demi-épaiſſeur de 3″, ce que je n'avois point fait dans les précèdentes; voicy la methode que j'ai employé pour la déterminer. J'ai trouvé par expérience, en joignant exactement enſemble un grand nombre de fils de la même groſſeur que ceux dont je me ſers, que leur diametre eſt d'environ la 565$^{e}$ partie d'un pouce anglois; & comme j'ai trouvé d'un autre coté

coté que l'intervalle que les étoiles ſituées dans l'Equateur parcourent à travers les fils du reticule, en 51″, qui répond par conſéquent à 12′ ¾, meſuré exactement eſt de 2, 3 lignes, il s'enſuit que l'épaiſſeur du fil eſt 6″. On peut employer auſſi le foyer de l'objectif qui eſt de 5 pieds 5 pouces, en diſant: 65 pouces ſont à $\frac{1}{56}$ de ligne comme le rayon eſt à la tangente d'un angle, qui ſe trouve encore de ſix ſecondes.

Je n'ay point employé la correction des diſtances au zenith, qu'on appelle ordinairement erreur du Quart de cercle, mais elle eſt ſuffiſamment déterminée par le retournement. Le ſix Juin, le Quart de cercle fut déplacé pour être mis au Nord; on le tranſporta ſans ôter la Lunette, de peur que l'erreur qu'il falloit découvrir ne fut changée par le déplacement; cependant il étoit impoſſible de préparer exactement les ſupports, & de les fixer dans leur veritable ſituation, ſans que la machine fut miſe en place, de ſorte qu'il fallut la préſenter juſqu'à trois fois, & qu'elle ne reſta fixe qu'à la quatriéme fois; peut-être ces tentatives, ces eſſais, y ont-ils cauſé le même dérangement, qu'eut produit le déplacement de la Lunette, mais ils ſont indiſpenſables, lors qu'il s'agit de fixer pour la premiére fois un inſtrument ſi compoſé.

Le 14 Juin, & le 20, j'obſervai la diſtance apparente au zenith de l'étoile κ à l'aile de Pégaſe de 24′ 18″ vers le Nord, mais dans la premiére ſituation du Quart de cercle, je l'avois obſervée le 3, & le 5 Juin 23′ 51″, la différence eſt 27″ ainſi l'erreur du Quart de cercle devroit être de 13″½; en prenant celle du 15 ou celle du 22, l'erreur eſt 16, 16½, ou 17″½; en employant celle du 6 Juin, on a 19½ ou 21″. Enfin il paroit qu'en prenant 18″, on ſatisferoit aſſez à ces Obſervations combinées toutes enſembles. Le Quart de cercle ayant été remis enſuite dans ſa premiére ſituation, une petite étoile de Pégaſe obſervée le 22 Juin, & que jobſervai encore le 25 me donne 19″½ auſſi bien que κ de Pégaſe; en prenant d'autres Obſervations on trouve indifféremment 16½, 17½, 20¼″, de ſorte qu'il ſemble qu'on

qu'on doive s'arrêter à 19″; ainſi tout raſſemblé, il faudra ôter 18″ ou 19″ de toutes les diſtances au Zenith obſervées depuis le 25 Novembre, pendant tout le cours de l'année.

Pour ce qui eſt du Quart de cercle de 2 pieds, avec lequel ont été priſes les hauteurs correſpondantes du Soleil qui ſont rapportées de tems en tems, quoique bon, il eſt trop petit pour pouvoir ſervir à aucune détermination bien exacte; j'ay entrepris avec Monſieur *Kies*, de vérifier à l'Horizon, par le renverſement, l'angle des hauteurs; nous l'avons trouvé aſſez exactement de 90°. mais après un grand nombre de tentatives, nous avons reconnù qu'une erreur de 10″ ou 15″ pourroit facilement nous échapper & qu'il ne falloit pas conter avec tel inſtrument, ſur une plus grande préciſion.

Je terminerai ces réfléxions par une eſpéce d'apprétiation ou d'eſtime, que chaque Obſervateur devroit toujours joindre à ſes propres ouvrages, ſauf à ceux qui ſe chargent d'examiner le réſultat & les conſéquences, à réformer le jugement que l'auteur en auroit pû porter. Je crois donc que tout examiné, ſoit du coté de la nature des obſervations, ſoit par rapport aux circonſtances, ſoit enfin à raiſon des inſtruments, le plus grand nombre des diſtances de la Lune aux étoiles, que je vais rapporter, ne ſçauroit differer du vray que de 4″ ou 5″; quantité telle que lorsqu'on ſe ſert de pluſieurs obſervations pour découvrir un élément, quelque petite que ſoit la compenſation qui ſe fait des erreurs, on eſt toujours ſûr d'avoir atteint ce but, qui dans toutes les Sciences porte le nom de VRAI, pris néammoins dans le ſens dont chacune eſt ſuſceptible, & rélativement à l'état où elle ſe trouve. Si l'Aſtronomie eſt de toutes, celle qui a fait de nos jours les progrès les plus remarquables, il ne faut pas s'en étonner, elle eſt auſſi de toutes, celle dont l'objet eſt le plus étendu; liée d'ailleurs également à la pratique & à la theorie, elle s'accroit à meſure que l'une ou l'autre ſe perfectionne, & elle ne ceſſera jamais de ſe perfectionner, parceque l'eſprit humain ſi fecond en reſſources, & auſſi inépuiſable que ſon objet, ne ſçauroit gueres ſe preſcrire des bornes.

# OBSERVATIONS.

Le 22 Avril 1752. tems civil.

| | *Tems de la Pendule* H. M. S. | | *Diſtances au Zenith.* D. M. S. |
|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de Jupiter, | 3 6 35 | Bord ſuperieur | 30 36 48 |
| $\theta$ du Lion, | 7 51 30½ | | 41 30 20 |
| $\epsilon$ du Lion, | 7 55 21¾ | | 27 36 50 |
| $\mu$ du Lion, | 8 2 14½ | | 25 21 22 |
| Premier bord de la Lune, | 8 4 16 | à 5′ 21″ Bord ſuperieur | 44 38 36 |
| | | à 6 20″ Bord ſuperieur | 44 38 43 |
| *Regulus*, | 8 18 41½ | | 39 20 40½ |
| $\gamma$ à la tête de la Vierge, | 9 56 25½ | | 44 35 26 |
| $\beta$ du Lion, *Nebulaſit*, *Denebola*, | | | 36 33 27 |
| $\beta$ de la Vierge, | 10 1 2½ | | 49 20 39 |
| $\pi$ de la Vierge, | | | 44 30 35 |

Le 23 Avril.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de Venus, | 22 34 59 | Bord ſuperieur | 52 47 3 |
| Premier bord du Soleil, | 0 25 5 | Bord ſuperieur | 39 30 10½ |
| $\epsilon$ du Lion, | 7 52 2½ | | 27 36 50 |
| $\epsilon$ à la griffe du Lion, | 9 38 31 | | 54 8 42½ |
| $\gamma$ de la Vierge | 9 53 6¾ | | 44 35 30 |
| $\beta$ du Lion, | 9 56 23¼ | | 36 33 29½ |
| $\beta$ du Lion, | 9 57 45 | | 49 20 40½ |

Le 24 Avril.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Premier bord du Soleil, | 0 26 10 | Bord ſuperieur | 39 10 17 |
| Second bord du Soleil, | 0 28 20¾ | | |
| Bord ſuivant de Jupiter, | 3 1 41¼ | Bord ſuperieur | 30 33 17½ |
| *Regulus*, | 8 12 2½ | | 39 20 40 |
| Premier bord de la Lune, | 9 40 40¾ | à 41′ 40″, B. S. | 54 17 24 |
| $\beta$ du Lion, | 9 53 4 | | 36 33 28 |

Le

Le 25 Avril.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le premier bord du Soleil, | 0 | 26 | 35½ | | | |
| Second bord, | 0 | 28 | 46 | Bord ſuperieur | 38 | 51 1 |

Le 26 Avril.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Une étoile du Corbeau, | 10 | 35 | 41 | | 69 | 21 47 |
| Entre le Corbeau & la Vierge | 10 | 38 | 18¾ | | 64 | 8 26 |

Le 27 Avril.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Premier bord du Soleil, | 0 | 27 | 30½ | | | |
| Second bord, | 0 | 29 | 42 | Bord ſuperieur | 38 | 12 36 |
| *Regulus*, | 8 | 2 | 7¾ | | 39 | 20 40 |
| γ du Corbeau, *Algorab*, | 10 | 9 | 41 | | 68 | 38 44 |
| δ du Corbeau, | 10 | 23 | 38½ | | 67 | 36 55 |
| η du Corbeau, | 10 | 25 | 54 | | 67 | 18 11 |
| * du Corbeau, | 10 | 32 | 22 | | 69 | 21 47 |
| * du Corbeau, | 10 | 34 | 59⅔ | | 64 | 8 25 |
| α de la Vierge, | 11 | 18 | 38⅔ | | 62 | 21 1 |
| Le premier bord de la Lune, | 12 | 1 | 29⅔ à 2′ 40″ | B. S. | 67 | 8 6 |
| *Arcturus*, | 12 | 10 | 48 | | 32 | 1 53 |

Le 28 Avril.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de Venus, | 22 | 40 | 40 | Bord ſuperieur | 50 | 26 58 |
| Le centre du Soleil, | 0 | 29 | 5¾ | | | |
| *Procyon*, | 5 | 30 | 18 | | | |
| *Regulus*, | 7 | 58 | 48¾ | | 39 | 20 40 |
| ζ du Lion, | 8 | 6 | 33 | | 27 | 52 30½ |
| γ du Lion, | 8 | 9 | 56½ | | 31 | 25 53 |
| α du Corbeau, | 9 | 58 | 55 | | 75 | 53 23 |
| γ du Corbeau, | 10 | 6 | 23 | | 68 | 38 42 |
| ι du Centaure, | 11 | 9 | 39 | | 87 | 38 13 |
| α de la Vierge, | 11 | 15 | 21 | | 62 | 21 2 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Entre le Corbeau & la Vierge, | 11 | 29 | 45 | | 67 44 16½ |
| | 11 | 34 | 13½ | | 67 24 6½ |
| | 11 | 39 | 30 | | 69 21 46½ |
| | 12 | 4 | 48 | | 69 30 36½ |
| *Arcturus*, | 12 | 7 | 30 | | 32 1 56½ |

Le 29 Avril.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| α de la Balance, | 12 | 40 | 9 | | 67 28 31½ |
| Ventre de la Lune, | 12 | 50 | 30½ | à 51′ 35″ B.S. | 70 11 41½ |
| Second bord de la Lune, | 12 | 51 | 42½ | | |
| Le premier bord du Soleil, | 0 | 28 | 27 | Bord ſuperieur | 37 35 22 |
| Le ſecond bord du Soleil, | 0 | 30 | 39 | | |
| *Regulus*, | 7 | 55 | 31 | | 39 20 41 |

Enſuite la Pendule a été arrêtée pour accourcir la Verge du Pendule.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| τ à la jambe du Bouvier, | 11 | 6 | 10 | | 33 20 56½ |
| η du Bouvier, | 11 | 7 | 38½ | | 32 51 45 |
| Entre le cou & la queüe de l'Hydre, | 11 | 27 | 14 | | 79 28 48½ |

Le 1 May.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| χ à la jambe d'Ophiucus, | 13 | 37 | 1 | | 70 20 47½ |
| φ a la jambe d'Ophiucus, | 13 | 40 | 9 | | 66 27 39½ |
| Le premier bord du Soleil, | 23 | 57 | 44½ | Bord ſuperieur | 36 58 54 |
| Le ſecond bord, | 23 | 59 | 56½ | | |
| Bord ſuivant de Jupiter, | 2 | 13 | 6 | Bord ſuperieur | 30 21 39 |
| La chevre, *Ayuk*, | 2 | 21 | 8½ | | 6 48 39 |
| γ de la Vierge, | 9 | 50 | 53 | | 52 35 19 |

Le 2 May.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Au pied d'Ophiucus, | 14 | 21 | 9 | | 78 39 6 |
| | 14 | 23 | 57 | | 76 26 30 |
| θ | 14 | 27 | 49½ | | 77 10 22 |
| B au pied d'Ophiucus, | 14 | 32 | 15¾ | | 76 22 19 |
| ξ du Serpent, | 14 | 44 | 29 | | 67 41 55 |

Bord

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de la Lune. | 14 | 47 | 19 | à 46′ 42″ B. S. | 73 | 51 | 42 |
| & à | 14 | 47 | 54 | le même Bord | 73 | 51 | 46 |
| Bord ſuivant de Saturne, | 14 | 56 | 2 ½ | Bord ſuperieur | 74 | 28 | 52½ |

Hauteurs correſpondantes du Bord ſuperieur du Soleil

| *Hauteurs.* | *Matin.* | *Soir.* | *Milieu.* |
|---|---|---|---|
| 40° 45′ 50″ | 21ʰ 12′ 6 ½″ | 2ʰ 47′ 26½″ | 23ʰ 59′ 46¼″ |
| 41 0 0 | 21 13 55 | 2 45 37 | 23 59 46 |
| 41 5 50 | 21 14 42 | 2 44 49½ | 23 59 45¾ |
| 42 0 0 | 21 21 52 | 2 37 41 | 23 59 46½ |
| 42 20 0 | 21 24 32 | 2 34 59½ | 23 59 45¾ |
| 42 45 50 | 21 28 1 ½ | 2 31 30 | 23 19 45¾ |

La correction étant 13″½, l'erreur du Quart de cercle ſe trouve nulle à la hauteur du Soleil pour ce jour là

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Premier bord du Soleil, | 23 | 58 | 26¼ | Bord ſuperieur | 36 | 41 | 0 |
| Second bord, | 0 | 0 | 38¾ | | | | |
| γ du Lion, | 7 | 25 | 17¾ | | 31 | 25 | 54 |

Le 3 May.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord précedent de Saturne, | 14 | 52 | 42 | Bord ſuperieur | 74 | 23 | 46 |
| *Entre Ophiucus & le ſagittaire, | 14 | 59 | 58 | | 68 | 13 | 10 |
| τ à la main d'Ophiucus, | 15 | 6 | 34 | | 60 | 38 | 53 |
| *près de l'extremité de l'arc, | 15 | 11 | 19½ | | 69 | 38 | 8 |
| A l'arc du ſagittaire, | 15 | 16 | 46½ | | 72 | 19 | 53 |
| Bord ſuivant de Venus, | 22 | 15 | 7¼ | le Centre | 48 | 7 | 25 |
| Premier bord du Soleil, | 23 | 59 | 9 | | | | |
| Second bord, | 0 | 1 | 21⅔ | Bord ſuperieur | 36 | 23 | 31 |

La Pendule a enſuite été arrêtée, pour changer la longueur du Balancier,

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de Jupiter, | 2 | 8 | 29½ | Bord ſuperieur | 30 | 18 | 11 |

Le 4 May

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| β de la Lyre, | | 15 55 31 | | | 19 25 28 |
| ε de l'Aigle, | | 16 2 52 | | | 37 45 23 |
| La Lune. | à | 16 21 38 | Bord ſuperieur | | 71 24 57 |
| | | 16 23 5 | le même bord | | 71 24 42 |
| Bord ſuivant de la Lune, | | 16 24 2 | à 25′ 5″ B.S. | | 71 24 32 |
| Le Centre de Venus, | | 22 16 11 | le Centre | | 47 39 32 |
| La ſecond bord du Soleil, | | 0 1 45½ | | | |

Le 5 May.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| β de la Lyre, | 15 52 16 | | 19 25 26 | |
| ε de l'Aigle, | 15 59 37 | | 37 45 18 | |
| Le premier bord du Soleil, | 0 0 9½ | | | |
| Le ſecond bord, | 0 2 22½ | | | |

La Pendule a été arrêtée, & le Balancier alongé.

Le 8 May.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Regulus*, | 6 | 53 | 25½ | 39 | 20 | 35 |
| α de la Vierge, ἡ σπάχυς, | 10 | 9 | 53½ | 62 | 21 | 14 |
| η de la grande ourſe, *Benethnaſch, Elkeid* | 10 | 35 | 22 | 1 | 58 | 5 |
| η du Bouvier, & une petite étoile qui précede, | 10 | 39 | 6 | 33 | 21 | 2 |
| | 10 | 30 | 36 | 32 | 52 | 3 |
| Proche de la Vierge, | 10 | 52 | 7¾ | 60 | 36 | 50 |
| Entre le pied de la Vierge & la queüe de l'Hydre, | 10 | 59 | 20½ | 69 | 30 | 40 |
| *Arcturus*, ὀψὲ δύων, *Azimech*, | 11 | 2 | 1½ | 32 | 2 | 0 |

Le 9 May.

Le bord ſuivant de la Lune, 20 14 16½ à 13′ 30″ B. S. 52 26 29
à 14′ 48″ B. S. 52 26 8

Le broüillard, & le grand jour rendoient le bord ſuperieur très difficile à diſtinguer.

Le

Le 10 May.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Premier bord du Soleil, | 0 1 21¼ | Bord ſuperieur | 34 27 55 |
| Second bord, | 0 3 35 | | |

Enſuite le Pendule a été alongé.

Le 16 May.

| | | |
|---|---|---|
| Αρυτῆρος, *Aramech*, | 10 2 54¾ | 32 51 47 |

Le 17 May.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Premier bord du Soleil, | 23 54 35½ | Bord ſuperieur | 32 47 8 |
| Second bord, | 23 56 50¼ | | |

Par des hauteurs du Soleil, le Centre 23 55 52 dont il faut ôter 10″⅓, ainſi la déviation du Quart de cercle dans ce point là eſt 1″ à l'Occident.

| | | |
|---|---|---|
| *Sirius*, | 2 51 13⅔ | 68 52 56 |

Le 22 May.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Sirius*, | 2 30 54½ | | |
| Le bord de la Lune, | 7 54 42¾ | à 55′ 45″ B. S. | 57 36 37 |
| Et à | 7 57 50″ | le même bord | 57 36 57 |
| Au genoüil de la Vierge, | 9 24 15 | | 59 56 15 |
| E'toiles prés de la Vierge, | 9 28 20⅔ | | 63 39 52 |
| | 9 33 35½ | | 59 2 14 |
| | 9 37 35 | | 59 19 19 |
| | 9 42 37 | | 59 36 26 |
| | 9 55 17 | | 48 55 1 |
| ι de la Vierge, | 9 58 35 | | 57 18 14 |
| μ au pied de la Vierge, | 10 25 28½ | | 57 3 46 |

Le 23 May.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Premier bord du Soleil, | 23 54 7 | Bord ſuperieur | 21 32 55 |
| Second bord, | 23 56 22 | | |
| β à l'aile de la Vierge, | 10 48 46½ | | 56 42 30 |
| α de la Vierge, | 11 3 43 | | 62 21 17 |

E'toiles

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Etoiles près de la Vierge, | 11 | 20 | 10 | | 59 56 18 |
| | 11 | 24 | 15½ | | 63 39 57 |
| | 11 | 25 | 39½ | | 60 57 7 |

## Le 24 May.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Le premier bord du Soleil, | 23 | 54 | 3 | Bord ſuperieur | 31 21 45 |
| Second bord, | 23 | 56 | 19¼ | | |
| L'épic de la Vierge, | 8 | 59 | 39¾ | | 62 21 10 |
| Petites étoiles de la Vierge, | 9 | 5 | 1 ¾ | | 57 40 56½ |
| | 9 | 6 | 36¾ | | 57 28 5 ½ |
| | 9 | 16 | 5 ¾ | | 59 56 9 |
| | 9 | 20 | 12 | | 63 40 1 ½ |
| Premier bord de la Lune, | 9 | 25 | 54¾ | à 26′ 57″ B.S. | 65 59 28 |
| & à | 9 | 29 | 5 | le même bord | 65 59 47 |
| λ au pied de la Vierge, | 9 | 53 | 4 | | 64 42 26 |
| μ de la Balance, | 10 | 23 | 1 | | 65 35 19 |
| α de la Balance, χηλὴ νότιος, | 10 | 24 | 25½ | | 67 28 46 |

## Le 28 May.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Etoiles de cinquieme grandeur, | 9 | 39 | 54½ | | 79 2 36 |
| | 9 | 41 | 48 | | 76 7 29 |
| | 9 | 44 | 45 | | 80 47 18 |

## Le 29 May.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Petites étoiles, | 12 | 24 | 34 | | 69 43 42 |
| | 12 | 30 | 43½ | | 78 38 54 |
| Le ventre de la Lune, | 12 | 36 | 16 | à 37′ 20″ B.S. | 73 54 3 |
| Second bord de la Lune | 12 | 38 | 26 | | |
| & à | 12 | 39 | 30 | le même bord | 73 54 1 |
| α d'Ophiucus, | 12 | 54 | 10 | | 39 44 43 |
| Le Centre de Saturne, | 12 | 58 | 44½ | Bord ſuperieur | 74 19 15 |

Petite

| | | | |
|---|---|---|---|
| Petite étoile aſſez proche, | 13 59 18½ | | 73 59 38 |
| $\mu$ à l'extremité de l'arc, | 13 29 25 | | 73 33 30 |
| $\eta$ de la gr. Ourſe, *Benethnaſch*, | 9 4 58 | | 1 57 55 |
| *Arcturus*, | 9 31 37½ | | 32 1 47 |
| $\theta$ à la main du Bouvier, | 9 44 52 | au Nord | 0 29 0 |

Le 30 May.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Le ventre de la Lune, | 13 24 31 | à 25′ 32″ B.f. | 73 29 35 |
| Second bord de la Lune, | 13 26 38 | | |
| $\lambda$ à l'arc du Sagittaire, | 13 39 1½ | | 77 58 20 |

à $13^h\ 55'\ 4'$ de tems vrai, émerſion de l'étoile $\mu$ à l'extremité de l'arc du Sagittaire, ſur la ligne tirée par *Copernic*, & le milieu de *Mare ſerenitatis*, au deſſous de *Mare Caſpium*, d'une quantité égale à la largeur de cette tache.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Etoiles du Sagitt. de 5e grandeur | 14 2 12 | | 73 2 27 |
| | 13 6 26 | | 75 28 35 |
| $o$ à la tête du Sagittaire, | 14 9 14⅔ | | 73 51 54 |
| $\pi$ à la tête du Sagittaire, | 14 16 6½ | | 74 32 6 |
| Second bord du Soleil, | 23 56 23 | | |

Par des hauteurs correſpondantes, le midi vrai eſt $23^h\ 55'\ 12''$, ainſi la déviation du Mural ſe trouve de près de 3″ à l'Occident.

| | | | |
|---|---|---|---|
| L'épic de la Vierge, | 8 35 28 | | 62 21 4 |
| $\eta$ de la grande Ourſe, | 9 0 57 | | 1 57 54 |
| Etoiles proches de la gr. Ourſe, | 9 22 10 | | 1 53 7 |
| | 9 27 41 | au Nord | 0 26 4 |
| $\iota$ du Bouvier, | | | 0 0 17 |
| $\theta$ à la main du Bouvier, | 9 39 48 | | 0 28 59 |

Le 31 May.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Second bord du Soleil, | 23 56 24¾ | | |
| $\iota$ à la main du Bouvier, | 9 26 26 | | 0 0 15 |
| $\theta$ du Bouvier, | 9 35 48 | au Nord | 0 28 56 |

Le 1 Juin.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Altair*, | | 14 | 56 | 56 | | 44 | 16 7 |
| Le ventre de la Lune, | | 14 | 58 | 38 | à 59′ 26″ B. ſup. | 69 | 52 23 |
| Bord ſuivant de la Lune, | | 15 | 0 | 29⅔ | à 1′ 40″ B. ſup. | 69 | 52 5 |
| θ d'Antinous, | | 15 | 16 | 40¾ | | 54 | 1 52 |
| α du Capricorne, | la 1ere | 15 | 21 | 58½ | | 65 | 44 2 |
| | la 2de | 15 | 22 | 21¾ | | 64 | 46 15 |
| β du Capricorne, | | 15 | 25 | 7½ | | 68 | 1 1 |

Le 2 Juin.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| κ à la main du Bouvier, | | | | | au Nord | 0 | 26 10 |
| ι à la main du Bouvier, | | 9 | 18 | 30 | | 0 | 0 15 |
| θ à la main du Bouvier, | | 9 | 27 | 50 | au Nord | 0 | 29 4 |

Le 3 Juin.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Etoiles au pied d'Antinous, | | 13 | 54 | 12 | | 58 | 38 4 |
| | | 13 | 58 | 50¾ | | 58 | 33 18 |
| | λ | 14 | 3 | 29 | | 57 | 43 24 |
| | | 14 | 9 | 35 | au Nord | 0 | 30 3 |
| | | 14 | 13 | 0 | | 0 | 14 0 |
| κ de Pégaſe, | | 14 | 22 | 38 | | 0 | 23 51 |
| La Lune, | à | 16 | 28 | 4 | Bord ſuperieur | 63 | 11 41 |
| | à | 16 | 29 | 30 | le méme Bord | 63 | 11 26 |
| Bord ſuivant, | | 16 | 30 | 19 | à 31′ 20″ B. ſup. | 63 | 11 11 |
| θ à la main du Bouvier, | | 9 | 23 | 48 | au Nord | 0 | 28 59 |

Le 4 Juin.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Etoiles au pied d'Antinous, | | 13 | 50 | 11 | | 58 | 38 2 |
| | | 13 | 54 | 48¾ | | 58 | 33 22 |
| | λ | 13 | 59 | 26½ | | 57 | 43 27 |
| | | 14 | 5 | 47 | au Nord | 0 | 30 5 |
| | | 14 | 9 | 53 | | 0 | 13 59 |
| κ de Pégaſe, | | 14 | 17 | 35 | | 0 | 23 49 |
| La Lune, | à | 17 | 12 | 10 | Bord ſuperieur | 59 | 1 9 |
| | à | 17 | 13 | 26 | Bord ſuperieur | 59 | 0 47 |

Bord

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant, | 17 14 24½ | à 15′ 30″ | 59 0 30 | |
| Premier Bord du Soleil, | 23 54 28 | | | |
| Second Bord, | 23 56 46½ | Bord ſuperieur | 29 44 3 | |
| θ à la main du Bouvier, | 9 19 45 | | 0 28 55 | |

Le 5 Juin.

| | | | |
|---|---|---|---|
| γ du Dragon, *Raſtaben*, *Etanin*, | 12 53 15 | | 0 59 50 |
| Au pied d'Antinous, | 13 46 6 | | 58 38 7 |
| | 13 50 45 | | 53 33 25 |
| | 13 55 23 | | 57 43 31 |
| κ de Pégaſe, | 14 14 32 | | 0 23 51 |
| Bord ſuivant de la Lune, | 17 58 49 | à 57′ 49″ Bord ſup. | 54 27 52 |
| | | à 59′ 48″ Le même bord | 54 27 31 |
| Premier bord du Soleil, | 23 54 29 | | |
| Second bord, | 23 56 46⅔ | Bord ſuperieur | 29 37 26 |
| *Sirius*, | 1 34 24⅔ | | 68 52 48 |

Le 6 Juin.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Petite étoile de Pégaſe, | 13 57 28 | au Nord | 0 29 57 |
| κ de Pégaſe, | 14 12 4½ | au Nord | 0 23 42 |
| ι de Pégaſe, | 14 19 25 | | 0 42 3 |
| Petite étoile de Pégaſe, | 14 26 56 | | 0 33 41 |

Le même jour le Quart de cercle fut mis au Nord, & j'obſervai pluſieurs jours de ſuite des hauteurs correſpondantes de la *Chevre*, au deſſous du Pole, devant & après ſon paſſage au Méridien, pour placer exactement le Quart de cercle dans le plan du Méridien.

Le 11 Juin.

Diſtance au zenith de la *Chevre*, dans le Méridien au deſſous du Pole, 81 40 0

Le 12 Juin.

Diſtance au zenith de l'étoile Polaire au deſſous du Pole, dans le Méridien 39 29 33

Le 14 Juin.

| | | | |
|---|---|---|---|
| κ de Pégaſe, | au Nord | 0 24 | 18 |
| Petite étoile, 15′ après κ de Pégaſe, | | 0 32 | 57 |
| Diſtance au zenith de l'étoile Polaire, *Alruccabah*, | | 39 29 | 30 |

Le 15 Juin.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Petite étoile, 15′ avant κ de Pégaſe, | au Nord | 0 30 | 42 |
| κ à l'aile de Pégaſe, | au Nord | 0 24 | 23 |

Le 17 Juin.

| | | | |
|---|---|---|---|
| ι de Pégaſe qui ſuit de 10 minutes de tems, κ de Pégaſe, | | 0 41 | 18 |
| Etoile de 4ᵉ grandeur, 17′ après κ de Pégaſe, | | 1 18 | 2 |

Le midi vrai ce jour là eſt à $23^{h}\ 56'\ 23''$

Le 18 Juin.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Petite étoile qui précéde de 15′ κ de Pégaſe, | au Nord | 0 30 | 42 |

Le 19 Juin.

| | | | |
|---|---|---|---|
| L'étoile Polaire, *Alruccabah*, | | 39 29 | 33 |
| La Chevre, | 11 0 | 17 | |

Le 20 Juin.

| | | | |
|---|---|---|---|
| κ de Pégaſe, | | 0 24 | 18 |

Le 21 Juin.

Le midi vrai eſt 23 57 17½ par l'inſtrument des paſſages, qui eſt exactement dans le Méridien.

Le 22 Juin.

| | | | |
|---|---|---|---|
| κ de Pégaſe, | au Nord | 0 24 | 24 |
| ι de Pégaſe, 10′ après, | | 0 41 | 18 |
| Petite étoile, 13′ après κ de Pégaſe, | | 1 17 | 58 |
| Petite étoile, 34′ après κ de Pégaſe, | | 0 8 | 36 |
| Petite étoile, 37′ après κ de Pégaſe, | | 0 43 | 25 |

Le 23 Juin.

Le midi vrai 23 57 42¼ par l'inſtrument des paſſages.
Le Quart de cercle a été remis au Sud dans la même ſituation où il étoit le 6 de ce mois.

Le

Le 24 Juin.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Premier bord du Soleil, | 23 | 56 | 38½ | | | |
| Second bord, | 23 | 58 | 56¾ | Bord ſuperieur | 28 | 44 27 |
| *Sirius*, | 0 | 17 | 59 | | 68 | 52 50 |
| Etoile de 5e grandeur, | 10 | 9 | 29 | | 71 | 53 48 |
| η d'Ophiucus, | 10 | 38 | 16½ | | 67 | 52 21 |
| θ d'Ophiucus, | 10 | 48 | 45½ | | 77 | 10 33 |
| Premier bord de Saturne, | 11 | 1 | 41 | Bord inferieur | 74 | 14 23 |
| μ du Sagittaire, | 11 | 40 | 48 | | 73 | 33 38 |
| Etoile de 5e grandeur, | 11 | 42 | 17 | | 73 | 14 21 |
| λ du Sagittaire, | 11 | 54 | 26 | | 77 | 58 30 |

Le 25 Juin.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ο du Sagittaire, | 12 | 24 | 39½ | | 73 | 51 59 |
| π du Sagittaire, | 12 | 31 | 34 | | 74 | 32 13 |
| κ de Pégaſe, | | | | au Nord | 0 | 23 45 |
| ι de Pégaſe, | | | | | 0 | 42 6 |
| Auſſi tot après, une étoile de 4e grandeur, | | | | | 1 | 18 48 |
| Petite étoile, 34′ après κ de Pégaſe, | | | | | 0 | 9 15 |
| Etoile de 5e grandeur, | 13 | 30 | 49 | | 0 | 44 5 |
| Premier bord du Soleil, | 23 | 56 | 48 | | | |
| Second bord, | 23 | 59 | 6½ | | | |
| * | 10 | 49 | 13¼ | | 76 | 22 25 |
| Le centre de Saturne, | 10 | 57 | 25⅓ | Bord ſuperieur | 74 | 14 19 |
| * | 11 | 6 | 33 | | 73 | 59 58 |
| Premier bord de la Lune, | 11 | 18 | 48¼ à 20′13″ | Bord ſup. | 73 | 45 5 |
| Second bord de la Lune, | 11 | 20 | 58 à 21′30″ | le même bord | 73 | 45 5 |
| μ du Sagittaire, | 11 | 36 | 49 | | 73 | 33 34 |
| λ du Sagittaire, | 11 | 50 | 26½ | | 77 | 58 30 |

Le 27 Juin.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Premier bord du Soleil, | 23 | 57 | 6 | Bord ſuperieur | 28 | 50 21 |
| Tache conſidérable, | 23 | 59 | 11 | | 29 | 13 55 |
| Second bord du Soleil, | 23 | 59 | 24 | | | |

Le 28 Juin.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Etoiles de 5e grandeur, | 12 | 37 | 3 | | 70 | 30 33 |
| | 12 | 52 | environ | | 0 | 41 53 |
| | 12 | 53 | 10 | | 1 | 18 52½ |
| Second bord de la Lune, | 12 | 55 | 46 | à 56′ 50″ Bord ſup. | 70 | 45 38 |
| * de Pégaſe, | | | | | 0 | 9 11 |
| * | | | | | 0 | 44 6 |
| * | 13 | 32 | 17 | | 65 | 33 21 |
| α du Capricorne, la 1ere | 13 | 33 | 32 | | | |
| β du Capricorne, | | | | | 68 | 1 2 |
| Le centre de Venus, | 22 | 58 | 21½ | | 29 | 30 21 |
| Premier bord du Soleil, | 23 | 57 | 16¼ | Bord ſuperieur | 28 | 53 14 |
| Second bord du Soleil, | 23 | 59 | 34 | | | |
| *Sirius*, | 0 | 2 | 5 | | 68 | 52 53 |

Le 29 Juin.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le centre de Venus, | | | | | 29 | 24 28 |

Le 30 Juin.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 14 | 13 | 32⅓ | | 70 | 40 11 |
| | 14 | 17 | 40⅔ | | 64 | 50 26 |
| γ du Capricorne, | 14 | 47 | 47 | | 70 | 14 12 |
| δ du Capricorne, | 14 | 54 | 46 | | 69 | 42 31 |
| α du Verſeau, | 15 | 14 | 33 | | 54 | 0 24 |
| Le centre de Venus, | 23 | 1 | 2¼ | | 29 | 19 11 |
| Le centre du Soleil, | 23 | 58 | 46½ | Bord ſuperieur | 29 | 4 59 |
| Le centre de Saturne, | 10 | 36 | 5⅞ | Bord ſuperieur | 74 | 13 3 |

Le 1 Juillet.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| β du Verſeau, | 14 | 36 | 5 | | 59 | 8 20 |
| γ du Capricorne, *Deneb*, *Algedi*, | 14 | 43 | 47⅔ | | 70 | 14 18 |
| ε de Pégaſe, *Muſcida*, *Enif*, | 14 | 49 | 36½ | | 43 | 45 9 |
| δ du Capricorne, | 14 | 50 | 47 | | 69 | 42 32 |
| Le ventre de la Lune, | 15 | 8 | 38 | à 9′ 34″ B. ſup. | 60 | 33 13 |
| Second bord, | 15 | 10 | 26½ | | | |

« du

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| α du Verſeau, | 15 | 10 | 34 | | 54 | 0 | 28 |
| Le centre de Venus, | 23 | 2 | 20¾ | | 29 | 14 | 33 |
| Premier bord du Soleil, | 23 | 57 | 44¾ | | | | |
| Une grande tache, | 23 | 58 | 56½ | | 29 | 29 | 16 |
| Second bord du Soleil, | 0 | 0 | 2½ | Bord ſuperieur | 29 | 9 | 3 |

Le 2 Juillet.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| α du Verſeau, | 15 | 6 | 34¾ | | 54 | 0 | 24 |
| Le centre de Venus, | 23 | 3 | 41¾ | | 29 | 10 | 43 |
| *Syrius*, | 23 | 46 | 12 | | 68 | 52 | 52 |
| Premier bord du Soleil, | 23 | 57 | 54½ | Bord ſuperieur | 29 | 13 | 32 |
| La grande tache, | 23 | 58 | 50 | | 29 | 33 | 57 |
| Second bord du Soleil, | 0 | 0 | 12 | | | | |

Le 3 Juillet.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| α du Verſeau, | 15 | 2 | 38 | | | | |
| Second bord de la Lune, | 16 | 38 | 42 | à 37′ 45″ Bord ſup. | 51 | 32 | 55 |
| Le Ciel eſt presque couvert. | | | | à 39′ 45″ Bord ſup. | 51 | 32 | 42 |

Hauteurs correſpondantes du bord ſuperieur du Soleil.

| ° | ′ | ″ | h | ′ | ″ | h | ′ | ″ | h | ′ | ″ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 46 | 28 | 32 | 21 | 8 | 16½ | 2 | 49 | 56 | 23 | 59 | 6¼ |
| 46 | 30 | 0 | 21 | 8 | 49 | 2 | 49 | 23½ | 23 | 59 | 6¼ |
| 46 | 48 | 32 | 21 | 10 | 44 | 2 | 47 | 29½ | 23 | 59 | 6¾ |
| 46 | 50 | 0 | 21 | 11 | 16½ | 2 | 46 | 56½ | 23 | 59 | 6½ |
| 47 | 8 | 32 | 21 | 13 | 10 | 2 | 45 | 3 | 23 | 59 | 6½ |
| 47 | 10 | 0 | 21 | 13 | 42½ | 2 | 44 | 30 | 23 | 59 | 6¼ |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le centre de Venus, | 23 | 5 | 5 | | 29 | 7 | 34 |
| Le centre du Soleil, | 23 | 59 | 14 | Bord ſuperieur | 29 | 18 | 25 |

La correction des Hauteurs étant 3″⅓ La déviation du Quart de cercle eſt 4″⅓ ſouſtractive.

Le 10 Juillet.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le centre de Venus, | 23 | 14 | 27 | | 29 | 4 | 21 |
| Le centre du Soleil, | 23 | 59 | 55¾ | Bord ſuperieur | 39 | 3 | 15 |

Le

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Le 11 Juillet. | | | |
| *Sirius*, | 23 | 10 | 14 | | 68 | 52 51 |
| Le centre de Venus, | 23 | 15 | 43 | | 29 | 6 39 |
| Le centre du Soleil, | 23 | 59 | 56 | Bord ſuperieur | 30 | 11 17 |
| | | | Le 12 Juillet. | | | |
| *Sirius*, | 23 | 6 | $9\frac{3}{5}$ | | 68 | 52 48 |
| Le centre de Venus, | 23 | 16 | $58\frac{1}{2}$ | | 29 | 9 40 |
| Le centre du Soleil, | 23 | 59 | $55\frac{1}{4}$ | Bord ſuperieur | 30 | 19 38 |
| Une grande tache qui eſt entrée ce jour même ſur le disque apparent *du Soleil*, | 0 | 0 | $56\frac{1}{2}$ | | 30 | 33 16 |
| | | | Le 13 Juillet. | | | |
| Le centre de Venus, | 23 | 18 | 16 | | 29 | 13 21 |
| Le centre du Soleil, | 23 | 59 | $55\frac{5}{6}$ | Bord ſuperieur | 30 | 28 24 |
| La grande tache, | 0 | 0 | $49\frac{1}{2}$ | | 30 | 42 21 |
| | | | Le 14 Juillet. | | | |
| *Sirius*, | 22 | 58 | $5\frac{1}{2}$ | | | |
| Le centre de Venus, | 23 | 19 | $33\frac{1}{2}$ | | 29 | 17 38 |
| Le centre du Soleil, | 23 | 59 | $55\frac{1}{2}$ | Bord ſuperieur | 30 | 37 25 |
| La grande tache, | 0 | 0 | 39 | | | |
| | | | Le 16 Juillet. | | | |
| Le centre du Soleil, | 23 | 59 | $57\frac{3}{4}$ | | | |
| La grande tache, | 0 | 0 | 13 | | | |
| | | | Le 17 Juillet. | | | |
| La grande tache, | 23 | 59 | 58 | | 31 | 20 40 |
| Second bord du Soleil, | 0 | 1 | 6″ | Bord ſuperieur | 31 | 6 43 |
| | | | Le 18 Juillet. | | | |
| Le premier bord de la Lune, | 6 | 2 | $57\frac{1}{4}$ | à 4′ 0″ B. ſup. | 66 | 58 39 |
| à | 6 | 4 | 53 | le même bord | 66 | 58 47 |
| & à | 6 | 5 | 35 | le même bord | 66 | 58 55 |
| * de 4e grandeur, | 11 | 48 | $51\frac{1}{2}$ | | 46 | 41 38 |
| ϑ d'Antinous, | 12 | 4 | $10\frac{1}{5}$ | | 54 | 1 56 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| α du Capricorne, | la premiere | 12 | 9 | 28 | 65 44 8 |
| | la ſeconde | 12 | 9 | 50¾ | 65 46 28 |
| β du Capricorne, | | 12 | 12 | 35¾ | 68 1 8 |

Le 19 Juillet.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| La grande tache | | 23 | 59 | 24½ | 31 41 15 |
| Second bord du Soleil, | | 0 | 1 | 1 Bord ſuperieur | 31 28 23 |

Le 20 Juillet.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Le Centre de Venus, | | 23 | 27 | 8½ | 29 58 15 |
| La grande tache, | | 23 | 59 | 7 | 31 52 5 |
| Second bord du Soleil, | | 0 | 0 | 55½ Bord ſuperieur | 31 39 33 |
| E'toiles cinquieme grandeur, | | 11 | 41 | 18½ | 68 36 37 |
| | | 11 | 45 | 31 | 66 46 54 |
| α du Capricorne, | la premiere, | 12 | 1 | 17⅔ | 65 44 2 |
| | la ſeconde, | 12 | 1 | 40⅓ | 65 56 18 |
| β du Capricorne, | | 12 | 4 | 26 | 68 1 7 |
| Petites étoiles du Capricorne, | | 12 | 10 | 26 | 71 28 13 |
| | | 12 | 12 | 1 | 71 4 52 |

Le 22 Juillet.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Second bord du Soleil, | | 0 | 0 | 44½ Bord ſuperieur | 32 3 33 |

Le 23 Juillet.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| E'toiles ſituées dans le Sagittaire & aux environs, | | 9 | 18 | 21 | 74 49 13 |
| | | | 24 | 56 | 63 18 5 |
| | | | 31 | 1½ | 62 12 24 |
| | | | 42 | 4 | 76 10 45 |
| | μ | 44 | 26 | | 73 33 37 |
| | | 45 | 55½ | | 73 14 24 |
| | | 54 | 53 | | 64 35 47 |
| | λ | 58 | 4 | | 77 58 31 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Premier bord de la Lune, | 10 | 1 | 12½ | à 2′ 15″ B. S. | 73 | 7 | 7 |
| Le ventre de la Lune, | 10 | 3 | 15 | à 3′ 53″ B. S. | 73 | 7 | 0 |
| La Lyre, | 10 | 14 | 6 | | 13 | 56 | 57 |
| σ du Sagittaire, | 10 | 25 | 10½ | | 79 | 0 | 54 |
| ζ du Sagittaire, | 10 | 32 | 3 | | 82 | 36 | 29 |
| π du Sagittaire, | 10 | 35 | 8½ | | 74 | 32 | 16 |
| E'toiles de ſixieme grandeur, | 10 | 45 | 34½ | | 78 | 5 | 54 |
| | 10 | 48 | 26¼ | | 71 | 50 | 12 |
| α du Capricorne la premiere, | 11 | 49 | 5 | | 65 | 44 | 7 |
| α du Capricorne la ſeconde, | 11 | 49 | 29 | | 65 | 46 | 28 |

Le 24 Juillet.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le Centre de Venus, | 23 | 31 | 53¾ | | 30 | 38 | 54 |
| Premier bord du Soleil, | 23 | 58 | 17 | | | | |

Le 25 Juillet.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le Centre de Venus, | 23 | 32 | 36 | | 30 | 50 | 30 |
| Second bord du Soleil, | 23 | 59 | 57½ | | | | |

Le 28 Juillet.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le Centre de Venus, | 23 | 36 | 4 | | 31 | 29 | 40 |
| Premier bord du Soleil, | 23 | 57 | 22⅓ | Bord ſuperieur | 33 | 21 | 48 |

Le 29 Juillet.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le ventre de la Lune, | 13 | 48 | 31 | à 49′ 43 Bord S. | 57 | 41 | 50 |
| | | | | à 50′ 57 Bord S. | 57 | 41 | 48 |
| ζ de Pegaſe, | 13 | 53 | 19 | | 42 | 57 | 32 |
| *Fumalhaut*, | 14 | 7 | 45 | | 83 | 18 | 55 |
| E'toiles de quatrieme grandeur, | 14 | 18 | 40 | | 44 | 30 | 22 |
| | 14 | 25 | 32½ | | 59 | 52 | 5 |

E'toiles

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Etoiles de cinquieme grandeur, | 14 | 46 | 50½ | | 52 | 32 50 |
| | 14 | 52 | 14 | | 65 | 31 54 |
| | 14 | 59 | 11 | | 56 | 37 38 |
| Second bord de Venus, | 23 | 37 | 10½ | le Centre | 31 | 43 47 |
| Premier bord du Soleil, | 23 | 57 | 11¾ | Bord Sup. | 33 | 35 50 |
| Second bord, | 23 | 59 | 25¼ | | | |

Le 30 Juillet.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le Centre du Soleil, | 23 | 58 | 6⅝ | Bord ſuperieur | 33 | 50 33 |

Le 31 Juillet.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| α d'Andromede, | 15 | 11 | 25 | | 24 | 47 33 |
| γ de Pegaſe, *Algenib*, | 15 | 16 | 15 | | 38 | 42 6 |
| Le ventre de la Lune, | 15 | 17 | 46 | à 18′ 30″ B. S. | 48 | 31 26 |
| Second bord de la Lune, | 15 | 19 | 34¾ | | | |
| Premier bord du Soleil, | 23 | 56 | 48 | Bord ſuperieur | 34 | 5 13 |

Le 3 Aoûſt.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Second bord du Soleil, | 23 | 58 | 15 | | | |

Le 4 Aoûſt.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bord ſuivant de la Lune, | 18 | 43 | 1 | à 43′ 15″ B.S. | 33 | 40 23 |
| Le bord ſuperieur paroiſſoit aſſez mal, | | | | | | |
| β du Cygne, *Albireo*, | 10 | 16 | 46¼ | | 25 | 3 16 |
| Etoiles de quatrieme ou cinquieme grandeur, | | 19 | 43 | | 33 | 15 27 |
| | | 25 | 1 | | 35 | 2 34 |
| | | 25 | 54 | | 35 | 35 10 |
| | | 32 | 19 | | 34 | 34 4 |
| *Altair*, | 10 | 34 | 40¼ | | 44 | 16 1 |

Hauteurs correſpondantes du bord ſuperieur du Soleil

| | | | |
|---|---|---|---|
| 35° 7′ 5″ | 20ʰ 19′ 30½″ | 3ʰ 33′ 17½″ | 23ʰ 56′ 24″ |
| 35 10 0 | 20 20 11½ | 3 32 36 | 23 56 23¾ |
| 35 47 5 | 20 24 10¼ | 3 28 39 | 23 56 24⅝ |
| 35 50 0 | 20 24 51 | 3 27 55½ | 23 56 23¼ |
| 36 17 5 | 20 27 41 | 3 25 6¼ | 23 56 23⅝ |
| 36 20 0 | 20 28 22¼ | 3 24 24¼ | 23 56 23¼ |
| 36 37 5 | 20 30 2 | 3 22 46 | 23 56 24 |
| 36 40 0 | 20 30 43¼ | 3 22 4 | 23 56 23⅝ |
| 36 57 5 | 20 32 23½ | 3 20 25 | 23 56 24¼ |
| 37 0 0 | 20 33 4¼ | 3 19 42 | 23 56 23¼ |
| 37 17 5 | 20 34 46½ | 3 18 1½ | 23 56 24 |
| 37 20 0 | 20 35 28 | 3 17 19 | 23 56 23½ |
| 37 37 5 | 20 37 8 | 3 15 39½ | 23 56 23¾ |
| 37 57 5 | 20 39 31½ | 3 13 17 | 23 56 24¼ |
| 38 0 0 | 20 40 13½ | 3 12 34 | 23 56 23¾ |
| 38 17 5 | 20 41 57¾ | 3 10 51½ | 23 56 24⅛ |
| 38 20 0 | 20 42 40 | 3 10 8½ | 23 56 24¼ |

Premier bord du Soleil, 23 55 33 Bord ſuperieur 35 23 31
Second bord, 23 57 45½
La Correction des hauteurs étant 13″⅜, le Quart de cercle eſt trop à l'Occident de 2″ de tems.

Le 12 Aoûſt.

| | | | |
|---|---|---|---|
| E'toile de ſixieme grandeur, | 10 53 15 | | 0 24 10 |
| α du Cygne, *Uropygium*, | 10 56 7 | | 8 6 39 |
| E'toiles de cinquieme grandeur, | 11 45 1 | | 0 38 41 |
| | 11 52 18 | au Nord | 0 24 50 |

Le 13 Aoûſt.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Premier bord du Soleil, | 23 53 16½ | Bord ſuperieur | 37 43 20 |
| β du Dragon, | 7 44 17 | | 0 1 30 |

E'toiles

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| E'toiles de ſixieme grandeur, | 10 8 15½ | | 0 43 42 |
| | 10 18 42½ | | 0 4 30 |
| | 10 32 54 | au Nord | 0 18 3 |
| | 10 36 49½ | au Nord | 0 14 6 |
| α du Cygne, *Denebedegige*, | 10 51 58½ | | 8 6 40 |

Le 14 Aoûſt.

Premier bord de la Lune, 3 51 48 à 51′ 12″ B. S 65 16 15 à 52′ 50″ 65 16 27 ; à 53′ 50″ 65 16 35 ; à 55′ 1″ 65 16 47 le bord ſuperieur eſt très foible, c'eſt pourquoi j'ai meſuré la hauteur à differentes repriſes.

| | | | |
|---|---|---|---|
| β du Dragon, | 7 40 7 | | 0 1 27 |
| γ d'Ophiucus, | 7 50 51 | | 59 40 29 |
| κ de Pegaſe, | 9 26 2 | au Nord | 0 24 8 |
| E'toiles de quatrieme grandeur | 10 13 28 | | 54 1 45 |
| α du Capricorne, la premiere, | 10 18 46 | | |
| α du Capricorne, la ſeconde, | 10 19 9¼ | | 65 46 19 |
| E'toiles de cinquieme grandeur, | 10 28 43 | au Nord | 0 17 58 |
| | 10 32 36 | au Nord | 0 14 2 |

Le 15 Aoûſt.

Le premier bord du Soleil, 23 52 24½

Le 16 Aoûſt.

| | | |
|---|---|---|
| Le Centre du Soleil, | 23 53 2 | |
| γ du Capricorne, | 11 32 33½ | 70 14 12 |
| δ du Capricorne, | 11 39 33 | 69 42 34 |

Le 17 Aoûſt.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Le centre du Soleil, | 23 52 36½ | Bord ſuperieur | 38 53 42 |

Le 18 Août.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Second bord du Soleil, | 23 | 53 | 13 | | | |
| α du Verſeau, | 11 | 50 | 58 | | 54 | 0 | 9 |

Le 19 Août.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Second bord du Soleil, | 23 | 52 | 45 | Bord ſuperieur | 39 | 37 | 44 |
| β du Dragon, | 7 | 19 | 12½ | | 0 | 1 | 21 |
| γ du Dragon, *Raſtaben*, *Etanin*, | 7 | 45 | 9½ | | 0 | 59 | 21 |
| Premier bord de la Lune, | 7 | 51 | 31½ | à 52′ 40″ B.S. | 73 | 17 | 39 |
| | | | | à 53 32 B.S. | 73 | 17 | 35 |
| Petite étoile proche de μ ♄ | 7 | 54 | 41¾ | | 73 | 14 | 26 |
| δ du Sagittaire, | 7 | 59 | 15½ | | 82 | 18 | 43 |
| E'toile de cinquieme grandeur, | 9 | 44 | 11 | | 0 | 43 | 32 |
| Petites étoiles du Capricorne, | 10 | 0 | 52 | | 65 | 59 | 45 |
| | 10 | 8 | 34¾ | | 71 | 4 | 46 |
| | 10 | 25 | 33 | | 74⅝ a peuprés | | |
| | 10 | 44 | 1 | | 73 | 16 | 51 |

Le 20 Août.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Fumalhaut*, | 12 | 37 | 11 | | 83 | 18 | 47 |
| β de la Baleine, | 14 | 24 | 14½ | | 71 | 48 | 43 |
| Premier bord du Soleil, | 23 | 50 | 4½ | Bord ſuperieur | 39 | 57 | 37 |
| β du Dragon, | 7 | 15 | 1 | | 0 | 1 | 23 |

A' $10^h\ 26'\ 0''\frac{1}{2}$, immerſion dans la partie obſcure de la Lune d'une étoile de quatrieme grandeur à la tête du Sagittaire, environ une demi-minute plus au Sud que la ligne menée de *Menelaus*, à *Copernicus*. Le tems vrai eſt exactement, $10^h\ 35'\ 5\frac{3}{4}''$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 10 | 39 | 51¼ | | 73 | 16 | 22 |

Le 21 Août.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| E'toile de cinquieme grandeur, | 11 | 57 | 15½ | | 75 | 16 | 52 |
| δ du Verſeau, | 12 | 30 | 46¾ | | 69 | 36 | 2 |
| *Fumalhaut*, | 12 | 33 | 2 | | 83 | 18 | 52 |

Hauteurs

Hauteurs correſpondantes du bord ſuperieur du Soleil

| | | | |
|---|---|---|---|
| 34° 54′ 10″ | 20ʰ 41′ 17″½ | 2ʰ 59′ 32″ | 23 50 24¾ |
| 35 20 0 | 20 44 32 ½ | 2 56 16½ | 23 50 24½ |
| 35 34 10 | 20 46 21 | 2 54 29 | 23 50 25 |
| 35 40 0 | 20 47 5 | 2 53 41 | 23 50 24½ |
| 35 54 10 | 20 48 53 ¾ | 2 51 56½ | 23 50 25¼ |
| 36 0 0 | 20 49 38 | 2 51 11 | 23 50 24½ |
| 36 20 0 | 20 52 14 | 2 48 36½ | 23 50 25¼ |
| 36 54 10 | 20 56 38 ½ | 2 44 12½ | 23 50 25½ |
| 37 0 0 | 20 57 25 | 2 43 25 | 23 50 25 |
| 37 20 0 | 21 0 3 | 2 40 46½ | 23 50 24¾ |
| 37 40 0 | 21 2 41 | 2 38 8 ½ | 23 50 24¾ |
| 37 54 10 | 21 4 35 | 2 36 15½ | 23 50 25¼ |
| 38 0 0 | 21 5 21 ½ | 2 35 27½ | 23 50 24½ |
| 38 14 10 | 21 7 17 ½ | 2 33 32 | 23 50 24¾ |
| 38 20 0 | 21 8 5 | 2 32 45 | 23 50 25 |

| | |
|---|---|
| Premier bord du Soleil, | 23 49 39¾ |
| Second bord, | 23 51 50 |

La Correction des hauteurs correſpondantes étant 16″¼, la déviation du Quart de cercle eſt 3″¾ ſonſtractive.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Etoiles de cinquieme grandeur, | 9 14 19½ | | 62 13 45 |
| | 9 17 35¼ | | 72 42 50 |
| | 9 22 54¾ | | 63 56 7 |
| Premier bord de la Lune, | 9 25 33¼ | à 26′ 44″ B.S. | 69 53 56 |
| Ventre de la Lune, | 9 27 30 | à 7′ 36. B. S. | 69 53 49 |
| α du Capricorne, la premiere, | 9 49 34½ | | 65 44 0 |
| α du Capricorne, la ſeconde, | 9 49 58 | | 65 46 18 |
| β du Capricorne, | 9 52 43 | | 68 1 4 |
| γ du Cygne, | 9 59 5 | | 13 2 8 |

Etoiles

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Etoiles de cinquieme grandeur, | 10 | 12 | 9 1/2 | | 69 | 27 | 25 |
| | 10 | 32 | 24 | | 70 | 56 | 44 |
| | 10 | 35 | 45 | | 73 | 16 | 30 |

Le 22 Août.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le Centre du Soleil, | 23 | 50 | 20 5/8 | Bord ſuperieur | 40 | 38 | 1 |
| γ du Dragon, | 7 | 32 | 47 1/2 | | 0 | 59 | 23 |
| δ du Capricorne, | 11 | 14 | 39 | | 69 | 42 | 26 |
| α du Verſeau, | 11 | 34 | 25 1/2 | | 54 | 0 | 11 |

Le 23 Août.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Etoile de ſixieme grandeur, | 12 | 3 | 44 | au Nord | 0 | 14 | 49 |
| ζ de Pegaſe, | 12 | 10 | 25 | | 42 | 57 | 17 |
| δ du Verſeau, | 12 | 22 | 26 | | 69 | 36 | 0 |
| Le Centre du Soleil, | 23 | 48 | 58 1/3 | Bord ſuperieur | 40 | 58 | 7 |
| β du Dragon, | 7 | 2 | 47 1/2 | | 0 | 1 | 21 |
| γ du Dragon, | 7 | 28 | 44 1/2 | | 0 | 59 | 18 |
| α du Cygne, ou *Arrioph*, | 10 | 10 | 29 | | 8 | 6 | 31 |
| Etoile de cinquieme grandeur, | 10 | 24 | 12 | | 49 | 8 | 3 |
| Premier bord de la Lune, | 10 | 56 | 34 2/3 | à 55′ 50″ B.S. | 63 | 21 | 41 |
| à | 10 | 57 | 42 | le même bord | 63 | 21 | 26 |
| Ventre de la Lune, | 10 | 58 | 38 | à 59′ 48″ B.S. | 63 | 21 | 9 |

Le 24 Août.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| γ du Dragon, | 7 | 24 | 43 | | 0 | 59 | 20 |
| θ d'Antinous, | 9 | 32 | 8 | | 54 | 1 | 42 |
| α du Capricorne, la premiere, | 9 | 37 | 25 1/2 | | 65 | 43 | 52 |
| α du Capricorne, la ſeconde, | 9 | 37 | 49 | | 65 | 46 | 8 |
| β du Capricorne, | 9 | 40 | 34 | | 68 | 0 | 59 |
| β du Verſeau, | 10 | 51 | 53 1/3 | | 59 | 7 | 56 |
| α du Verſeau, | 11 | 25 | 21 3/4 | | 54 | 0 | 9 |
| Premier bord de la Lune, | 11 | 41 | 18 1/2 | à 40′ 30″ B.S. | 59 | 14 | 5 |
| Ventre de la Lune, | 11 | 43 | 24 | à 42′ 20″ B.S. | 59 | 13 | 52 |

Le

Le 25 Août.

| | | | |
|---|---|---|---|
| E'toile de ſixieme grandeur, | 12 53 56 | | 0 12 2 |
| Le Centre du Soleil, | 23 49 15½ | | |
| E'toile de cinquieme grandeur, | 10 38 37 | au Nord | 0 27 1 |
| β du Verſeau, | 10 47 53½ | | 59 7 59 |
| ** de cinquieme grandeur, | 11 10 30 | | 0 58 9 |
| | 11 13 53 | au Nord | 0 19 13 |
| | auſſi tot après | au Nord | 0 14 36 |
| α du Verſeau, | 11 22 22 | | 54 0 14 |
| * de cinquieme grandeur, | 11 47 50 | au Nord | 0 28 1 |

Le 27 Août.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 'toiles de cinquieme grandeur, | 10 39 54¾ | | 0 41 9 |
| | 10 43 24 | | 0 38 31 |
| | 10 50 41 | au Nord | 0 24 59 |
| | 10 53 48 | au Nord | 1 14 14 |
| | 11 2 31 | | 0 58 10 |
| | 11 5 53 | au Nord | 0 19 7 |

Le 28 Août.

| | | |
|---|---|---|
| Second bord de la Lune, | 14 0 12⅔ à 59′26″ B.S. | 45 31 48 |

La Lune paroiſſoit à travers les nuages, le bord ſupérieur peu clair.

Le 29 Août.

| | | | |
|---|---|---|---|
| E'toiles de cinquieme grandeur, | 10 15 59 | au Nord | 0 2 28 |
| | 10 42 42 | | 0 24 32 |
| | 11 11 30 | | 0 25 1 |

Le 30 Août.

| | | |
|---|---|---|
| γ de Perſée, | 15 59 26 | 0 0 39 |
| α du Cygne, | 9 42 28 | 8 6 41 |

Le 31 Août.

| | | |
|---|---|---|
| ζ du Cygne, | 10 7 50 | 23 17 21 |

Le 1 Sept.

| | | | |
|---|---|---|---|
| α du Belier, | 14 57 54 | | 30 14 1 |
| γ de Perſée, | 15 51 20 | | 0 0 36 |
| Second bord de la Lune, | 17 30 20⅔ | à 31′ 15 B.S. | 32 50 44 |
| *Sirius*, | 19 37 54¾ | | |

Par des hauteurs correſpondantes le Midy vrai eſt à $23^{h}\ 46'\ 36''\frac{1}{2}$

| | | | |
|---|---|---|---|
| γ du Dragon, | 6 52 36½ | | 0 59 27 |
| Etoiles de cinquieme grandeur, | 7 29 55 | | 0 21 2 |
| | 7 35 49 | | 0 32 45 |
| | 7 47 37 | au Nord | 0 8 35 |
| | 7 57 7½ | au Nord | 0 30 35 |
| | 8 4 11 | | 0 28 26 |
| κ de Pegaſe, | 8 12 54 | au Nord | 0 24 10 |
| ζ du Cygne, | 10 3 48 | | 23 17 13 |
| Etoiles de cinquieme grandeur, | 10 10 32 | au Nord | 0 27 0 |
| | 10 10 36 | | 0 25 3 |

Le 2 Sept.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Les trois étoiles à la tête du Belier, | 14 40 36 | | 36 36 21 |
| | 14 41 37 | | 32 55 28 |
| | 14 52 52 | | 30 13 57 |

Après ces obſervations, le Quart de cercle a été porté au Nord, pour y obſerver la hauteur du Pole.

## OBSERVATIONS FAITTES DU COTE' DU NORD.

| | |
|---|---|
| β du Dragon, | 6 22 52½ |
| γ du Dragon, | 6 48 48½ |

On peut remarquer que ces deux paſſages ſont arrivés 14″ plus tard qu'il ne faiſoit par raport à ceux du jour précedent ; ainſi le Quart de cercle au Zenith dévie à l'Occident de 14″ plus qu'il ne dévioit dans ſa premiere ſituation ſur la fenêtre Méridionale, ou ſa déviation étoit déja de quelques ſecondes vers l'Occident.

Le

Le 3 Sept.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Le midi vrai, | 23 | 45 | 47¾ | par l'Inſtrument des paſſages | | | |
| β du Dragon, | 6 | 18 | 51½ | au Sud | 0 | 0 | 42 |
| E'toiles de cinquieme grandeur, | 7 | 22 | 10 | au Sud | 0 | 20 | 57 |
| | 7 | 28 | 0 | au Sud | 0 | 32 | 15 |
| | 7 | 35 | 15 | | 0 | 13 | 13 |
| | 7 | 39 | 49 | | 0 | 9 | 25 |
| | 7 | 50 | 19½ | | 0 | 31 | 18 |
| κ de Pegaſe, | 8 | 5 | 6 | | 0 | 24 | 52 |
| σ à la tête de la grande Ourſe, | 10 | 5 | 9½ | | 63 | 20 | 2 |
| E'toiles de cinquieme grandeur, | 10 | 10 | 59 | au Sud | 0 | 40 | 22 |
| | 10 | 15 | 29 | au Sud | 0 | 37 | 45 |
| | 10 | 22 | 46 | | 0 | 25 | 53 |
| | 10 | 25 | 53½ | au Sud | 1 | 14 | 13 |
| | 10 | 34 | 36½ | au Sud | 0 | 57 | 22 |
| | 10 | 38 | 0 | | 0 | 19 | 55 |

Le 4 Sept.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| L'étoile Polaire audeſſus du Pole, | | | | | 35 | 27 | 14 |
| δ de Caſſiopée, | 14 | 2 | 34½ | | 6 | 25 | 26 |
| ζ de la gr. Ourſe audeſſus du Pole, | | | | | 71 | 12 | 16 |
| ε de Caſſiopée audeſſus du Pole, | | | | | 9 | 55 | 4 |
| η de la grande Ourſe, | 14 | 30 | 16 | ſous le Pole, | 76 | 51 | 1 |
| γ de Perſée, | | | | | 0 | 0 | 0 |

Le 4 Sept.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| L'étoile Polaire, | 1 | 37 | 23 | | 39 | 29 | 37 |

Elle paroit très foiblement, cependant la diſtance au Zenith a paru la même à pluſieurs repriſes. Si on compare cette hauteur avec celle du 3 Septembre & qu'on ſuppoſe l'erreur du Quart de cercle 20″ comme elle paroit réſulter des dernières Obſervations, on trouve par cette obſervations la hauteur du Pole, à la face méridionale de l'Obſervatoire, 52° 31′ 13″, ou en employant la table des refractions de M. *Caſſini*, 5° 31′ 9″.

# AVERTISSEMENT

## au ſujet des Recherches ſur la Préceſſion des Equinoxes

PAR M. EULER.

Quoique ce Mémoire ſoit inſeré dans le Volume des Mémoires de l'Académie pour l'Année 1749, l'Auteur déclare, qu'il ne l'a compoſé qu'après avoir lû l'excellent ouvrage de M. D'ALEMBERT ſur cette matière; & qu'il ne fait pas la moindre prétention à la gloire, qui eſt düe à celui qui a le premier réſolu cette importante queſtion. Comme il s'eſt borné à expoſer uniquement la route, qu'il a ſuivie pour développer ce problème, il n'y a ajouté aucun diſcours preliminaire, dans lequel il n'auroit pas manqué d'indiquer, que c'eſt uniquement à Mr. D'ALEMBERT, qu'on eſt redevable de la diſcuſſion de cette importante matière. D'ailleurs l'ouvrage de Mr. D'ALEMBERT fut reçu dabord avec un applaudiſſement ſi général, qu'il a paru ſuperflu alors d'informer le public d'un fait auſſi bien conſtaté & reconnu de tout le monde. Mais puisque ces circonſtances pourroient tomber dans l'oubli avec le tems, on a jugé néceſſaire d'en inſtruire le Public par cet avertiſſement: comme c'eſt auſſi Mr. D'ALEMBERT, qui a le premier donné le denoüement ſur la nature des courbes, qui ont un point de rebrouſſement de la ſeconde eſpece ou à bec d'oiſeau.

ERRATA

# ERRATA POUR LES MÉMOIRES

## de Mr. D'ALEMBERT, imprimés dans les Volumes de 1746, 1747, & 1748.

### MÉM. 1746.

Pag. 184 ligne 2, *au lieu de* 1°. Or, *liſez* Or 1°
Même page ligne 11, *au lieu de* ×, *liſez* · *(ſigne de multiplication*
Pag. 185 lig. 1, on $ay$, *liſ.* on $a\,y$.
Meme page ligne derniere *au lieu de* en, *liſ.* eſt.
Pag. 187 lig. 8, *au lieu de* $pV-1$, *liſ.* $qV-1$.
Même page lig. 11, *au lieu de* D'ailleurs, *liſ.* En effet.
Pag. 190 lig. 4, *au lieu de* $xQ$, *liſ.* $\cdot Q$
Pag. 191 lig. 12, *au lieu de* de, *liſ.* du
Pag. 192 lig. 12, *au lieu de* $(aa+bb)g$ *liſ.* $(aa+bb)^{\frac{g}{2}}$
Pag. 193 lig. 8, *au lieu de* $\frac{1}{2g}$, *liſ.* $\frac{g}{2}$
Pag. 194 lig. 10, *au lieu de* $+q$, *liſ.* $-q$.
Pag. 195 lig. 2, même correction.
Pag. 203 lig. 6, *au lieu de* $2z$, *liſ.* $2g$.
Pag. 204 lig. 8, *au lieu de* $+fz$, *liſ.* $\pm fz$.
Même page lig. 14, *au lieu de* $\pm\frac{f}{2}$, *liſ.* $\mp\frac{f}{2}$
Pag. 205 lig 6, *au lieu de* 20, *liſ.* 21.
Même page lig. 9, *au lieu de* $+fz$, *liſ.* $\pm fz$.
Même page lig. 11, *au lieu de* $x$, *liſ.* $z$.
Pag. 206 lig. 1, *au lieu de* $+fz$, *liſ.* $\pm fz$.
Même page lig. 5, *au lieu de* $+ft$, *liſ.* $\mp ft$.
Dans cette page, il ſera bon de mettre par tout A au lieu de $a$, la quantité A étant égale $a\sqrt{(bb-\frac{ff}{4})}$
Pag. 208 lig 8, *au lieu de* $z+a$, *liſ.* $z\pm a$.
Même page lig 14 & 15 *effacés* par conſequent
Pag 209 lig. 3, *au lieu de* $\sqrt{ay}$, *liſ.* $\sqrt{y}$.

Pag. 210 lig 12, *depuis le mot* excepté, effacés le reſte de la phraſe.

Pag. 211 lig. 4, *au lieu de* $a$, *lif.* $adx$.

Pag. 212 ligne antepenultieme, *au lieu de* $V(a+bx+cxx)$ *liſés* $\frac{V(a+bx+cxx)}{V(a+bx+cxx)}$

Pag. 213 lig. 7, *au lieu de* $\left(\frac{b-z}{u}\right)^2$, *liſés* $\left(\frac{b-z}{a}\right)^2$

Pag. 214 lig. 10, *au lieu de* $b+z$, *lif.* $b-z$.

Pag 218 lig 3, *au lieu de* $aa+xx$, *lif.* $aa\overline{+}xx$.

Même page lig. 9, *au lieu de* $(aa\overline{+}uu)^{\overline{+}\frac{n}{2}-\frac{1}{2}}$, *lif.* $(aa\overline{+}uu)^{(\overline{+}\frac{n}{2}-1)\cdot\frac{1}{2}}$

Pag. 222 lig. 13, *au lieu de* $gx$, *lif.* $g'x$. Même page lig. 14, *liſés* encore $g'x$, pour $gx$, $g'z$ pour $gz$. Même page lig. 15, *liſés* $g'z$ pour $gz$; lig. 16, *liſés* $g'g'$ pour $g'g'$, $lg'$ pour $g$ & $\overline{+}g'$ pour $\overline{+}g$; ligne derniere $g'z$ pour $gz$

Pag. 223 lig. 2, *au lieu de* $ggz$, *liſés* $g'g'z$, *au lieu de* $-lg$, *lif.* $-lg'$, *au lieu de* $\overline{+}g$ *lif.* $\overline{+}g'$ & *au lieu de* $\gamma z$ *liſés* $g'z$.

Même page lig 6, *au lieu de* $\gamma z$ *liſés* $g'z$.

Même page lig 10, *au lieu de* $-dgl+ggg$, *lif.* $-dg'l+\frac{gg'g'}{k}=0$.

Même page lig. 12, *au lieu de* $gl$, *lif.* $g'l$, & *au lieu de* $\overline{+}g$, *lif.* $\overline{+}g'$

Même page lig. 13, *au lieu de* $gx$, *lif.* $g'x$, & *au lieu de* $g$, *lif.* $g'$

Pag. 224 lig. 10, *au lieu de* $\overline{+}r$ *lif.* $\overline{+}p$

## Mém. 1747.

Pag. 144 ligne 15, *au lieu de* SL, *liſés* SZ.

Même page lig. 18, *au lieu* du ſecond NO, *lif.* $no$

Même page ligne antepenult. *au lieu de* SO, *lif.* So.

Pag. 145 ligne antepenult. *au lieu de* S, *lif.* $s$.

Dans la Fig. 1, il faut tirer CN.

Dans la Fig. 4, $vu$ & $u$S doivent être en ligne droite

Pag. 148 lig. 12, *au lieu de* $v'o'=$B, *lif.* $vo'=$B.

Pag. 150 lig. 5, *au lieu de* au double (*bis*) *liſés* à la moitié

Pag 151 lig. 22, *au lieu de* $\frac{RF}{ST-OS}$ *lif.* $\frac{RP}{ST-OS}$, & mettés P pour S dans la figure.

Pag. 215 lig. 6, *au lieu de* l'are, *lif* l'arc.

Même page lig 13, *au lieu de* $b$, *lif.* $\beta$, & obſervés que l'imprimeur a mis indifféremment $\beta$ ou $\beta$, de ſorte que ces Lettres deſignent la même quantité.

Même page lig 20, *au lieu de* $b$, *liſés* $\beta$

Pag.

Pag. 216 obſervés que l'imprimeur a mis indifferemment $\vartheta$ ou $\theta$
Même page lig. 21, *au lieu de* ſ, *liſés* *f*
Pag. 217, *au lieu de* $\Gamma s$, *liſés* $\Gamma - s$
Même page, il faut mettre un grand O par tout où il y a un petit *o*.
Pag. 218, même obſervation.
Dans la Fig. 5, il faut mettre Q pour Z
Pag. 223 lig. 6, *au lieu de* ſ, *liſés* S
Dans la Fig 6, il faut mettre une S, *au milieu de* OK', entre les points $g'$ & $g$
Dans la Fig. 7, mettés on S, *au milieu de* OK
Pag. 229 lig. 11, *au lieu de* le art. *lif.* les art.
Pag. 231 lig. 6, à compter d'en bas, *au lieu de* KQTGH, *lif.* KQTGA
Pag. 233 art. XXIX, obſervés que l'imprimeur a mis indifferemment $\beta$ ou $\mathfrak{G}$; auſſi bien que $\vartheta$ ou $\theta$
Pag. 236 lig. 3, à compter d'en bas, *au lieu de* LB. cette, *liſés* LB, cette
Pag. 237 lig. 8 & 9, *au lieu de* *y*, *liſés* *u*
Pag. 237 lig *au lieu de* $\overline{a-x}^{\frac{1}{3}} - (a-x)$ *liſés* $\overline{a-x}^{\frac{1}{3}} - (a-x)$
Pag. 238 lig. 4, *au lieu de* 2, *liſés* *z*
Pag. 240 lig. 6, à compter d'en bas, *au lieu de* $\sigma$ *lif* 6
Fig. 17, mettés un ſecond *t* au bont de la ligne d'en bas
Pag. 243 lig. 12, *au lieu de* $x = 1$, *lif.* $x =$
Pag. 244 lig 13 & 14, *au lieu de* Z, *lif.* L
Pag. 246 lig. 9, à compter d'en bas, *au lieu de* $c^{-nc}$ *lif.* $c^{-ns}$
Pag. 246 lig. derniere, *au lieu de* aux angles, *lif.* aux complemens des angles.

## MÉM. 1748.

Pag. 249 lig. 11, *au lieu de* nétant, *liſés* *n* étant.
Pag 252 lig. avant derniere, *au lieu de* $^{s}z$, *liſés* $z^{s}$
Pag. 253 lig. 2, *au lieu de* $\frac{-r+1}{2}$, *liſés* $\frac{-r+2}{2}$
Même page lig. 7, *au lieu de* $+\frac{r}{2}$, *lif.* $\pm\frac{r}{2}$
Même page lig. 9, *au lieu de* $+\frac{n}{2}$ *lif.* $\pm\frac{n}{2}$; & *au lieu de* $+\frac{r}{2}$ *lif.* $\pm\frac{r}{2}$
Pag. 255 lig. 3, *au lieu de* *kdu*, *lif.* $\frac{kdu}{2}$
Pag. 256 lig 14, *au lieu de* $-\left(\frac{gx-gb+af}{a}\right)$ *liſés* $\cdot\left(\frac{gx-gb+af}{a}\right)$
Même page lig. 20, *au lieu de* *bbccqq*, *lif.* *bbccgg*

Pag.

Pag. 257 lig. 10, *au lieu de* $2aaeefc$, *lisés* $2aaegfc$

Même page lig. 24, *au lieu de* $\int du$ &c. *lif.* $-\int du$ &c.

Même ligne, *au lieu de* $\frac{kn}{4^m}$, *lif.* $\frac{k}{4}$ ; même ligne, *au lieu de* $\frac{km}{4^n}$, *lif.* $\frac{km}{8^n}$ ;

Pag. 258 lig. 10, *au lieu de* $\frac{km}{4^n}$, *lif.* $\frac{km}{8^n}$

Même page lig. 11, *au lieu de* $+dlf$, *lif.* $-dlf$

Même page lig. derniere, *au lieu de* $\frac{-\Phi}{2}$, *lif.* $\frac{\Phi}{o}$, & voyés ſur tout cet article IX les nouvelles additions à ces recherches ſur le calcul integral, imprimées dans ce Volume.

Pag 263 lig 8, *au lieu de* $xx$, *lisés* $exx$; Même page ligne derniere, *au lieu de* $e$, *lif.* $u$

Pag. 265 lin. 1, *au lieu de* Cel, *lif.* Cela

Pag. 267 lig 11, *au lieu de* $\zeta x$, *lif.* $\gamma x$

Pag. 268 lig. ante penult. *au lieu de* $\Phi\frac{u}{m}$, *lif.* $\Phi+\frac{u}{m}$; & *au lieu de* $mnu$, *lif.* $mu$

Pag. 269 lig. 15, *au lieu de* $+m^2$, *lif.* $+n^2$

Pag. 270 lig. 9, *au lieu de* $-A$, *lif.* $\pm A$

Même page lig 13, *au lieu de* $+\frac{A}{\Phi}$, *lif.* $\pm\frac{A}{\Phi}$

Pag. 271 lig. 3, *au lieu de* $+A$, *lif.* $+A$.

Pag. 272 lig. 5, à compter d'en bas, *au lieu de* $ydxx$, *lif.* $ydx$

Pag. 274 lig. 5, *au lieu de* $\frac{z}{\sqrt{(\alpha+\beta z+\delta zz)}}=-\frac{1}{u}$ *lif.* $\frac{z}{\alpha+\beta z+\delta zz}=\frac{1}{\delta u}$

Pag 275 lig. 16, *au lieu de* equations, *lisés* ; equation

Pag 277 lig. 8, *au lieu de* $y^s$, *lif.* $y$; lig. 12, *au lieu de* ce qui, *lif.* ce qu'il

Pag. 278 lig. 1, *au lieu de* $\grave{a}x$, *lif.* $dx$; lig. 2, *au lieu de* $+t$, *lif.* $+s$; lig. 4, *au lieu de* $+qs$, *lif.* $+ps$; lig. 7, *au lieu de* $axm$, *lif.* $a'x^m$

Pag. 281 lig. 1, *au lieu de* $dz$, *lisés* $dZ$.

Pag 283 lig 12, *au lieu de* $-\frac{C+L}{2k}$, *lif.* $\frac{-C+L}{2k}$; lig. 16, *au lieu de* de, *v*, *lif.* de *v*.

Pag 284 lig 17, *au lieu de* un *t*, *lif.* une, & lig. 18, *au lieu de* K*a*), *lif.* K*a*) *t*; lig 20, *au lieu de* $u'-u$, *lif.* $u-u'$, & *au lieu de* $2\alpha$, *lif.* $2\alpha$

Pag. 286 lig 7, à compter d'en bas, *au lieu de* $g\nu+m\mu$, *lif.* $g\nu+n\mu$.

Pag 287 lig. 15, *au lieu de* egales, *lif.* egaux. lig. 24, *au lieu de* 49, *lif.* 47

Pag. 288 lig 8, à compter d'en bas, *au lieu de* en mettant, *lif.* on mettroit

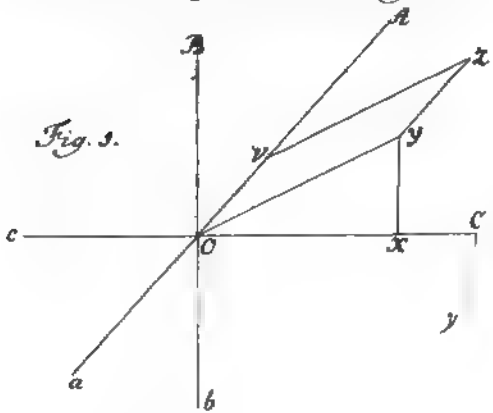
Même page le §. LII eſt repeté Deux fois

Pag. 290 lig. 4, après ces mots l'art. 52, ajoutez Scolie V.

Voila les principales fautes qu'on a pu remarquer; mais il peut y en avoir encore.

MEMOI-

Planche I. Classe Math ad pag 216.



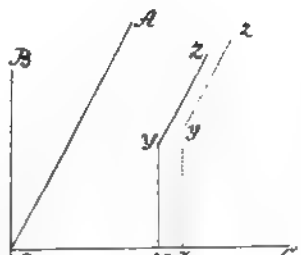
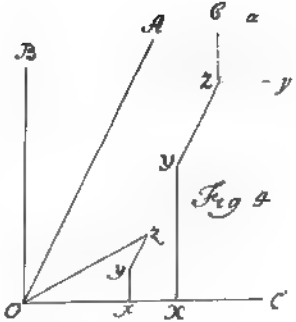
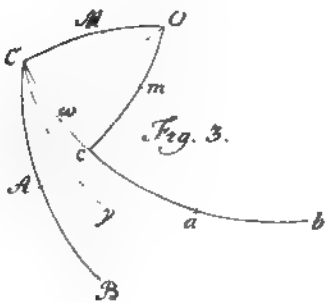
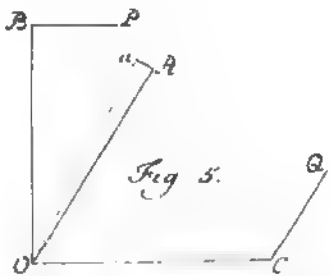
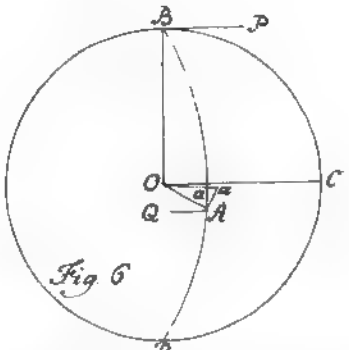




Fig 2.




Mem de l'Acad Tom VI pag 217

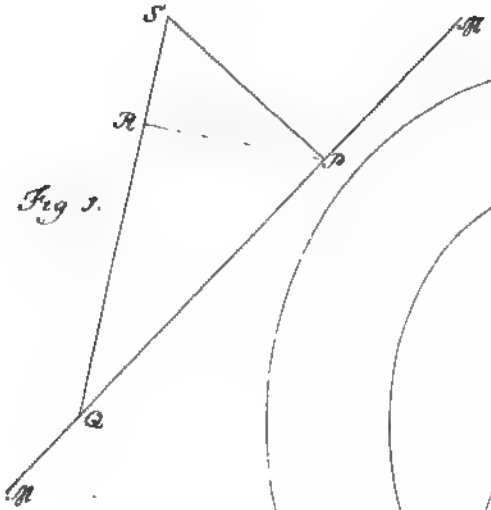



Fig 1.

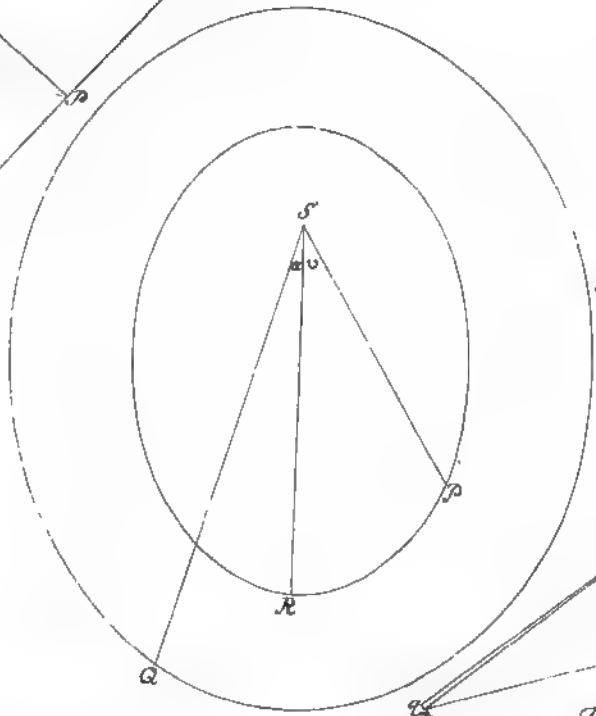



Fig 3

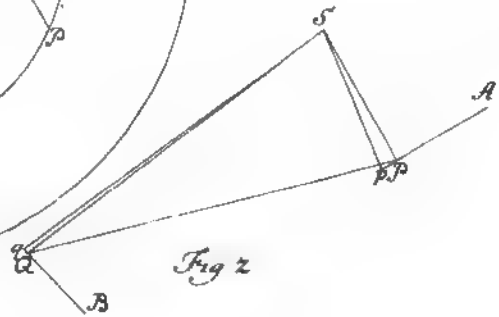



Fig 2

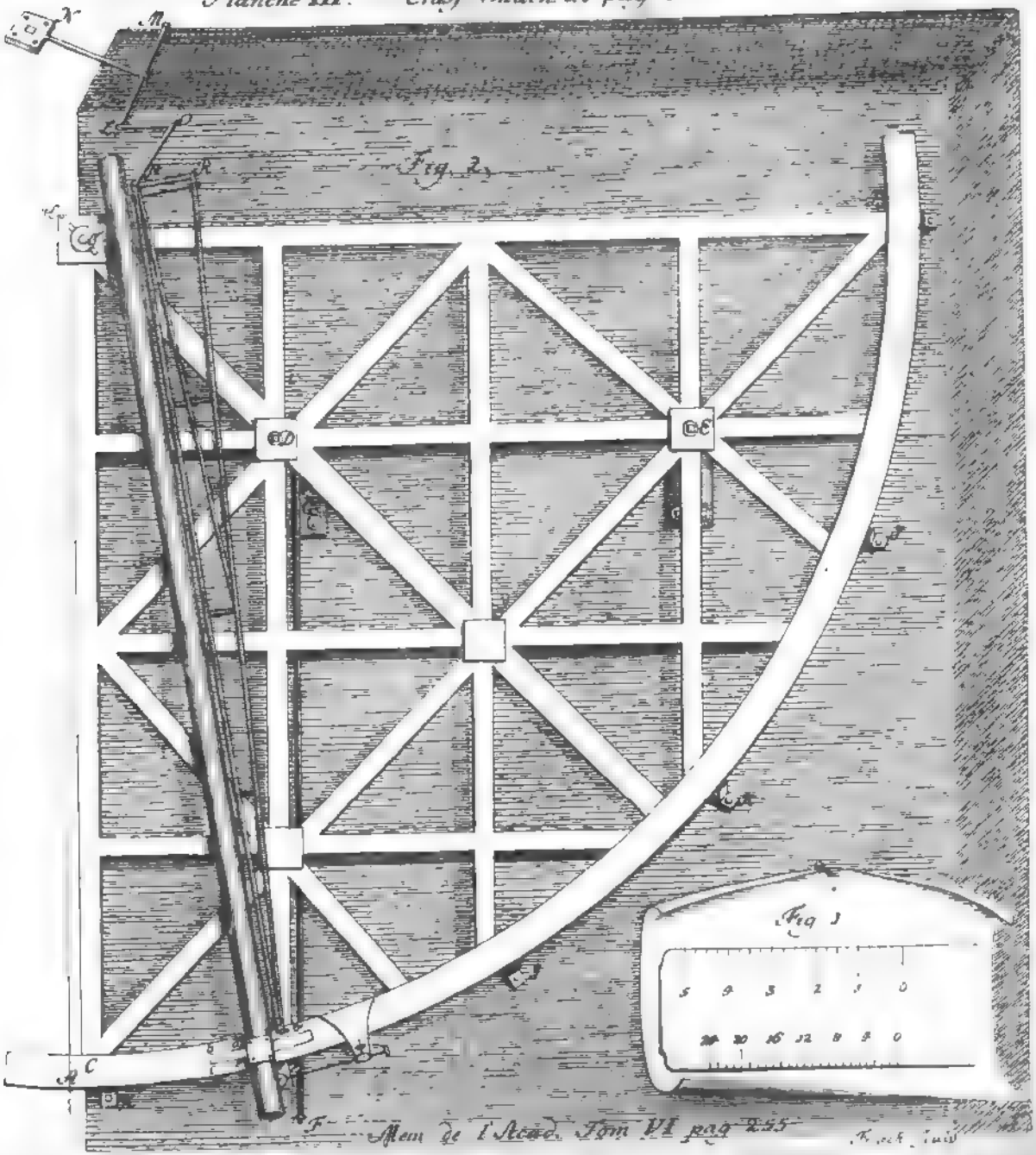


Fig. 2.
Fig. 3
5 9 3 2 1 0
24 20 16 12 8 4 0

Planche IV. Class Mat. ad pag. 316.

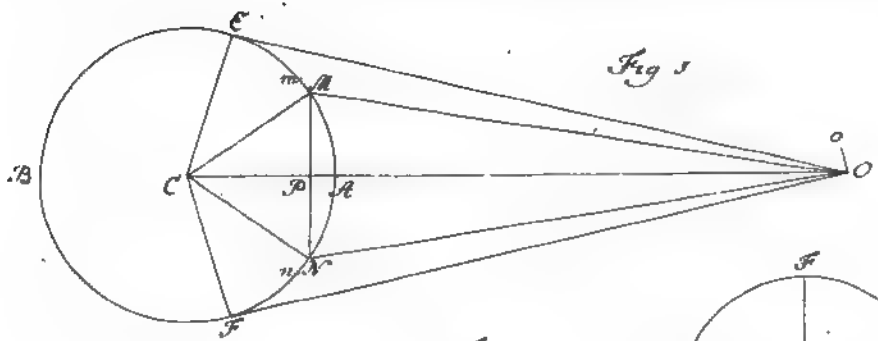



Fig 1

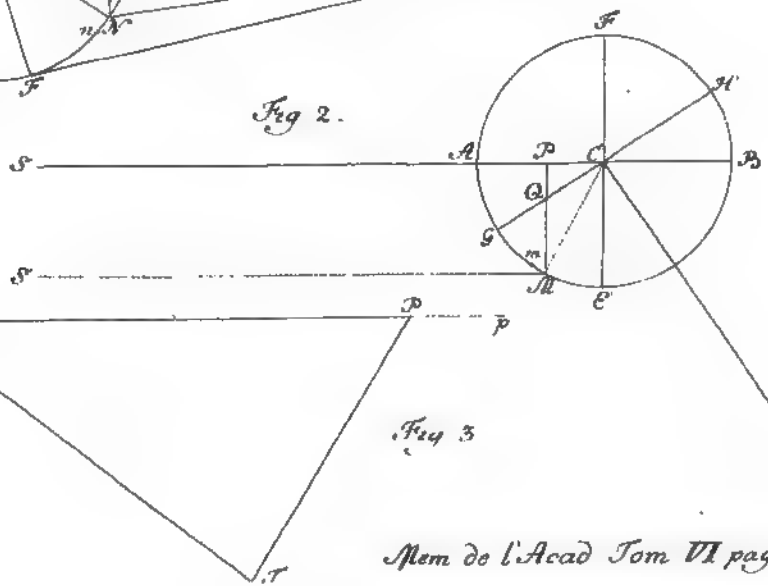



Fig 2.

Fig 3

Mem de l'Acad Tom VI pag 298.

Planche V. Classe Math. ad pag. 216

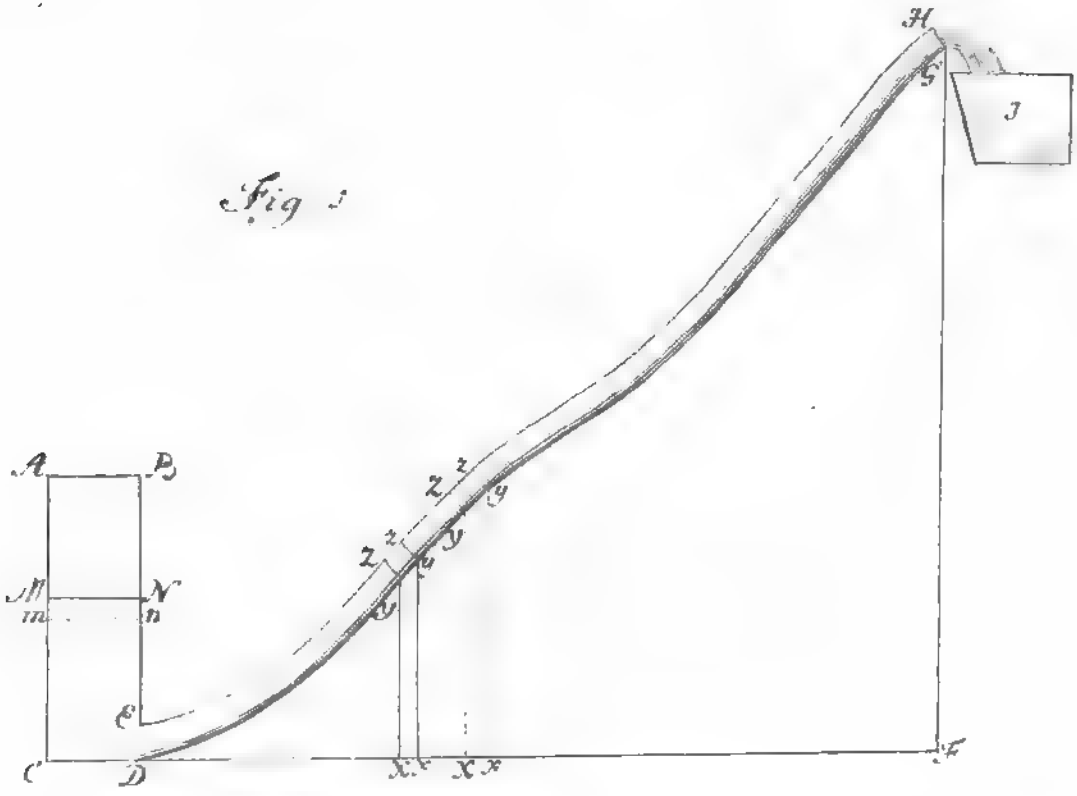



Fig 3

Mem de l'Acad Tom VI. pag 311

Planche VI. Class. Math. ad pag. 316.

Fig. 3.

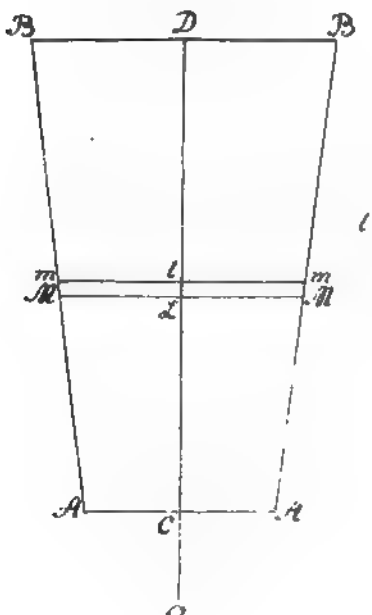



Fig. 3.

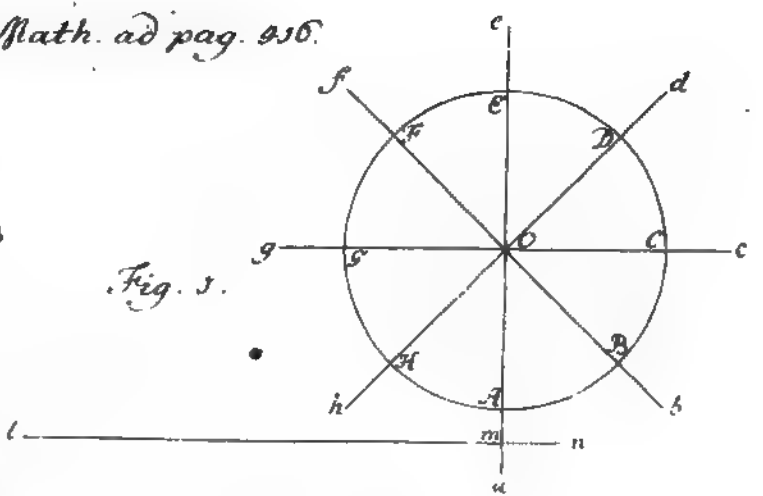
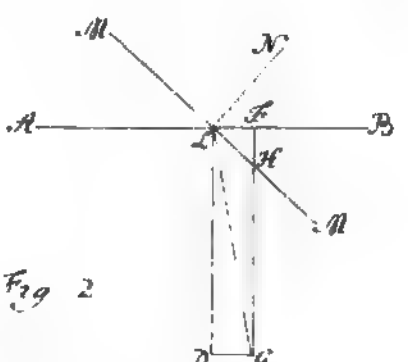



Fig. 2




Mem. de l'Acad Tom VI. pag 313

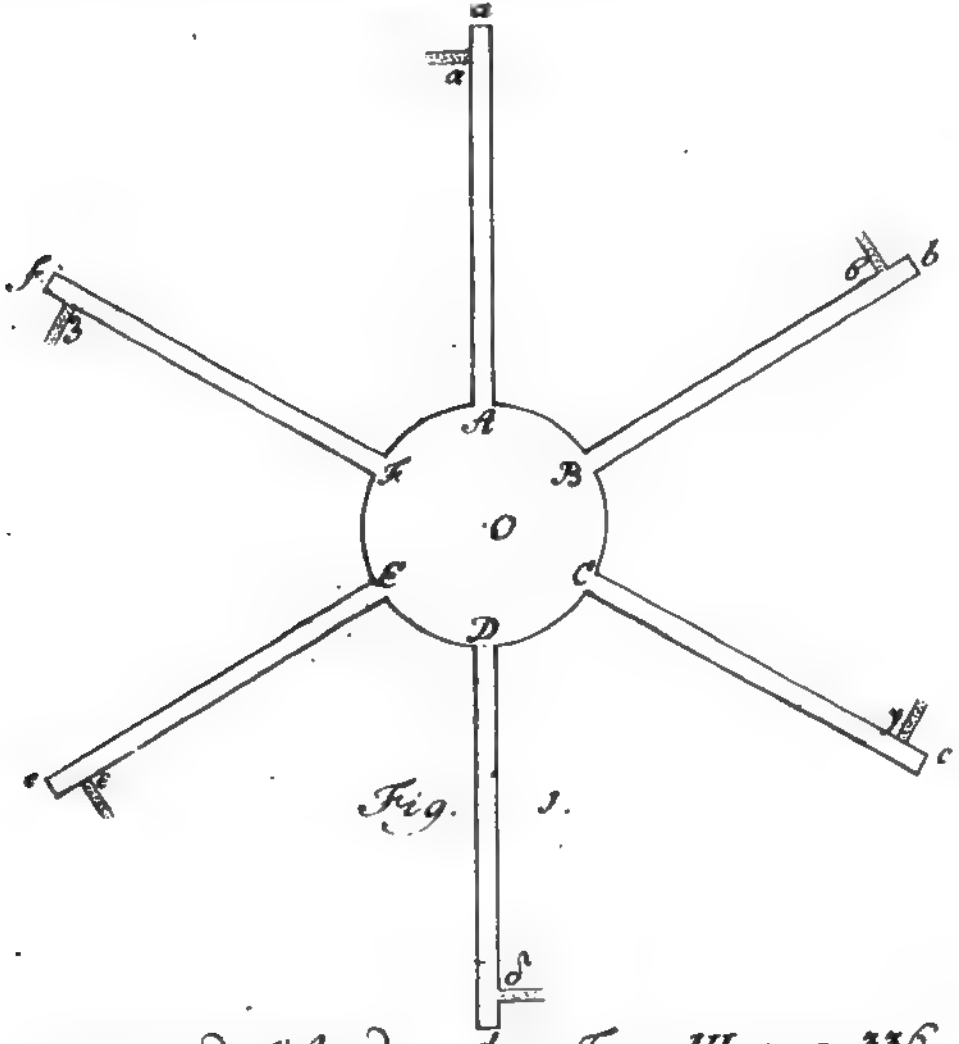



Fig. 1.

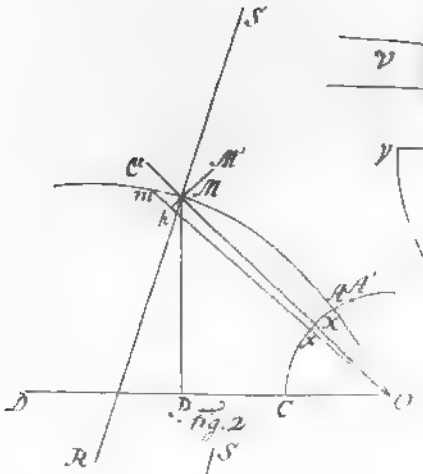



Fig 2

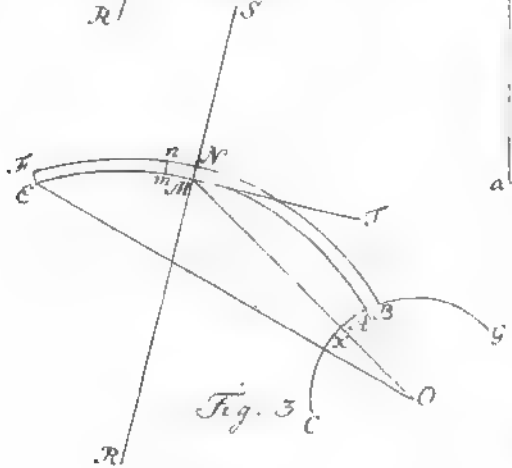



Fig. 3

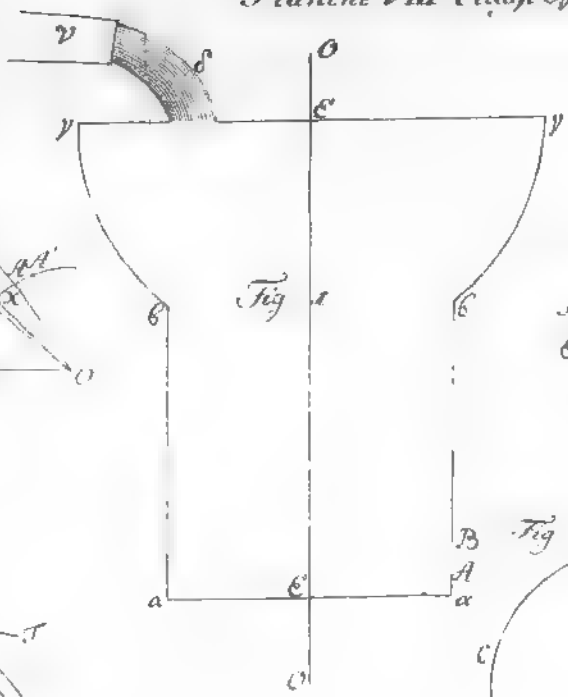



Fig 1

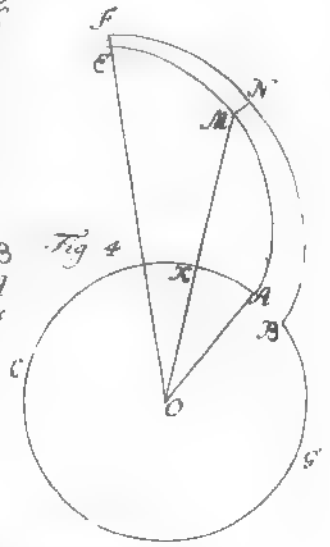



Fig 4

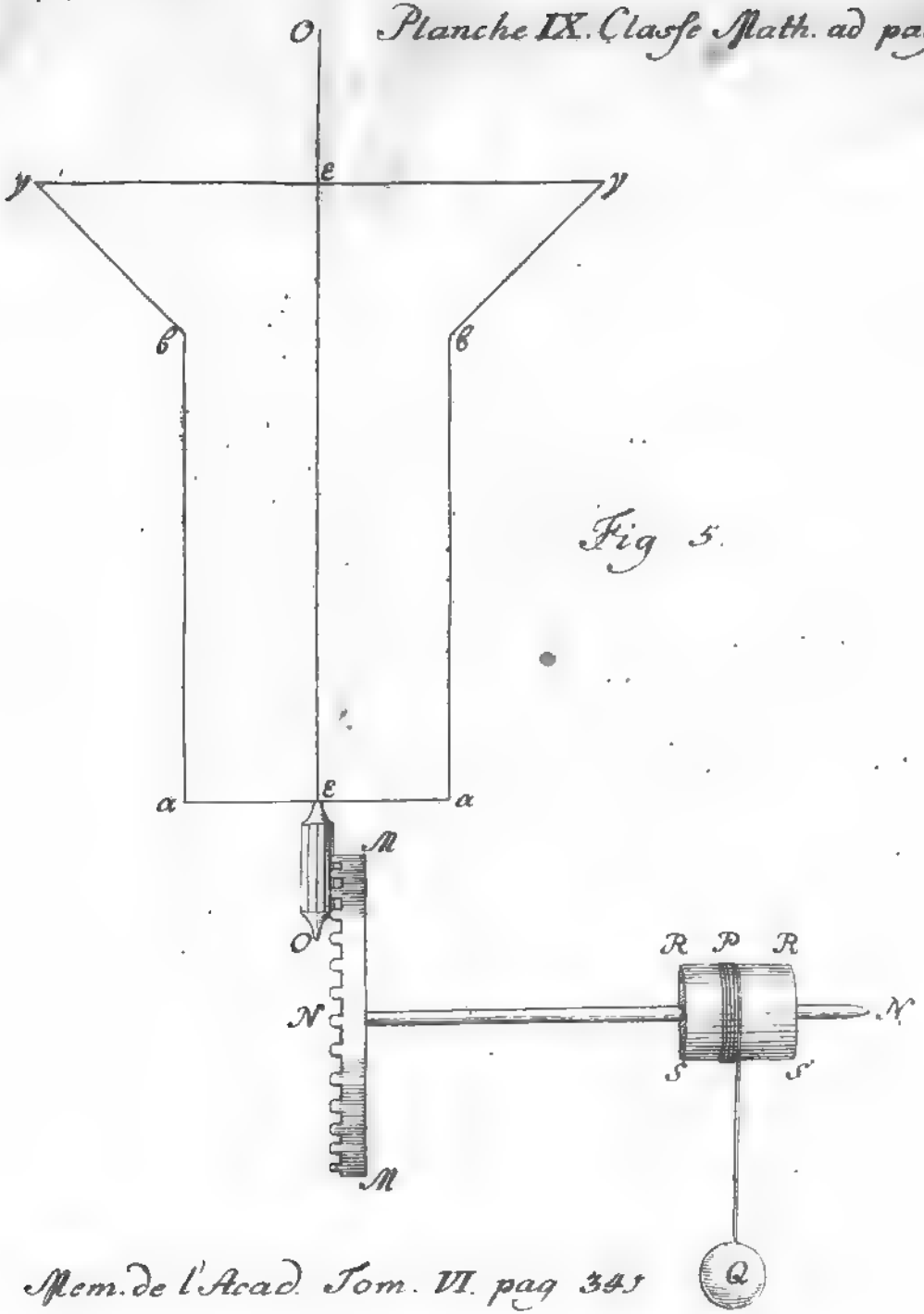



Fig 5.

Mem. de l'Acad. Tom. VI. pag 345

# MEMOIRES
DE
# L'ACADEMIE ROYALE
DES
# SCIENCES
ET
# BELLES LETTRES.

---

## *CLASSE DE PHILOSOPHIE SPECULATIVE.*

* * *

# RECHERCHES

## SUR L'ORIGINE DES FORCES,

### PAR M. EULER.

I.

C'eſt une propriété générale de tous les corps, que perſonne ne révoque plus en doute, que chaque corps conſidéré en lui-même demeure conſtamment dans le même état, ou de repos ou de mouvement. Car un corps étant une fois en repos, on convient qu'il doit demeurer toujours en repos, & s'il arrive qu'il commence à ſe mouvoir, on eſt d'accord que ce changement eſt produit par une cauſe, qui eſt étrangere à ce corps, ou qui ne ſe trouve pas dans le corps même; de ſorte que, ſi cette cauſe n'étoit pas ſurvenue, le corps ſeroit demeuré indubitablement dans ſon état de repos. Il en eſt de même, ſi le corps a été mis par une cauſe quelconque dans un état de mouvement; car alors, à moins qu'il ne ſoit aſſujetti à l'action de quelque cauſe étrangere, il conſervera toujours ce même mouvement, ou il avancera ſans ceſſe avec la même viteſſe ſelon la même direction. Et ſi un tel corps dans ſon mouvement changeoit ou de viteſſe ou de direction, il eſt certain qu'il n'en faudroit pas chercher la cauſe dans le corps même, mais hors de lui, en quelque endroit qu'elle puiſſe ſe trouver.

II. En effet ſi nous ne conſidérons qu'un ſeul corps, en ſuppoſant que tout le reſte du monde ſoit anéanti, & que ce corps exiſte tout ſeul dans l'eſpace vuide & infini, la vérité de ce que je viens d'avancer ſur la conſervation de l'état, ſautera d'abord aux yeux. Car, quoiqu'on puiſſe objecter contre la ſuppoſition que je fais, & contre l'eſpace vuide, que je ſuppoſe reſter après l'anéantiſſement de tous les autres corps, les concluſions que je m'en vais tirer, n'en ſeront pas moins ſeures. Car je n'imagine ce cas que pour mettre le corps à l'abri de toutes les cauſes étrangeres, qui pourroient agir ſur lui; & comme ces cauſes ſe trouvent hors du corps que je veux conſidérer, rien n'empêche, que je faſſe abſtraction de ces cauſes étrangeres, ou que je les ſuppoſe anéanties. C'eſt pourquoi il reviendra au même de laiſſer exiſter tous les autres corps, pourvû qu'on les regarde comme depouillés de toutes forces, par leſquelles ils pourroient agir ſur le corps en queſtion.

III. Ce corps donc étant garanti de l'action de toute force étrangere, ſoit que tous les autres corps ſoient anéantis, ou qu'ils ſe trouvent hors d'état d'agir ſur ce corps, ſi ce corps dans ces circonſtances eſt en repos, il n'y a aucun doute, qu'il ne demeure éternellement en repos, puiſqu'il ne ſe trouve nulle part la moindre raiſon, pourquoi il devroit commencer à ſe mouvoir. Et la même raiſon nous oblige à ſoutenir, que ſi ce corps avoit quelque mouvement, il devroit continuer ſans ceſſe ce mouvement avec la même viteſſe & ſelon la même direction. Car on ne peut pas ſuppoſer à ce corps un mouvement déterminé, ſans qu'il parcoure avec ce mouvement un eſpace tant ſoit petit: & comme il a à chaque point de cet eſpace le même mouvement, il y a partout la même raiſon, pourquoi il doit paſſer outre de même maniere; de ſorte qu'il ne pourra jamais changer ni de viteſſe, ni de direction.

IV. Or, tant qu'un corps ou demeure en repos ou ſe meut d'un mouvement uniforme ſelon la même direction, on dit dans l'un & l'autre cas, que le corps demeure dans le même état. Dans ce ſens donc

on

on connoit l'état d'un corps, lorsqu'on ſait, ou qu'il eſt en repos, ou qu'il ſe meut avec une certaine viteſſe ſelon une certaine direction : & partant c'eſt une proprieté eſſentielle à tous les corps de ſe conſerver dans leur état, & de n'y ſouffrir aucun changement, tandis qu'ils ne ſont pas aſſujettis à l'action de quelque cauſe étrangere. Auſſitot donc qu'il arrive ſe moindre changement dans l'état d'un corps, ſoit de repos ſoit de mouvement, il eſt bien ſeur, que la cauſe de ce changement n'eſt pas dans le corps, mais plutôt dans quelque ſujet exiſtant hors de lui ; de ſorte que ſi cette cauſe n'avoit pas agi ſur le corps, il ſeroit reſté perpetuellement dans le même état, dans lequel il eut été mis une fois.

V. A cette proprieté des corps, par laquelle ils affectent de demeurer dans le même état, on donne le nom d'*inertie* ; & partant l'inertie eſt un attribut eſſentiel à tous les corps, de ſorte qu'il ſeroit impoſſible, qu'il y eut des corps dépourvûs de cette propriété. Quoique ce mot d'inertie ſoit aſſés propre pour marquer cette qualité d'un corps repoſant, par laquelle il demeure en repos, il ne ſemble pas ſi propre à marquer le principe, par lequel un corps, qui ſe trouve en mouvement, perſévére dans le même état ; puiſqu'on eſt accoutumé de regarder la continuation du mouvement comme une action, & que le mot d'inertie dans ſa ſignification naturelle marque une oppoſition à toute action. Or, puiſque c'eſt le même principe par lequel un corps étant en repos demeure en repos, & par lequel un corps mis en mouvement conſerve ce mouvement avec la même viteſſe & ſuivant la même direction, il eſt raiſonnable d'impoſer à ce principe le même nom, tant pour l'un que pour l'autre cas. Il faut donc lier avec ce nom un tel ſens, qui marque une averſion pour tout changement.

VI. Ayant fixé cette idée de l'inertie, il eſt clair que toutes les fois qu'un corps change d'état, la cauſe de ce changement ſe doit trouver hors du corps. Ainſi, ſi un corps qui a été jusqu'ici en repos, commence à ſe mouvoir, ce corps même n'en renferme pas la

cauſe, mais il eſt bien ſeur, qu'elle ſe trouve quelque part hors de lui. De même, ſi un corps en mouvement commence à changer ou de viteſſe ou de direction, la cauſe lui eſt infailliblement étrangere, & ſubſiſtera dans quelqu'autre ſujet : de ſorte que, ſi cette cauſe n'avoit pas agi ſur le corps, il ſeroit reſté dans ſon état, ou de repos dans le premier cas, ou de mouvement dans l'autre, ſans qu'il eut jamais changé ni de viteſſe ni de direction. Par conſéquent ce ſeroit contre la nature des corps, ſi l'on vouloit ſoutenir, que les corps euſſent quelque penchant pour ſe mouvoir étant en repos, ou pour parvenir à l'état de repos lorsqu'ils ont reçu quelque mouvement; & partant il faut bannir de l'idée des corps, toutes les qualités contraires à l'inertie priſe dans le ſens, que je viens d'établir.

VII. Si l'on excepte quelques Philoſophes, qui ont des ſentimens peu juſtes ſur le mouvement, tous les autres, & ſurtout ceux qui ont joint à leurs ſpéculations Philoſophiques une connoiſſance ſuffiſante de la Mécanique, tombent d'accord ſur cet article de l'inertie. Et même ceux qui ſoutiennent une attraction univerſelle comme une propriété eſſentielle aux corps, n'en disconviennent point. Car ſi deux corps éloignés à une diſtance quelconque commencent à s'approcher l'un de l'autre, ils ne diſent pas que la cauſe, pourquoi l'un de ces deux corps commence à ſe mouvoir, ſe trouve dans ce même corps, mais plutot dans l'autre, de ſorte que ſi cet autre n'avoit pas exiſté, celui-là ſeroit demeuré toujours en repos. Ainſi, ſelon le ſentiment auſſi de ces Philoſophes, la cauſe de tout changement d'état dans les corps réſide hors d'eux & leur eſt étrangere.

VIII. Toute cauſe qui eſt capable de changer l'état d'un corps s'appelle *force* : & partant, lorsque l'état d'un corps change, ſoit que du repos il commence à ſe mouvoir, ou qu'étant déjà en mouvement, il change ou de viteſſe ou de direction, ce changement vient toujours d'une force, & cette force ſe trouve hors du corps dans quelque autre ſujet, quel qu'il ſoit. Car je ferai voir dans la ſuite la véritable ſource de toutes les forces, par leſquelles l'état des corps du monde eſt

eſt altéré continuellement. Maintenant je me contente d'avoir montré, que la force, qui cauſe quelque changement dans l'état d'un corps, n'a point lieu dans ce corps même, mais qu'on la doit néceſſairement chercher dans quelque autre ſujet.

IX. A l'occaſion de cette définition du terme de force, je remarque, que c'eſt très mal à propos, que quelques uns nomment l'inertie la force d'inertie. Car, puisque l'effet de l'inertie conſiſte dans la conſervation du même état, & que celui des forces tend à changer l'état des corps, il eſt evident que ces deux effets ſont directement contraires entr'eux, & que l'inertie marque plutot une choſe tout à fait oppoſée à l'idée des forces. Cette remarque paroit d'autant plus néceſſaire, que cette dénomination ſi peu juſte n'a pas peu contribué à brouiller la théorie des premiers principes des corps & du mouvement. Car dans la plupart des Livres qui traitent de cette matière, on trouve tant d'obſcurités & de contradictions, qu'on eſt obligé de leur renoncer tout à fait, lorsqu'on veut s'appliquer avec ſuccés à l'étude de la Mécanique : tant il s'en faut que ces Livres renferment les premiers fondemens de cette Science.

X. Or, malgré l'inertie, ou cette propriété générale des corps, en vertu de laquelle chacun tâche de ſe conſerver dans ſon état, nous voyons toujours, que tous les corps, qui tombent ſous nos ſens, changent continuellement de leurs états, & il ſemble impoſſible de trouver aucun corps, qui demeure tant ſoit peu de tems en repos, ou qui continue ſon mouvement avec la même viteſſe & ſelon la même direction. D'où il s'enſuit néceſſairement, que tous ces corps ſont ſans ceſſe aſſujettis à l'action de quelques forces, & que chaque corps ſe trouve ſollicité par quelque force, qui ſubſiſte hors de lui. C'eſt auſſi à quoi aboutiſſent toutes les recherches de la Mecanique, où l'on s'applique principalement à deux choſes: l'une, les forces qui agiſſent ſur un corps étant données, de déterminer le changement qui doit être produit dans ſon mouvement: l'autre, de trouver les forces mêmes, lorsque les changemens, qui arrivent aux corps dans leur

leur état, ſont connus. Ainſi, par exemple, ſi un corps celeſte demeuroit en repos, ou qu'il avançât d'un mouvement uniforme ſuivant la même direction, il ſeroit ridicule d'en demander la raiſon, puisqu'elle ſeroit contenuë dans la nature de ce corps même. Mais, dès qu'on remarque des irrégularités dans le mouvement d'un corps, ſoit que ſa viteſſe ou ſa direction, ou toutes les deux, ſubiſſent des changemens, alors on eſt en droit d'en demander la cauſe, étant bien ſeur, que c'eſt quelque force, qui ſubſiſte hors de ce corps.

XI. Pour trouver donc la veritable origine de ces forces, dont nous voyons que le monde eſt rempli, examinons ſoigneuſement quelques cas, où les corps ſont obligés de changer d'état ; & peſons exactement toutes les circonſtances qui s'y trouvent jointes, pour en déterrer celle, qui puiſſe contenir la ſource des forces, qui cauſent ce changement d'état. Conſidérons donc d'abord deux corps A & B, dont l'un A ſoit en repos, & l'autre B en mouvement, en ſorte qu'il dirige ſon cours vers le premier A. Cela poſé, on ſait que dès que le corps B vient à atteindre le corps A, l'état de l'un & de l'autre ſe change ſubitement, & que le corps A, qui a auparavant été en repos, reçoit quelque mouvement, & que le mouvement du corps B en devient diminué. J'enviſage ici ce cas en général, ſans déterminer ſi les corps ſont élaſtiques, ou dépourvus de tout reſſort ; car l'effet que je viens d'indiquer eſt commun à l'une & l'autre eſpece des corps. On peut encore ſuppoſer que ces deux corps ſont à peu près égaux entr'eux, afin qu'il n'y reſte le moindre doute ſur le changement d'état de tous les deux corps à la fois ; car, ſi l'un étoit incomparablement plus grand que l'autre, on pourroit penſer que le plus grand ne ſouffre aucun changement, puisque ſon changement cauſé par le choc ſeroit extrémement petit, & à peine à remarquer. Mais en tout cas il ſuffit de ſavoir, qu'au moins l'un de ces deux corps change d'état.

XII. Et d'abord je demande, pourquoi tous ces deux corps ne demeurent pas dans leur état, c'eſt à dire, pourquoi le corps A ne demeure pas en repos, & pourquoi le corps B ne continuë pas ſon mouve-

mouvemẽnt avec la même viteſſe & ſelon la même direction, comme leur inertie l'exigeroit? Or la réponſe à cette demande ſera d'abord prête: on dira que le choc ou le concours de ces deux corps ne permet pas, que l'un & l'autre conſerve ſon état; car ſi le corps A demeuroit en repos, l'autre B ne ſauroit continuer ſon mouvement, ſans qu'il paſſât au travers du premier; or que cela étoit impoſſible à cauſe de l'impénétrabilité de l'un & de l'autre de nos corps Et partant on convient, que ſi un de ces corps, ou tous les deux n'étoient pas impénétrables, ou que l'un accordât à travers de lui un paſſage entierement libre à l'autre, alors aucun de ces deux corps ne ſouffriroit le moindre changement dans ſon état; puisque l'un & l'autre pourroit continuer à reſter dans ſon état, ſans que l'un y fut empêché par l'autre.

XIII. Voilà donc déjà une circonſtance bien remarquable, ſavoir l'impénétrabilité, qui étant en cauſe, que nos deux corps ne peuvent pas pourſuivre leur état, doit contenir probablement la cauſe du changement, qui arrive dans le choc; elle demande donc dans cette recherche toute l'attention poſſible. Or l'impénétrabilité eſt de l'aveu de tous les Philoſophes une propriété auſſi générale & auſſi eſſentielle à tous les corps que l'étenduë, ou l'inertie; cependant il me ſemble que la plûpart n'ont pas aſſés exactement fixé l'idée, que nous devons avoir de cette propriété. Car quand on dit, que tous les corps ſont impénétrables, il ne faut pas croire, que par exemple une éponge, entant qu'elle ſe laiſſe pénétrer par de l'eau, y faſſe une exception; puisqu'on ſait, que ce ne ſont pas les particules de l'éponge que l'eau pénétre, mais les pores, qui, quoiqu'ils ſoient remplis d'air ou d'une autre matiere, permettent à l'eau l'entrée à meſure que la matiere, qui y étoit logée, s'en va. Cet exemple peut ſervir à lever pluſieurs doutes, qu'on pourroit faire ſur la généralité de cette qualité des corps.

XIV. De là il eſt clair, que l'impénétrabilité eſt une telle propriété des corps, en vertu de laquelle un corps étant dans un lieu,

entant qu'il occupe ce lieu, ne ſouffre pas qu'un autre corps occupe ce même lieu en même tems. La condition, que j'ai inférée dans cette définition, contenuë en ces termes : *entant qu'il occupe ce lieu*: la met à l'abri des objections qu'on pourroit faire; car, lorsque l'eau entre dans les pores d'une éponge, l'eau n'occupe pas le lieu, que l'éponge occupe actuellement, mais elle ſuccede dans les eſpaces, qu'une autre matiere avoit occupée auparavant, & qui en eſt ſortie à l'entrée de l'eau. De la même maniere, lorsque les rayons de lumière paſſent à travers du verre ou d'un autre corps transparent, ou lorsqu'on dit que l'ether, ou quelqu'autre matiere ſubtile, traverſe librement les corps, on comprend aiſément, que cet effet n'eſt pas contraire à l'impénétrabilité des corps ; puisque ce ne ſont pas les particules propres de ces corps, mais leurs pores, qui permettent le paſſage à ces matieres ſubtiles.

XV. Pour mieux faire ſentir, que l'impénétrabilité convient à tous les corps, & qu'elle en eſt même une proprieté eſſentielle, de ſorte que des êtres étendus, & même doüés de l'inertie, s'ils n'avoient pas cette propriété, ne mériteroient pas même le nom de corps; je remarque qu'un corps dépouillé de l'impénétrabilité, s'il étoit poſſible, ne ſeroit plus capable de frapper nos ſens, & de nous porter par là à la connoiſſance de ſon exiſtence. Car premiérement il eſt clair, que laiſſant un libre paſſage à tous les corps, qui y frappent, nos mains y paſſeroient à travers ſans rien ſentir, & les rayons de lumière y trouvant auſſi un libre paſſage n'exciteroient pas dans leur ſurface cette clarté requiſe pour les rendre viſibles à nos yeux. Pour les autres ſens il eſt pareillement évident, qu'ils ne ſauroient recevoir d'un tel corps la moindre impreſſion.

XVI. Mais de plus, quand même il y auroit de tels corps parfaitement pénétrables, en quoi ſeroient-ils differens de l'idée, que nous avons d'un eſpace vuide ? On ne pourroit pas dire, qu'ils occupaſſent quelque lieu, puisque ce même lieu pourroit être occupé par d'autres corps, ſans que ceux-là le quittaſſent. Enſuite les parties

ties de ces corps étant auſſi parfaitement pénétrables, rien n'empêcheroit, qu'on ne les réduiſit dans un même lieu: car étant pénétrables, ni la dureté, ni la roideur, ne leur pourroit convenir. Ainſi un tel corps ſe laiſſeroit réduire dans un auſſi petit eſpace, qu'on voudroit, & même dans un point, ou à rien; de ſorte que ce ſeroit un vrai anéantiſſement: & après avoir été reduit de cette façon à rien, il ſeroit difficile de dire en quoi il ſeroit different dans cet état de celui, où on l'a conçu auparavant; par conſéquent ces ſortes de corps ne différoient en aucun égard d'un vrai rien.

XVII. De là il eſt clair, combien il appartient à l'eſſence des corps d'être impénétrables, puiſque ſans cette propriété ils ne ſeroient capables d'occuper aucun lieu; & quand même on les concevroit dans un eſpace, il n'y auroit aucune difference entr'eux & un eſpace vuide. Cette conſidération me conduit auſſi à remarquer, que la pénétrabilité dans le ſens, qu'on la doit entendre, n'eſt pas ſuſceptible de dégrés, de ſorte qu'on ne ſauroit dire, qu'un être fut plus ou moins pénétrable qu'un autre. Car, dès qu'il n'eſt pas entiérement impénétrable, il eſt pénétrable, & les raiſons alleguées contre la réalité des êtres tout à fait pénétrables, prouveront auſſi que la partie, qu'on conçoit pénétrable, eſt deſtituée de realité; de ſorte qu'il ne reſteroit pour la conſtitution du corps que la partie tout à fait impénétrable. Ainſi l'impénétrabilité des corps conſiſte dans une impoſſibilité abſoluë de ſe laiſſer pénétrer; ou il eſt impoſſible que deux corps, ou ſeulement deux de leurs moindres particules, exiſtent à la fois dans le même lieu.

XVIII. Après ces réfléxions ſur l'impénétrabilité, retournons à la conſidération des deux corps A & B, dont celui-cy B rencontre dans ſon mouvement l'autre A que nous ſuppoſons en repos. Et puiſque nous avons vû, qu'à la rencontre même il eſt impoſſible que l'un & l'autre demeure dans ſon état, à cauſe de l'impénétrabilité, il s'agit de déterminer, d'où vient la force qui produit ce changement d'état, qui doit néceſſairement arriver. Car à cauſe de l'inertie il n'y

a aucun doute, que ce changement ne provienne d'une certaine cauſe; & toute cauſe capable de changer l'état des corps, eſt compriſe ſous le nom de force. Poſons donc cette alternative; ou cette force eſt néceſſairement liée avec l'impénétrabilité, ou elle en eſt ſéparable. Dans ce dernier cas donc l'impénétrabilité pourroit ſubſiſter ſans cette force; or aboliſſant cette force, ou la cauſe du changement d'état dans nos corps, ſon effet devroit auſſi ceſſer, & partant l'un & l'autre corps devroit demeurer dans ſon état. Mais cela étant impoſſible, puiſque les corps ſe devroient pénétrer, il s'enſuit néceſſairement, que la force en queſtion eſt abſolument liée avec l'impénétrabilité, & qu'elle n'en eſt nullement ſéparable.

XIX. Auſſi-tot donc qu'on reconnoit l'impénétrabilité des corps, on eſt obligé d'avoüer que l'impénétrabilité eſt accompagnée d'une force ſuffiſante, pour empêcher la pénétration. Et en effet s'il eſt impoſſible que les corps ſe pénétrent, il faut qu'il y ait des obſtacles inſurmontables, qui s'oppoſent à la pénétration; & ſi la pénétration ne ſauroit être évitée, ſans que les corps ne changent d'état, il faut qu'il ſe trouve dans les corps mêmes, entant qu'ils ſont impénétrables, des forces ſuffiſantes pour produire ce changement d'état, ſans lequel l'impénétrabilité ne ſauroit ſubſiſter. Ce ſeroit donc une contradiction ouverte de ſoutenir, que les corps ſont impénétrables, & de leur refuſer en même tems les forces, qui ſoient abſolument néceſſaires pour maintenir l'impénétrabilité, & pour s'oppoſer à la pénétration.

XX. Entant donc que les corps ſont impénétrables, ils ſont auſſi doüés de forces néceſſaires pour le maintien de cette propriété: & ſans ces forces il ſeroit même impoſſible de ſe former une idée de l'impénétrabilité; de ſorte que c'eſt l'impénétrabilité, qui eſt la premiére ſource des forces, qui ſubſiſtent dans le monde, & qui produiſent une infinité de changemens dans l'état des corps. Or ces forces ne ſe déployent que lorsqu'il s'agit de prévenir la pénétration; car, tant que les corps peuvent perſéverer dans leur état, ou de repos ou de mouve-

mouvement, ſans que leur impénétrabilité en ſoit attaquée, il n'arrivera aucun changement dans leur état, tout comme ſi les forces jointes à l'impénétrabilité n'exiſtoient point. Mais lorsque les corps ne ſauroient demeurer dans leur état ſans ſe pénétrer les uns les autres, c'eſt alors que les forces de l'impénétrabilité agiſſent, en changeant l'état des corps, autant qu'il faut pour empêcher toute pénétration.

XXI. Nous voyons par là, quelle idée nous devons nous former de ces forces, dont l'impénétrabilité des corps eſt néceſſairement accompagnée; & qu'on doit bien prendre garde de les ranger ſous la définition, que quelques Philoſophes donnent des forces en général, quand ils diſent, qu'une force eſt un effort continuel de changer d'état. Car premiérement ces forces, que nous venons de découvrir, n'agiſſent pas continuellement, mais ſeulement alors, quand les corps en continuant leur état ſe devroient pénétrer mutuellement. Enſuite le changement d'état, qu'elles produiſent n'en eſt qu'un effet indirect, puisque leur effet principal conſiſte dans le maintien de l'impénétrabilité, & qu'elles ne changent l'état des corps, qu' entant qu'il le faut pour empêcher la pénétration. Donc, quoique l'exiſtence de ces forces de l'impénétrabilité ſoit démontrée, nous ſommes encore en droit de nier hardiment, qu'il ne ſe trouve point dans les corps des forces telles, que nous décrivent ces Philoſophes; qui ſemblent avoir manqué en ce qu'ils ont voulu définir une choſe, avant que de l'avoir ſuffiſamment connuë.

XXII. Or quand nous nommons force, toute cauſe qui eſt capable de changer l'état des corps tant de repos que de mouvement, cette définition convient parfaitement bien aux forces, dont l'impénétrabilité des corps eſt revêtuë. Car premiérement ces forces ne changent pas perpetuellement l'état des corps, & elles n'ont pas même un effort pour produire un tel changement, tandis que l'impénétrabilité ne ſouffre aucune atteinte. Enſuite, on n'en peut dire que ce qu'elles ſont ſeulement capables de cauſer quelque changement dans l'état des corps, puisqu'elles ne produiſent aucun effet, que lorsque les corps

ſe trouvent dans un tel état, qu'ils ne ſauroient y demeurer, ſans qu'ils ſe pénétraſſent les uns les autres : de ſorte que ce n'eſt que dans ces cas, qu'on pourroit dire, que ces forces agiſſent effectivement, & alors même elles n'agiſſent, qu'autant qu'il faut pour garantir les corps de pénétration.

XXIII. Il ſe trouve ici encore une autre circonſtance, qui paroitra bien étrange ; c'eſt que ces forces regardées en elles-mêmes ne ſont pas déterminées ni par rapport à la quantité, ni à la direction : ou plutot s'il eſt impoſſible que quelque choſe exiſte, qui ne ſoit pas entiérement déterminé, il faut dire que ces forces mêmes n'exiſtent pas, que lorsque le cas exiſte, où elles ſont obligées d'agir pour prévenir la pénétration : ce n'eſt donc que dans ces cas, qu'elles méritent le nom de force ; & hormis ces cas, elles ne ſont qu'un attribut de l'impénétrabilité. Mais dès que le cas arrive, que deux corps en continuant leur état ſe devroient pénétrer, auſſi-tot ces forces commencent à agir, & à changer l'état des corps autant qu'il faut pour les mettre à l'abri de la pénétration : & dès qu'il n'y a plus de danger, qu'ils ſe pénétrent, les corps continueront l'état, où ils auront été réduits par l'action de ces forces, & il n'en reſtera plus rien, d'où l'on pourroit juger, que ces forces ſubſiſtaſſent encore, ſi ce n'eſt l'impénétrabilité même.

XXIV. Puisqu'un corps, qui exiſteroit tout ſeul, pourroit toujours demeurer dans ſon état ou de repos ou de mouvement, ces forces de l'impénétrabilité ne produiroient jamais le moindre effet, & ce ſeroit tout comme ſi elles n'exiſtoient pas. Ainſi d'un corps regardé en lui-même, on ne ſauroit dire, qu'il étoit doüé d'une telle force ; & comme ces forces ne ſe manifeſtent qu'à la rencontre de deux ou pluſieurs corps, où il s'agit d'empecher leur pénétration, il eſt clair que ces forces ſont l'effet de l'impénétrabilité, non d'un ſeul corps, mais de tous les deux à la fois ; car, ſi l'un ſeulement étoit pénétrable, il n'arriveroit aucun changement dans tous les deux. D'où il s'enſuit que ces forces, dont nous voyons l'effet dans le choc des corps, réſultent également de l'un & de l'autre de ces corps, & qu'il en nait alors

alors une ſeule force, qui opére le changement d'état dans l'un & l'autre. Et partant, tant que nous ne conſidérons qu'un ſeul corps, on ne ſauroit lui attribuer rien, qui reſſemblât à ces forces, & encore moins pourroit-on dire, que ce corps eût une force déterminée.

XXV. Pour parler donc plus préciſément, il faut dire qu'à la rencontre de deux corps, qui ſe pénétreroient s'ils continuoient à demeurer dans leur état, il nait de l'impénétrabilité de l'un & l'autre à la fois une force qui en agiſſant ſur les corps, change leur état : & de plus, que cette force eſt à chaque moment d'une telle quantité & direction préciſément qu'il faut pour empêcher la pénétration, de ſorte que lorsqu'une petite force ſuffit à cet effet, il ne ſe trouve auſſi que cette petite force, qui agit ſur les corps. Or ſi pour empêcher la pénétration, il faut une force quaſi infinie, on doit convenir que l'impénétrabilité des deux corps fourniroit auſſi dans ce cas une force infiniment grande. Car, puisqu'il eſt abſolument impoſſible que les corps ſe pénétrent, il faut qu'il ſe trouve toujours une force capable, quelque grande qu'elle dût être, pour détourner les corps de la pénétration. Ainſi l'impénétrabilité des mêmes corps eſt capable de fournir des forces tantôt extrémement grandes, tantôt fort petites, ſelon que les circonſtances l'exigent.

XXVI. Pour empêcher que deux corps, qui ſe rencontrent, ne ſe pénétrent, il faut produire dans leur état un certain changement, & ce changement ſe doit faire dans un certain tems ; & c'eſt de là que la force tire ſa détermination tant par rapport à la quantité, qu'à la direction. Car il eſt d'abord clair, que la force ne ſauroit être plus petite, qu'elle ne ſeroit pas ſuffiſante à prévenir la pénétration ; mais on pourroit dire que rien n'empêcheroit que la force ne fut plus grande. Mais il faut remarquer, que dès que la force aura déjà réduit les corps jusqu'au point, où la pénétration ne ſeroit plus à craindre, il n'y auroit plus de raiſon, pourquoi cette force pourſuivroit les corps au delà, que de dire qu'elle agiroit, déjà quand ils ſont encore éloignés. Ainſi dans le choc des corps leur impénetrabilité ne fournit toujours

que

que la plus petite force, qui eſt capable de les garantir de la pénétration; & c'eſt ſans doute ſur cette circonſtance, qu'eſt fondé ce principe ſi général, que tous les changemens au monde ſont produits aux moindres dépens qu'il eſt poſſible, ou avec les plus petites forces, qui ſont capables de cet effet.

XXVII. Il en eſt de même de la direction de cette force, laquelle eſt toujours telle, que les corps en ſont le plus promptement détournés de la pénétration. Pour connoitre cette direction, on n'a qu'à s'imaginer que les corps en pourſuivant leur état, ſe pénétrent infiniment peu, de ſorte qu'une partie de l'un ſe plonge dans une partie de l'autre. Cet enfoncement étant infiniment petit, pourra être regardé comme un attouchement; & il eſt clair que pour éviter le plus promptement cette pénétration, la direction de la force doit être perpendiculaire au plan de cet attouchement. Ce qui eſt auſſi parfaitement d'accord tant avec l'expérience qu' avec la Theorie de la Mécanique, par laquelle nous ſavons, que dans le choc de deux corps, la direction de la force, dont ces corps ſe trouvent ſollicités alors, eſt toujours perpendiculaire au plan, par lequel ils ſe touchent mutuellement. De là vient auſſi, que les preſſions des fluides ſur des ſurfaces quelconques ſont toujours perpendiculairement dirigées ſur ces ſurfaces. Car, ſi ces ſurfaces n'étoient pas impénétrables, le fluide les pénétreroit actuellement; puisque donc c'eſt auſſi l'impénétrabilité, qui empêche la pénetration, il faut pareillement que la direction de la force, qui y agit, ſoit perpendiculaire à la ſurface.

XXVIII. La même choſe arrive quand un corps peſant repoſe ſur une table horizontale, où l'impénétrabilité du corps même eſt en cauſe, qu'il ſe laiſſe ſoutenir; car ſi l'un ou l'autre étoit pénétrable, le corps deſcendroit en paſſant à travers de la table. Mais le corps étant peſant exerce une force égale à ſon poids ſur la table, & celle-ci ſoutenant le corps en repos, il faut que la force, dont la table réagit ſur le corps, ſoit exactement égale à la preſſion du corps; & ſi le corps étoit plus ou moins peſant, la force de l'impénétrabilité de la table

ſeroit plus ou moins grande. D'où l'on voit encore plus évidemment que la force, dont l'impénétrabilité eſt capable, eſt indéterminée en elle même, & qu'elle ne devient déterminée qu'en chaque cas, où elle ſe manifeſte toujours dans un tel degré exactement qu'il faut pour réſiſter à la pénétration, de ſorte qu'elle n'eſt dans chaque cas ni trop grande ni trop petite. Enſuite il eſt auſſi clair de ce cas, que la direction de la force d'impénétrabilité eſt toujours perpendiculaire au plan de l'attouchement.

XXIX. Puisque, dans ce cas que nous venons de conſidérer, la force d'impénetrabilité de la table eſt exactement égale à la force, dont le corps preſſe la table, nous comprenons en général que toujours, lorsque deux corps ſont preſſés l'un contre l'autre, l'impénétrabilité de chacun doit réſiſter à cette preſſion; donc la force, qui réſulte de l'impénétrabilité de l'un, eſt exactement égale à la force, dont l'autre eſt preſſé contre celui-là. Or, puisque la preſſion entre ces deux corps eſt la même de part & d'autre, à cauſe de l'égalité entre l'action & la réaction, il s'enſuit que l'impénétrabilité de l'un & de l'autre de ces deux corps déploye une même force, qui eſt égale à celle dont les deux corps ſont apprimés enſemble. Ainſi, ſi deux corps A & B ſont preſſés l'un contre l'autre par une force $= f$, le corps A repouſſe le corps B à cauſe de ſon impénétrabilité avec une force $= f$, & réciproquement le corps B à cauſe de ſon impénétrabilité repouſſe le corps A avec la même force $= f$.

XXX. De là je tire cette concluſion générale: ſi deux corps A & B ſe rencontrent en ſorte qu'ils ſe devroient pénétrer, s'ils étoient pénétrables, ce qui ſe feroit par l'endroit, où ils s'attouchent mutuellement; les forces, dont l'un & l'autre reſiſte à la pénétration, ſeront égales entr'elles & directement oppoſées: car la direction de l'une & de l'autre de ces forces eſt perpendiculaire au plan, par lequel ces corps ſe touchent mutuellement. Ainſi, ſi la force, dont le corps A à cauſe de ſon impénétrabilité agit ſur le corps B, eſt $= f$, de ſorte que $f$ eſt la force requiſe pour empêcher que le corps B ne

pénétre par A, le corps B agira à cauſe de ſon impénétrabilité avec une force égale *f* ſur le corps A, pour empêcher que celui-cy ne pénétre par celui-là. Et dans cet état ces deux corps ſe trouveront preſſés l'un contre l'autre avec la même force $= f$. Et cela eſt vrai, ſoit que les corps ſoient preſſés actuellement enſemble, ou qu'ils ſe rencontrent dans le choc.

XXXI. Cette égalité des forces, d'où dépend le grand principe de l'egalité entre l'action & réaction, eſt une ſuite néceſſaire de la nature de la pénétration. Car, s'il étoit poſſible que le corps A pénétrât le corps B, le corps A ſeroit préciſément autant pénétré par le corps B; donc, puisque le danger que ces corps ſe pénétrent, eſt égal de part & d'autre, il faut auſſi que ces deux corps employent des forces égales pour reſiſter à la pénétration. Ainſi, autant que le corps B eſt ſollicité par le corps A, préciſément autant ſera celui-cy ſollicité par celui-là, l'un & l'autre déployant exactement autant de force qu'il faut pour prévenir la pénétration. Or ces deux corps agiſſant l'un ſur l'autre par une force quelconque, ſe trouveront dans le même état, que s'ils étoient comprimés enſemble par la même force.

XXXII. Nous voyons donc que la ſeule impénétrabilité des corps eſt capable de fournir des forces, par leſquelles l'état des corps peut être changé; & dans les cas où cela arrive, ſi l'on demande, d'où viennent les forces qui cauſent ces changemens, on pourra répondre hardiment que l'impénétrabilité des corps en eſt la véritable ſource. Or je ferai voir que dans le choc des corps, le changement qui arrive dans leur état eſt préciſément le même, que ces forces d'impénétrabilité doivent produire: & partant, partout où nous voyons que l'état des corps ſubit des changemens par le choc ou par la rencontre de deux ou pluſieurs corps, nous ſerons aſſurés que les forces qui ont cauſé ces changemens, ſont préciſément celles, que l'impénétrabilité des corps déploye dans ces rencontres; & on ne ſe trouvera plus embaraſſé à l'égard des forces actives & motrices, par leſquelles quel-

quelques Philoſophes ont voulu expliquer mal à propos ces changemens, qui arrivent dans le choc des corps.

XXXIII. Mais, avant que de déterminer ces changemens par ces principes, pour faire voir, qu'ils ſont d'accord avec la verité, il faut avoir égard à l'état de compreſſion, où les corps ſe trouvent pendant qu'ils agiſſent l'un ſur l'autre. Car, ſi deux corps ſont preſſés enſemble par une force quelque petite qu'elle ſoit, ils en ſouffrent quelque enfoncement, qui ſera d'autant plus grand, moins les corps ſeront durs; & ce ne ſeroient que des corps infiniment durs, qui n'en reçuſſent aucune impreſſion, ou enfoncement. Cet enfoncement ſe fait, quand les parties extérieures des corps, à l'endroit où ils ſe touchent & agiſſent l'un ſur l'autre, cedent à la force de preſſion, ou en dedans, ou à coté, ſelon la nature des corps; tout comme nous voyons que deux globes de terre glaiſe, lorsqu'ils ſe choquent, deviennent applatis à l'endroit de l'attouchement. Cependant on comprend aiſement que cet enfoncement ſe fait, ſans aucune pénétration réelle.

XXXIV. Si la détermination du changement d'état, qui arrive dans le choc des corps, demandoit une connoiſſance parfaite de cet enfoncement, on voit bien, qu'elle ſeroit peut-être impoſſible, & qu'elle ſeroit differente pour chaque eſpece de corps choquans ſelon leur degré de dureté. Mais heureuſement, ſoit que les corps ſoient plus ou moins durs, on n'a qu'à avoir égard à cette circonſtance de ces enfoncemens, s'ils ſe remettent après le choc, ou s'ils demeurent; & en conſéquence de cela on n'a qu'à diſtinguer deux eſpeces principales de corps: l'une qui conſerve les enfoncemens après le choc, l'autre, qui ſe remettent après le choc exactement ſans en conſerver la moindre marque. Les corps de la premiére eſpece ſont nommés ſans reſſort, & ceux de l'autre eſpece à reſſort; & c'eſt ſelon ces differentes eſpeces de corps, que les loix du changement d'état dans le choc des corps varient.

XXXV. Soit que nous conſidérions des corps ſans reſſort, ou à reſſort, le calcul ſera le même pour la premiére moitié du tems que dure le choc. Soient donc deux corps ſpheriques A & B, qui ſe *Fig. I.*

meuvent ſur la même ligne droite MN dans le même ſens, mais que la viteſſe du corps A ſoit plus grande, que celle du corps B avant le choc, de ſorte que celui-là doit rencontrer celui-cy quelque part. Suppoſons que cela arrive pour le premier inſtant, quand le centre du premier corps ſera en A, & celui de l'autre en B, ce ſera donc l'inſtant du tems, où le choc commence; car le corps A ayant une plus grande viteſſe que le corps B, ſi chacun continuoit ſon mouvement, ils ſe devroient pénétrer l'un l'autre, & c'eſt de là que nait l'action mutuelle de ces deux corps, ou leur choc.

XXXVI. Soit avant le choc la viteſſe du corps $A = a$, & celle du corps $B = b$, de ſorte que $a > b$, & ce ſeront encore leurs viteſſes au premier inſtant, qu'ils ſe rencontrent en A & B, où ils commencent à ſe toucher. Ici donc la diſtance de leurs centres AB ſera égale à la ſomme de leurs demi-diametres, & partant nommant le demi-diametre du premier $AC = \alpha$, & de l'autre $BC = \beta$, nous aurons $AB = \alpha + \beta$. Soit après ce commencement écoulé un tems $= t$, où les corps ſe trouvent dans la ſituation $ab$, le centre du premier A ayant cependant parcouru l'eſpace $Aa = x$, & le centre de l'autre B l'eſpace $Bb = y$. Dans cet état donc la diſtance des centres $ab$ ſera $= AB + Bb - Aa = \alpha + \beta + y - x$; qui ſera plus petite que $\alpha + \beta$ à cauſe des enfoncemens, que ces corps s'impriment pendant le choc. Il ſera donc $x > y$, & ſi nous poſons $x - y = z$, cette quantité $z$ marquera la quantité des enfoncemens, ou de combien la diſtance des centres $ab$ eſt plus petite que AB.

XXXVII. Soit de plus dans cet état la viteſſe du corps A en $a = v$, & celle du corps B en $b = u$; & ces viteſſes ſeront déjà differentes de celles avant le choc, $a$ & $b$, puiſque les corps pour empêcher la pénétration ont déjà agi l'un ſur l'autre, pendant le tems $t$: car je ſuppoſe que cette action mutuelle dure encore, & que la viteſſe $v$ du corps A ſurpaſſe encore la viteſſe $u$ du corps B, de ſorte que les corps ſont encore obligés d'agir l'un ſur l'autre pour prévenir la pénétration. Dans cet état donc, ſoit la force, avec laquelle ces deux corps

corps agiſſent l'un ſur l'autre $= P$, & puisque le plan de l'attouchement $de$ eſt perpendiculaire à la droite MN, le corps A en $a$ ſera ſollicité par cette force P ſelon la direction $ca$, & le corps B en $b$ ſera pouſſé par la même force P ſelon la direction $cb$.

XXXVIII. Puisque les corps ſont preſſés l'un contre l'autre par une force égale à P, leur enfoncement en deviendra plus grand, & comme la diſtance de leurs centres $ab$ étoit à préſent $= \alpha + \mathfrak{C} - z$; après l'elément du tems $dt$ elle deviendra encore plus petite, ſavoir $= \alpha + \mathfrak{C} - z - dz$. Donc il faut que la force P ſoit préciſément ſi grande, qu'en agiſſant ſur les corps elle réduiſe dans le tems $dt$ leurs centres à cette diſtance $\alpha + \mathfrak{C} - z - dz$: car ſi cette force P étoit plus petite, les corps s'approcheroient d'avantage, & ſe pénétreroient par conſéquent en quelque partie, ce qui ſeroit impoſſible; & puisque cette force P ne ſe manifeſte que pour empêcher la pénétration, elle ne ſauroit être plus grande, qu'il ne faut pour cet effet; & partant elle ne réduira point les centres des corps à une plus grande diſtance que $\alpha + \mathfrak{C} - z - dz$. Ce ſera donc de là que la force P, qui reſulte de l'impénétrabilité des corps, tire ſa détermination.

XXXIX. Pour trouver donc ſa juſte valeur, nous n'avons qu'à employer les principes de la Mecanique. Soit donc la maſſe du corps $A = A$ & celle du corps $B = B$, & on ſait que les viteſſes $v$ & $u$ de ces deux corps ſeront par la force P dans le tems $dt$ altérées comme il ſuit:

$$A\,dv = -P\,dt \quad \& \quad B\,du = P\,dt$$

Car le corps A en $a$ étant pouſſé par cette force en arriére, ſa viteſſe en ſera diminuée, ou ſon differentiel deviendra negatif. Au contraire l'autre corps B en $b$ étant pouſſé par cette force ſuivant la direction de ſon mouvement, ſa viteſſe en ſera accélerée.

XL. Ici il eſt d'abord clair qu'en ajoutant ces deux équations on aura $A\,dv + B\,du = 0$, & partant en intégrant $Av + Bu =$ Conſt., équation qui eſt indépendante de la force P, & qui auroit également lieu, quand même cette force n'auroit pas ſa grandeur déter-

minée, que l'évitation de la pénétration exige. Donc à chaque inſtant que dure le choc, la valeur de cette expreſſion $Av + Bu$ ſera toujours la même, & partant auſſi égale à celle, qui lui convient au commencement du choc. Or la valeur de cette expreſſion étant alors $= Aa + Bb$, il ſera à tous les inſtans que dure le choc $Av + Bu = Aa + Bb$, & cette équation aura auſſi lieu à la fin du choc, de ſorte que ſi $v$ & $u$ marquent les viteſſes des corps après le choc, il ſoit auſſi $Av + Bu = Aa + Bb$, ce qui eſt une propriété généralement reconnue dans tous les chocs de corps: & qui eſt compriſe dans ce grand principe, que le mouvement du centre commun de gravité n'eſt pas altéré par l'action, que les corps ſoutiennent dans le choc.

XLI. Mais cette équation n'étant pas ſuffiſante à nous découvrir les deux inconnues $v$ & $u$, il faut avoir recours à nos deux formules differentielles, que nous venons de trouver; & puiſqu'il s'agit de déterminer la vraie valeur de la force P par le differentiel de l'enfoncement $dz$, nous n'avons qu'à introduire au lieu de l'élément du tems $dt$ les differentiels des eſpaces parcourus $dx$ & $dy$. Or il eſt démontré que nous aurons $dx = v\,dt$ & $dy = u\,dt$, ou bien $dt = \frac{dx}{v} = \frac{dy}{u}$; & partant $\frac{dx}{v} = \frac{dy}{u}$. Ces valeurs étant ſubſtituées nous aurons ces équations:

$$Av\,dv = -P\,dx \quad \& \quad Bu\,du = P\,dy$$

D'où nous obtiendrons pour P les valeurs ſuivantes, qui ſeront équivalentes entr'elles:

$$P = \frac{-Av\,dv}{dx}; \qquad P = \frac{Bu\,du}{dy}$$

$$\text{ou } P = \frac{-Au\,du}{dy}; \qquad P = \frac{Bv\,du}{dx}$$

XLII. Mais ces formules renfermant des differentiels ne ſervent encore rien à la connoiſſance de la force P; pour y parvenir, il faut tacher

tacher de parvenir encore à une équation integrale. Pour cet effet la ſomme de nos dernieres formules donne $Av\,dv + Bu\,du = -P\,dx + P\,dy$, & à cauſe de $dx - dy = dz$ il ſera:

$$Av\,dv + Bu\,du = -P\,dz$$

Où P étant multiplié par $dz$ le differentiel de la quantité $z$, qui marque la grandeur de l'enfoncement, la formule $P\,dz$ peut être regardée comme le differentiel d'une certaine fonction de $z$: & partant nous aurons en intégrant $Avv + Buu = \text{Conſt.} - 2\int P\,dz$, & puisque au commencement du choc il eſt $z = o$, & partant auſſi $2\int P\,dz = o$; & de plus $v = a$ & $u = b$, il ſera:

$$Avv + Buu = Aaa + Bbb - 2\int P\,dz$$

& P ſera une telle force, qui eſt capable de comprimer les corps enſemble jusqu'à l'enfoncement $= z$.

XLIII. Appliquons maintenant ces formules ſéparément à l'une & l'autre eſpece des corps. Suppoſons donc premiérement, que les corps ſoient entierement ſans reſſort, & il eſt d'abord clair que ces corps ceſſeront d'agir l'un ſur l'autre, dès qu'ils auront acquis des viteſſes égales ſelon la même direction MN. Car alors ni l'un ni l'autre ne fera plus le moindre effort de pénétrer dans l'autre, puisque les enfoncemens qu'ils ſe ſont induits demeurent invariables, tout comme ſi les corps avoient eu toujours cette figure. Or dès que les efforts de ſe pénétrer mutuellement ceſſent, auſſi doit ceſſer l'action mutuelle des corps, & partant le choc ſera fini; de ſorte que tous les deux corps continueront dès ce moment leurs états, où ils auront été réduits par le choc.

XLIV. Soit donc pour la fin du choc des corps ſans aucun reſſort $v = u$, de ſorte que $v$ ou $u$ marquera la viteſſe commune des corps après le choc, & nous n'aurons qu'à combiner cette équation $v = u$ avec celle que nous avons trouvée ci deſſus.

$$Av + Bu = Aa + Bb$$

&

& de là nous tirerons $v = u = \frac{Aa + Bb}{A + B}$, ce qui eſt la formule généralement reconnue pour la communication du mouvement dans le choc des corps ſans reſſort. Par conſéquent il eſt clair que le changement d'état, que les corps ſans reſſort ſouffrent dans le choc, eſt uniquement cauſé par la force de l'impénétrabilité de ces corps, & qu'il n'en faut pas chercher ailleurs la cauſe. On remarquera outre cela que cette régle ne dépend nullement, ni du degré de dureté des corps, ni de la quantité des forces, dont ces corps agiſſent l'un ſur l'autre pendant le choc; & comme ces forces dépendent principalement du degré de dureté, il eſt d'autant plus remarquable qu'elles produiſent toujours le même effet, quelque grandes ou petites qu'elles puiſſent être.

XLV. Pour les corps à reſſort, il faut remarquer que leur choc ne ceſſe point dès qu'ils auront acquis une commune viteſſe, quoiqu'il ſemble qu'ils puiſſent alors continuer leur mouvement ſans ſe pénétrer. Car, dès qu'ils ceſſeroient dans cet état d'agir l'un ſur l'autre, rien n'empêcheroit que leurs enfoncemens ne ſe reſtituaſſent, ce qui ne pourroit ſe faire, ſans que les corps ſe pénétraſſent. C'eſt donc pour reſiſter à cette pénétration, que les corps ſont obligés d'agir plus longtems l'un ſur l'autre, & cette action réciproque durera tant que la figure des corps ne ſoit entiérement rétablie, c'eſt à dire juſqu'à ce qu'il redevienne $z = o$. Or ſi $z = o$, il deviendra auſſi $\int P dz = o$, & partant pour la fin du choc des corps à reſſort on aura cette équation

$$Avv + Buu = Aaa + Bbb$$

qui étant jointe avec la premiere $Av + Bu = Aa + Bb$ donnera pour les viteſſes des corps après le choc; $v + a = u + b$ & partant

$$v = \frac{2Bb + (A - B)a}{A + B} \quad \& \quad u = \frac{2Aa - (A - B)b}{A + B}$$

XLVI.

XLVI. Ce ſont auſſi les formules généralement reconnuës pour le changement du mouvement dans le choc des corps à reſſort parfait, où il eſt encore remarquable, que la quantité des forces, qui ont produit ce changement, eſt auſſi évanouie du calcul. Et partant, tant dans le choc des corps ſans reſſort, que dans celui des corps à reſſort, il eſt clair que les changemens, que les corps y ſouffrent, ne ſont produits que par leurs forces d'impénétrabilité. On conviendra auſſi ſans difficulté, que quoique je n'aye conſidéré ici que des corps ſphèriques, qui ſe choquent directement, le méme accord ne ſauroit manquer, ſi je voulois appliquer ces mêmes principes à des corps non ſphèriques, & qui ſe choquaſſent obliquement: de ſorte qu'il ne reſte aucun doute, que généralement dans tous les chocs des corps, le changement d'état, qui y arrive, ne ſoit cauſé par les ſeules forces, qui réſultent néceſſairement de l'impénétrabilité.

XLVII. Pour la force abſoluë P, qui agit pendant le choc, il n'eſt pas poſſible de la déterminer, ſans qu'on ſache ſon rapport avec la quantité de l'enfoncement $z$. Or dans la plupart des cas on ne ſe trompera pas ſenſiblement, ſi l'on ſuppoſe cette force P proportionelle à $z$, en faiſant $P = Dz$: car tant que les enfoncemens ſont extrémement petits, comme il arrive presque toujours, les forces requiſes pour réduire les corps à ces enfoncemens, ſeront à peu près dans la méme raiſon que ces enfoncemens mêmes. Enſuite poſant $P = Dz$ la lettre D marquera une quantité, qui dépend du degré de dureté des corps; car plus les corps ſeront durs, & plus doit être grande la force, qui eſt capable de leur imprimer un certain enfoncement $z$.

XLVIII. Si nous voulons ramener cette quantité D à des meſures tout à fait connuës, nous n'avons qu'à recourir à une expérience. Soit donc F une force, par laquelle on preſſe les deux corps en queſtion ou deux ſemblables l'un contre l'autre, & qu'on meſure exactement l'enfoncement, qui en ſera produit, ſuppoſant que cet enfoncement pénétre à la profondeur $= k$; & de là on conclura, que pour produi-

re un enfoncement $= z$, il faut une force $= \frac{Fz}{k}$: nous aurons donc $P = \frac{Fz}{k}$, & puisque $2\int P\,dz = \frac{Fzz}{k}$, l'équation du §. 42. prendra cette forme :

$$Avv + Buu = Aaa + Bbb - \frac{Fzz}{k}$$

Or pour avoir des termes homogenes, il faut prendre pour $aa$, $bb$, $vv$ & $uu$ le double des hauteurs, d'où un corps grave en tombant acquiert ces viteſſes.

XLIX. Cette équation donc ſervira à déterminer pour chaque inſtant du tems, que le choc dure, la vraye valeur de $z$, & de là celle de la force $P = \frac{Fz}{k}$. Or l'inſtant le plus remarquable ſera celui, où l'enfoncement, & partant auſſi la force, eſt la plus grande, pour trouver jusqu'à quel point les corps ſont preſſés l'un contre l'autre pendant le choc ; ou pour trouver la plus grande force que l'impénétrabilité eſt obligée de déployer pour empêcher la pénétration. Mais pour ce moment il y a $v = u$, & à cauſe de $Av + Bu = Aa + Bb$ il ſera $v = u = \frac{Aa + Bb}{A + B}$. Subſtituons donc cette valeur dans l'équation ſuperieure, & nous obtiendrons :

$$\frac{(Aa + Bb)^2}{A + B} = Aaa + Bbb - \frac{Fzz}{k} \text{ ou bien}$$

$$\frac{Fzz}{k} = \frac{AB(a-b)^2}{A+B}\text{: donc } P = (a-b)\sqrt{\frac{F}{k}\cdot\frac{AB}{A+B}}$$

L. De cette formule je pourrois bien tirer pluſieurs Corollaires remarquables, comme que la force P, & partant auſſi l'enfoncement $z$, eſt en raiſon ſimple de la viteſſe relative $a - b$ dont les corps ſe choquent

quent mutuellement; mais puisque j'ai dévelopé cette matiere plus amplement dans ma Piece sur la comparaison entre le choc & la pression, je me borne ici en remarquant, que s'il y avoit des corps parfaitement durs, la force qui agit dans leur choc, devroit être infinie. Car sur un corps parfaitement dur une force F ne sauroit produire la moindre impression, il seroit donc $k = o$, & partant dans le choc il seroit aussi $z = o$, ou les corps n'y recevroient aucun enfoncement; cependant la force $P = (a-b)\sqrt{\frac{F}{k}} \cdot \frac{AB}{A+B}$ deviendroit néanmoins infiniment grande. Peut-être cela suffit-il pour prouver, qu'il n'y a point des corps parfaitement durs au monde.

LI. Outre le choc des corps, il y a encore d'autres rencontres où l'état des corps devient changé, & cet effet est attribué à des forces qu'on nomme centrifuges. Je ferai donc voir que ces forces centrifuges tirent également leur origine de l'impénétrabilité des corps: or tous les cas, où l'état des corps est changé par des forces centrifuges, se réduisent aisément à celui-ci. Soit un corps, qui ayant parcouru avec une certaine viteſſe la ligne droite M A, rencontre en A une surface voûtée A Y, suivant laquelle le corps est obligé de courber son chemin, & partant de quitter la direction, qu'il devroit suivre en vertu de son inertie. Dans ce cas on fait, abstraction faite du frottement, que ce corps continuera son mouvement en conservant la même viteſſe, mais qu'il changera continuellement de direction suivant la courbe de la voûte A Y; & qu'il la pressera partout avec une certaine force proportionelle à la courbure; & c'est cette force qu'on nomme centrifuge. *Fig. II.*

LII. Pour montrer maintenant que cet effet est tout à fait conforme à nos principes fondés sur l'impénétrabilité, nous n'avons qu'à considérer, que si la voûte, ou le corps, étoit pénétrable, le corps pénétreroit la voûte, & poursuivroit sa route uniformément selon la ligne droite A X: ce n'est donc que l'impénétrabilité, qui s'oppose

à la pourſuite de ce mouvement. Suppoſons que le corps ſoit parvenu en Y, & que la direction de ſon mouvement ſoit ſelon la tangente de la voûte en Y ; or s'il continuoit de ſe mouvoir ſelon cette direction, il ſe plongeroit bientot dans la voûte : donc, pour réſiſter à cette pénétration, la voûte exercera ſur le corps une certaine force, & le corps réciproquement une pareille force contre la voûte, qui ſera contraire à cella là ; & la direction de l'une & de l'autre ſera perpendiculaire au plan de l'attouchement, & partant ces forces ſeront perpendiculaires à la tangente de la voûte au point Y.

LIII. Soit P cette force de preſſion, dont le corps en Y eſt ſollicité ſuivant la direction Y O perpendiculaire à la voûte, & la voûte en ſera à ſon tour preſſée dans la direction contraire par une force $=P$. Cette force P ſera préciſément de la grandeur, qu'il faut pour empêcher la pénétration, & partant elle ne fera plus qu'obliger le corps de courber tant ſoit peu ſa route pour ſuivre la courbure de la voûte ; car dès que le danger de la pénétration eſt prévénu, cette force n'agit plus ſur le corps, de ſorte qu'il ne ſera pas forcé de quitter la ſurface de la voûte. Donc ſachant d'avance le cours, que ce corps doit tenir, il s'agit de déterminer ſa viteſſe à chaque point Y de la voûte, & la force, dont ſon état de mouvement eſt troublé partout ; ou ce qui revient au même, il faut chercher la force, dont ce corps preſſera la ſurface à chaque endroit, par où il paſſe.

LIV. Soit $V a$ la viteſſe du corps, avant qu'il arrive ſous la voûte en A, ſuppoſant que M A ſoit une tangente de la voûte en A ; où $a$ marque la hauteur d'une chute d'où un corps peſant acquiert une ſemblable viteſſe. Soit pareillement $V v$ la viteſſe de ce même corps, lorſqu'il eſt parvenu en Y ; & prenant la droite A X pour axe, qu'on y tire de Y la perpendiculaire Y X, ſoient ces coordonnées $A X = x$ & $X Y = y$ & l'arc $A Y = s$. Cela poſé, décompoſons le mouvement du corps ſelon la tangente en Y, en deux dont l'un ſoit ſuivant $Y x$ parallele à A X & l'autre ſuivant $Y y$ ; & la viteſſe ſelon $Y x$ ſera

$= dx$

$= \frac{dx}{ds} \sqrt{v}$ & la viteſſe ſelon Y $y$ ſera $= \frac{dy}{ds} \sqrt{v}$, où il faut remarquer que $ds^2 = dx^2 + dy^2$. De la même maniere décompoſons ſelon ces mêmes directions la force P, qui ſollicite le corps ſelon la direction Y O perpendiculaire à la courbe, & on trouvera la force ſelon Y $\zeta = \frac{dy}{ds}$ P & la force ſelon Y $y = \frac{dx}{ds}$ P.

LV. Poſant à preſent la maſſe du corps $=$ A, puisque ſon mouvement ſelon Y $x$ eſt retardé par la force Y $\zeta = \frac{dy}{ds}$ P, pendant qu'il parcourt avec ce mouvement l'eſpace $dx$, ſa viteſſe étant $\frac{dx}{ds} \sqrt{v}$, & la hauteur qui répond $= \frac{v\,dx^2}{ds^2}$, les principes de la Mécanique nous fourniront cette égalité :

$$A\,d \cdot \frac{v\,dx^2}{ds^2} = -\frac{dy}{ds} P \cdot dx = -\frac{P\,dx\,dy}{ds}$$

De la même maniere le mouvement ſelon Y $y$ étant acceleré par la force Y $y = \frac{dx}{ds}$ P, pendant qu'il parcourt l'élément répondant $dy$ avec la viteſſe $\frac{dy}{ds} \sqrt{v}$, qui eſt duë à la hauteur $\frac{v\,dy^2}{ds^2}$, l'acceleration ſera

$$A\,d \cdot \frac{v\,dy^2}{ds^2} = \frac{dx}{ds} P \cdot dy = \frac{P\,dx\,dy}{ds}.$$

LVI. Ajoutons enſemble ces deux équations, que nous venons de trouver, pour avoir :

$$A\,d \cdot \frac{v\,dx^2}{ds^2} + A\,d \cdot \frac{v\,dy^2}{ds} = 0$$

ou bien $A\,d \cdot \left(\frac{v\,dx^2}{ds^2} + \frac{v\,dy^2}{ds^2}\right) = 0$

Or ayant $dx^2 + dy^2 = ds^2$ cette équation ſe réduit à $A\,dv = o$, ou $dv = o$, d'où nous voyons que $v$, & partant auſſi la viteſſe du corps eſt par tout la même, elle ſera donc égale à la viteſſe, dont le corps commence à ſuivre la voûte; qui étant ſuppoſée $= V\,a$, nous aurons $v = a$ & $V\,v = V\,a$. Voilà donc déjà la premiere propriété de ce mouvement, qui eſt démontrée ailleurs, c'eſt que le corps conſervera toujours la même viteſſe en gliſſant ſelon la direction de la voute.

LVII. Ayant donc trouvé $v = a$, la ſeconde équation donnera $A\,d.\frac{a\,dy^2}{ds^2} = \frac{P\,dx\,dy}{ds}$. Prenons l'élément de la courbe $ds$ pour conſtant, & nous aurons :

$$\frac{2\,A\,a\,dy\,ddy}{ds^2} = \frac{P\,dx\,dy}{ds}$$

d'où nous tirons la force $P = \frac{2\,A\,a\,ddy}{dx\,ds}$. Or on ſait que $\frac{dx\,ds}{ddy}$ exprime le rayon de courbure au point Y. Nommant donc ce rayon de courboure $Y\,O = r$, à cauſe de $r = \frac{dx\,ds}{ddy}$ il ſera $P = \frac{2\,A\,a}{r}$. Et c'eſt préciſément la même formule, que la Mécanique fournit pour exprimer la force centrifuge d'un corps, qui eſt obligé de ſe mouvoir dans une ligne courbe. Par conſéquent il eſt démontré que toutes les forces centrifuges doivent également leur origine à l'impénétrabilité des corps.

LVIII. Ayant déjà remarqué, que tous les corps au monde ſont aſſujettis à des changemens continuels par rapport à leur état ou de repos ou de mouvement ; s'il étoit vrai, comme Deſcartes & quantité d'autres Philoſophes l'ont ſoutenu, que tous les changemens, qui arrivent aux corps, proviennent ou du choc des corps, ou des forces nommées centrifuges ; nous ſerions à preſent tout à fait éclaircis

ſur

ſur l'origine des forces, qui opérent tous ces changemens, & nous pourrions dire avec une pleine conviction, que toutes ces forces réſultent de l'impénétrabilité, & qu'il n'en exiſte même d'autres au monde, que celles que fournit l'impénétrabilité des corps, & dont l'exiſtence & la maniere d'agir vient d'être miſe hors de doute. Je crois même que le ſentiment de Deſcartes ne ſera pas médiocrement fortifié par ces réfléxions; car ayant retranché tant de forces imaginaires, dont les Philoſophes ont brouillé les premiers principes de la Phyſique, il eſt très probable que les autres forces d'attraction, d'adhéſion &c. ne ſont pas mieux fondées.

LIX. Car quoique perſonne n'ait encore été en état de démontrer évidemment la cauſe de la gravité & des forces dont les corps celeſtes ſont ſollicités, par le choc ou quelque force centrifugue; il faut pourtant avouer que perſonne n'en a non plus démontré l'impoſſibilité. Et il paroit plutôt probable que tous ces corps, étant environnés ſans contredit d'une matiere ſubtile, en ſont auſſi mis en mouvement, quoique nous n'en ſachions point la maniere. Or que deux corps éloignés entr'eux par un eſpace entiérement vuide s'attirent mutuellement par quelque force, ſemble auſſi étrange à la raiſon, qu'il n'eſt prouvé par aucune expérience. A l'exception donc des forces, dont les eſprits ſont peut-être capables d'agir ſur les corps, leſquelles ſont ſans doute d'une nature tout à fait differente, je conclus qu'il n'y a point d'autres forces au monde que celles, qui tirent leur origine de l'impénétrabilité des corps.

# MÉMOIRE

## SUR L'ART DE CONNOITRE LES PENSÉES D'AUTRUI A L'AIDE DE LA MÉTAPHYSIQUE.

PAR M. BEGUELIN.

C'eſt à l'aimable Prince que j'ai l'honneur d'amener à votre Aſſemblée, que je dois les réfléxions qui feront le ſujet de ce Mémoire. J'ai vû, pour ainſi dire, la raiſon ſe former chez lui. J'ai pû ſuivre les progrés de ſon dévelopement; & aprendre à lire dans ſes penſées; je dis plus: lui-même accoutumé de bonne heure à obſerver, à réfléchir ſur ſes obſervations, à rechercher les raiſons des événements, & à remonter d'une penſée actuelle par toute la chaine des précédentes, jusqu'à la ſenſation qui les avoit excitées; lui-même, dis-je, en démêlant plus d'une fois mes penſées, m'a appris les premiers principes d'un Art plus difficile & plus intéreſſant, que tous ceux que je pourrois lui enſeigner; l'Art de connoitre les penſées d'autrui à l'aide de la Métaphyſique,

Il y a longtems que les autres parties de la Philoſophie ſont en poſſeſſion de fournir des indications plus ou moins générales ſur la façon de penſer des hommes. La Logique en nous apprenant l'Art de penſer nous-mêmes, ſemble nous enſeigner celui de démêler les penſées de nos ſemblables. Connoiſſons-nous leurs prémiſſes, nous pouvons, ce ſemble, deviner toutes les concluſions qu'ils en tireront; & en échange, à l'aide de ces concluſions connuës, nous pouvons aiſément déméler les prémiſſes qu'ils ſuppriment.

La

La ſcience des Phyſionomies, cette partie de la Phyſique ſi ignorée, & cependant ſi généralement exercée, promet de nous introduire jusques dans les replis les plus ſecrets du coeur des hommes, & de nous en dévoiler les penſées les plus intimes.

Les indications que la Morale nous fournit ſont plus certaines ſans doute, & d'une application plus ſeure. Cette Science du coeur humain réduite à des notions diſtinctes, & dépouillée de ces idées chimériques que l'enthouſiasme lui prête, ne connoit point d'autres motifs de nos actions que l'Amour propre, plus ou moins éclairé, de celui qui agit. Partez de ce principe; Voiez agir les hommes; vous connoitrez leur façon de penſer; vous verrez l'eſtimation qu'ils font des biens & des maux; le jugement de comparaiſon qu'ils en portent; & les diverſes claſſes ſelon lesquelles ils les rangent; vous pourrez même à l'aide de ces obſervations, & connoiſſant les circonſtances où ces hommes ſe trouvent, prévoir leurs penſées, & prédire leurs actions.

Ces lumiéres que la Morale nous promet s'étendent à tout; & par là-même, ſemblent trop compliquées: la Politique nous en offre de moins étendues, & qui n'en ſeront peut-être que plus applicables. Ce n'eſt pas aſſez humilier l'homme, que de ne lui prêter d'autres motifs de ſes actions que l'amour propre; la Politique reſtraint encore cet amour propre à l'eſpece la moins noble, à l'Intéret proprement dit. C'eſt à l'aide d'un principe ſi ſimple, qu'elle apprend non ſeulement à pénétrer les penſées des autres; mais encore à faire naitre chez ces autres les penſées qu'on ſouhaite qu'ils ayent.

Telles ſont en racourci les lumiéres que ces diverſes parties de la Philoſophie nous offrent, pour nous éclairer ſur ce qui ſe paſſe chez nos ſemblables. Mais pour que ces guides ſoient aſſurés, la Logique exige que les hommes raiſonnent beaucoup, & qu'ils raiſonnent toujours conſéquement; la Phyſionomie ſuppoſe, ou des principes inconnus jusqu'ici, ou une longue ſuite d'obſervations qui nous manquent; la Morale demande des hommes qui ne ſe masquent jamais;

& la Politique veut qu'ils connoiſſent toujours leurs véritables intérets: voilà des prétentions un peu difficiles à accorder.

La Métaphyſique ne demande rien, elle veut que les hommes reſtent tels qu'ils ſont, fuſſent-ils mauvais Logiciens; masqués phyſiquement & moralement; aveugles ſur leurs intérets; elle enſeignera l'Art de connoitre leurs penſées; bien plus elle meſurera l'activité de leurs penſées, & déterminera le nombre d'Idées qui ſe ſuccedent chez eux dans un tems donné; & pour parvenir à toutes ces connoiſſances, elle n'exige pas ſeulement que les hommes raiſonnent ni bien ni mal.

Un pareil Art pourroit effrayer; & dans un ſiecle moins éclairé, il auroit été dangereux de l'enſeigner. Aujourd'hui même je doute fort que la Société humaine s'en accomodât. Il eſt peut-être très peu de belles nudités; & je ne ſais ſi le plus grand nombre des hommes gagneroit à être expoſé au grand jour. Cet art de lire les penſées de ſes ſemblables, qui contribuë apparemment à la felicité de quelqu'autre Planete habitée par des Intelligences moins imparfaites, ne ſeroit pas à coup ſûr un avantage à deſirer pour celle que nous habitons; heureuſement le péril n'eſt pas grand, la Métaphyſique ne tient pas tout ce qu'elle promet; ou pour parler plus juſte, elle ne s'attache qu'à la poſſibilité abſoluë des choſes, & elle laiſſe entre la Théorie & la Pratique, un abyme à remplir, qui ne permet pas de craindre les inconvénients qui réſulteroient de l'application de ſes principes. Voyons jusqu'où ceux-ci peuvent nous conduire.

Il n'eſt pas beſoin pour faire ces recherches de connoitre à fond la nature de notre ame. Je n'entreprendrai point de percer les ténébres qui nous la voilent; il y a peut-être moins de honte à l'ignorer, qu'à vouloir l'expliquer; il me ſuffit pour le préſent de ſavoir qu'à chaque inſtant de notre exiſtence, ce qui penſe en nous, & que nous nommons nôtre ame, a un ſentiment plus ou moins fort, plus ou moins diſtinct, de ce qui ſe paſſe en ce moment là dans tous les ſens du corps. Elle voit divers objets; elle entend differens ſons; elle eſt affectée de tout ce qui touche les nerfs du corps, tant au dedans

qu'au

qu'au dehors. C'eſt le concours de toutes ces ſenſations ſimultanées que j'appelle l'état paſſif de l'ame; mais je laiſſe aux Partiſans de chaque ſiſtème la liberté de l'expliquer ſelon leurs lumiéres. Cet état ſera, ſi l'on veut, la ſuite d'un état précédent, dévelopé par l'activité de l'ame, ſelon les Loix d'une harmonie établie d'avance entre le Monde Intelligible & Matériel. Il ſera, ſi on le conçoit mieux ainſi, l'effet d'une Influence Phyſique des ſens extérieurs ſur l'ame; ou enfin, ces ſens n'en ſeront que la cauſe occaſionelle. Pour m'accomoder même à tous les goûts, l'un poura ſuppoſer que cet état & l'ame même n'eſt que le réſultat des ébranlements du cerveau; l'autre, que le cerveau, tous les ſens qui y aboutiſſent, & l'univers des corps, n'exiſtent que dans l'idée des ames; rien ne m'oblige ici à déterminer le comment de cet état; pourvû qu'on m'accorde qu'il exiſte, & qu'il change autant de fois, qu'il ſe fait de nouvelles impreſſions ſur l'un ou l'autre de nos ſens, c. à. d. à chaque Inſtant.

Tandis que ces états paſſifs ſe ſuccédent dans l'ame, elle ne demeure pas, pour l'ordinaire, dans l'inaction. Trop bornée pour donner une attention égale à chacune des ſenſations partiales, qui l'affectent dans le même inſtant, il ne lui reſte que le choix de ſon occupation. Je ne connois que deux ſortes d'occupations de l'ame, & peut-être la plus ordinaire & la plus fréquente ne mérite-t-elle pas ce nom; l'une c'eſt de raiſonner, c'eſt à dire, de comparer des idées, de former des jugements vrais ou faux, & d'en tirer des conſéquences bonnes ou mauvaiſes. L'autre, c'eſt de laiſſer le libre cours à ſon imagination, je veux dire, à cette faculté de l'ame qui lui rapelle des idées abſentes à cauſe de la liaiſon naturelle ou fortuite qu'elles ont avec l'une des ſenſations actuelles, qui contribuë à former l'état paſſif de l'ame; c'eſt proprement ce qu'on appelle rêver: & je me ſerois d'abord ſervi de ce terme, s'il n'avoit plû à l'uſage de le rendre équivoque dans la bouche d'un Suiſſe. A l'acte de raiſonner, qui ne nous occuperoit peut-être guéres, ſi je ne l'entendois que des raiſonnements diſtincts & bien dévelopés, je rapporte tout ce qu'on nomme réflé-

xion, ſpéculation, & volition; dans tous ces cas, on forme des jugements, ou l'on cherche à en former. Ce n'eſt proprement qu'à l'égard de cet acte de raiſonner, que l'ame ſent ſa liberté, & qu'elle l'exerce. Quel que ſoit ſon état paſſif, elle eſt libre de raiſonner ou de ne le pas faire; elle eſt libre auſſi de choiſir tel ſujet de ſes méditations qu'il lui plait; indépendament des ſenſations qui l'affectent. Il y aura ſans doute des raiſons qui la détermineront dans ſon choix, & qui ne lui permetront pas d'être abſolument indifférente; mais ce n'eſt pas encore ici le lieu d'en rechercher la ſource.

Si rien ne détermine l'ame à raiſonner, ou ſi elle ne fait que de ces actes habituels de raiſonnement, qui n'occupent pas toute ſon activité; alors l'imagination remplit le vuide du jugement. Il ſemble que ce ſoit là l'opération la plus naturelle de l'ame; elle n'a beſoin ni de choix, ni de volonté, pour rêver; il ſuffit qu'elle ne s'y oppoſe pas expreſſément, l'imagination ira ſon train, ſeule, ou de compagnie avec le jugement; & pour peu que celui-ci la laiſſe faire, elle ſaura bientôt le dépaïſer. Ainſi, quand j'ai dit plus haut, que l'ame n'avoit le choix que de raiſonner ou de rêver, je n'ai pas prétendu qu'il fut beſoin d'un choix exprés pour cette derniere occupation; j'ai ſimplement voulu dire, que ſi l'ame ne s'occupe, & ne s'occupe très fortement à raiſonner, elle rêvera immanquablement: cet acte lui eſt ſi naturel qu'elle le continuera même pendant le ſommeil, dès que l'état paſſif où l'ame ſe trouve alors, contiendra une ſeule ſenſation aſſez claire pour réveiller l'imagination, qui jusqu'alors paroit désoeuvrée, mais qui peut-être ne l'eſt pas; toute la différence qu'il y a entre les ſonges, & les rêveries d'un homme qui veille, c'eſt que dans le premier cas il croit ſentir, ce que dans l'autre il fait qu'il imagine.

J'ai déja dit que l'ame peut raiſonner, & rêver en même tems; je puis tout à la fois, lire, me promener, prendre du tabac, éviter une pierre qui ſe trouve à mon chemin, & entretenir mes rêveries; toutes ces actions, à l'exception de la derniére, ſe rapportent à l'acte de raiſonner, il faut la même opération de l'ame pour ſe déterminer à pren-

prendre une priſe de tabac, qu'il lui faut pour ſe décider ſur l'affaire la plus importante de la vie; la différence n'eſt que dans le degré de viteſſe & de clarté avec lequel la même opération s'exécute; à force de répéter un même acte de la volonté, l'ame parvient à l'opérer, pour ainſi dire, machinalement, elle n'a plus qu'un ſentiment très obſcur de ce qui la fait vouloir, préciſément comme un Muſicien acquiert, à force d'actes reïtérés, la facilité de poſer ſes doigts ſur les touches, ſans paroitre y donner la moindre attention. Cette eſpece de raiſonnement mécanique accompagne presque toujours l'imagination; & pour peu qu'on obſerve ce qui ſe paſſe en nous, on s'appercevra qu'à meſure que l'imagination réveille en nous une idée, l'ame s'y arrête un moment, forme un jugement d'un air diſtrait, & permet enſuite à l'imagination de pourſuivre ſon chemin.

Il ne ſera pas difficile à préſent de connoitre le cercle dans lequel les occupations de l'ame ſe ſuccedent. Les Philoſophes poſent communément l'origine de tous nos raiſonnements, & de toutes nos imaginations dans les ſenſations c. à. d. dans l'état paſſif de l'ame. Quoique ce ſentiment ſoit très favorable au ſujet que je traite, je ne crois pas cependant qu'il ſoit exactement vrai; chacun peut aiſément s'appercevoir, en obſervant ce qui ſe paſſe en lui, que l'imagination ne commence pas toûjours immédiatement par une ſenſation, ſouvent elle vient à la ſuite d'un raiſonnement bien diſtinct, qu'elle interrompt dès que l'ame ſe relâche tant-ſoit-peu de ſon attention; alors la derniére propoſition du raiſonnement, préſente à l'eſprit, tient lieu d'une ſenſation; elle rappelle à l'imagination quelques idées étrangéres au ſujet, l'imagination part de-là, ſe donne carrière, & en très peu de tems on ſe trouve à cent lieües de l'objet ſur lequel on penſoit méditer. En revanche auſſi le jugement prend ſouvent la place de l'imagination, & vient lui impoſer ſilence au milieu de ſes rêveries, ſans qu'aucune ſenſation actuelle y intervienne. Il ſuffit pour cet effet, que l'imagination, accompagnée de ces raiſonnemens obſcurs & mécaniques dont j'ai parlé, vienne à rencontrer dans ſa courſe

une idée intéreſſante, ſoit qu'elle nous frappe par ſa biſarrerie ou par ſa nouveauté, ou par ſon rapport avec nos beſoins, ou enfin par le ſouvenir d'une recherche à quoi elle peut aider, en un mot il ſuffit qu'elle excite en nous la repréſentation d'un bien attaché à ſa méditation; tout de ſuite nôtre attention ſe réveille, & nous commençons à raiſonner avec réfléxion. Cette opération continuera auſſi longtems que l'ame ſentira la force des motifs qui l'auront fait commencer ; & pendant tout ce tems là, elle fera des efforts pour faire taire l'imagination; mais dès que ces motifs perdront leur force, ſoit parce que l'ame s'apperçoit que ſes recherches n'ont pas le ſuccés qu'elle s'en promettoit, ou parce que de nouvelles ſenſations viennent partager ſon attention, le raiſonnement finira, & fera place, ou à l'imagination, ou à un autre raiſonnement, occaſionné par la nouvelle ſenſation.

Je crois donc que, pour parler exactement, il faut dire que nos raiſonnements & nos réveries tirent à la vérité leur premiére origine de nos ſenſations, ou de l'état paſſif de l'ame, mais qu'elles n'en naiſſent pas toujours immédiatement.

Mais dans cette foule de ſenſations dont l'aſſemblage compoſe à chaque inſtant l'état paſſif de notre ame, laquelle excitera notre attention au point de nous faire raiſonner, ou réver? C'eſt ſans doute celle qui nous frappera le plus vivement. Mais à quoi peut-on connoitre celle qui nous frappera le plus ? Si elles étoient toutes de la même nature, ce ſeroit la plus claire ſans contredit : ſi nous n'avions que le ſens de la vuë, l'objet le plus illuminé, le mieux éclairé, ſeroit à coup ſûr celui qui feroit la plus forte impreſſion ſur nous. Mais comme chaque ſens excite une ſenſation d'une nature différente, il eſt très difficile de juger laquelle donnera le ton à l'ame; on peut, je crois, le faire ſans s'y tromper dans pluſieurs cas particuliers, & à l'aide de diverſes circonſtances connuës, mais je ne penſe pas qu'on puiſſe donner une déciſion générale: cela m'oblige à mettre une premiére reſtriction à mon problême, & à ne l'étendre qu'au cas où l'on ſait

quelle

quelle ſenſation a porté coup ſur l'eſprit de celui dont on veut connoitre les penſées. Ce n'eſt pas qu'enſuite la ſolution du probléme ne puiſſe nous fournir des indications propres à nous découvrir cette ſenſation dans pluſieurs cas où l'on l'ignore.

Aprés tous ces préliminaires, venons enfin au fait. Qu'on ſe rappelle ici ces converſations libres, où pluſieurs perſonnes aſſemblées, ou par devoir, ou par politeſſe, ou ſimplement pour ſe désennuïer, s'entretiennent ſans deſſein, ſans affaires, & dans la ſeule vuë de s'amuſer. Il n'y a perſonne, qui ne ſe ſoit trouvé mille fois en ſa vie dans de pareils cercles, & qui n'ait obſervé la facilité avec laquelle on y ſaute d'une matiére à l'autre, & que ſans ſe fixer à aucun ſujet on en parcourt en peu d'heures une infinité. Si lorsqu'enfin la converſation vient à tomber, on en rapproche les deux bouts, on eſt ſouvent dans la plus grande ſurpriſe, de n'appercevoir aucun rapport entr'eux : j'ai vû des converſations, quoique fixées ſur un même genre d'objets, commencer par les Sermons du P. Bourdaloué, & finir par les Contes de la Fontaine; j'en ai vû paſſer d'un ſujet à l'autre, & aprés avoir commencé par l'aile d'une mouche, ſe terminer par les dernieres révolutions de Pologne. Il y en a qui, bornées à deux interlocuteurs, finiſſent quelquefois d'une étrange maniére, & à laquelle ni l'un ni l'autre n'avoit penſé en l'entamant. Cependant, quelque diſſemblables que ſoient les deux extrémes, un obſervateur un peu attentif pourra toujours très aiſément trouver l'enchainure de l'un avec l'autre, & remonter de propos en propos, par tout le fil de la converſation depuis ſon dernier terme, jusqu'à celui de ſon origine; & l'on ne manquera jamais d'appercevoir une liaiſon exacte entre les idées qui ſe ſont ſuccedées immédiatement.

Ce qui ſe paſſe dans les converſations dont je viens de parler, eſt un tableau fidéle de ce qui ſe paſſe en nous-mêmes, lorsque nous donnons carriére à notre imagination; elle nous tient lieu d'un ou de pluſieurs interlocuteurs, & fait ſeule tous les fraix de la converſation. Il ſuffit qu'une ſenſation l'ait miſe en train, pour que partant de là elle

nous

nous proméne d'idées en idées, nous rappelle mille faits divers, nous place dans mille ſituations différentes, jusqu'à ce qu'enfin nous ceſſions de lui donner audience. Ce qui ne ſauroit arriver, comme je l'ai déjà dit, que lorsqu'il ſurvient une nouvelle ſenſation aſſez forte, ou que l'imagination elle-même nous préſente une idée aſſez intéreſſante, pour nous tirer de nôtre diſtraction. Tandis que l'imagination travaille ainſi, elle n'eſt pas ſi recueïllie en elle-même, ſa marche n'eſt pas ſi ſécrete, qu'il n'en tranſpire quelqu'indice au dehors; elle aura trouvé en ſon chemin une idée propre à remplir le vuide de la converſation; elle s'en fait honneur & la communique; ou bien, trop occupée pour répondre juſte à une queſtion qu'on fera, elle répondra à ſa propre penſée, prendra un mot pour l'autre, & ce mot ſera préciſément celui dont l'idée l'occupoit. Ce n'eſt pas tout; ces raiſonnements obſcurs & momentanés, qui, comme je l'ai dit, accompagnent l'imagination, & roulent ſur les idées qu'elle préſente à l'eſprit, produiront quelque acte de volition, qui ſe manifeſtera par un mouvement extérieur; un geſte, un coup d'oeil, l'action la moins remarquable, ſuffira ſouvent au défaut du diſcours pour faire connoitre la penſée actuelle de celui qu'on obſerve. Si d'une maniére ou d'autre on parvient à connoitre cette derniére penſée, on a alors les deux bouts de la converſation que l'imagination a formée dans le ſecret des penſées d'un autre. J'entends par le premier bout de la chaine, la ſenſation qui a porté coup ſur ſon eſprit; c'eſt pour l'ordinaire un diſcours tenu en ſa préſence, ou une perſonne qui ſe préſente inopinément, ou quelque objet propre à fixer l'attention. Il n'y a que les circonſtances particulieres qui puiſſent fournir là deſſus les indications néceſſaires; on trouvera même ſouvent dans l'application que le dernier terme ſuffit ſeul pour déceler le premier.

Cela poſé; les trois problémes qui réſultent de cette Théorie ſe réduiſent dans leur plus grande généralité à ceci. La premiére & la derniére d'une ſuite de penſées, liées entr'elles ſelon les loix de l'imagina-

gination étant connues, trouver toutes les penſées intermédiaires de cette chaine dans l'ordre où elles ſe ſont ſuccédées, & par conſéquent en déterminer la viteſſe par le tems écoulé entre les deux extrémes. Ou bien, la derniere penſée de la chaine étant ſeule donnée, déterminer laquelle, entre pluſieurs ſenſations connues, l'a produite, & trouver toutes les penſées qui l'ont ſuivie. Ou enfin, connoiſſant ſimplement la ſenſation qui va réveiller l'imagination d'un homme, prévoir d'avance la ſuite des penſées qu'elle excitera en lui.

On voit bien, que tant que ces problémes reſtent dans la généralité où je viens de les énoncer, ils ne laiſſent qu'entrevoir la poſſibilité abſolue d'une ſolution, ſans la donner réellement. Ce n'eſt pas aſſez de ſavoir qu'un corps mis en mouvement eſt parti d'un point, & qu'il eſt arrivé à un autre point, pour qu'on puiſſe tracer avec certitude la route qu'il a tenuë: il faut de plus connoitre ſes diverſes tendances, & la nature du milieu qu'il lui a fallu traverſer; ſans cette connoiſſance on pourra bien faire des conjectures, & des conjectures plauſibles, mais on n'ira pas au delà de la probabilité. Il en eſt de même dans le cas dont il s'agit ici. Si l'on ne connoit que le point d'où l'imagination eſt partie, & celui où elle eſt parvenuë, ou s'il n'y a que l'un de ces deux points qui ſoit connu, on pourra, à la vérité, imaginer aiſément des ſuites de penſées propres à remplir l'intervalle de l'un à l'autre; on pourra indiquer la route que l'imagination a pû ſuivre, mais on ne ſauroit aſſurer qu'elle l'ait effectivement ſuivie; d'autres chemins auroient pû également la conduire au même but, en ſuivant la même loi; ce ne ſeroit donc que par une eſpece de hazard qu'entre ces diverſes routes nous démêlerions la véritable: mais pour peu que les deux termes donnés ayent de rapport entr'eux, ou pour peu que les circonſtances particulieres qui accompagnent chaque pas déterminé, fourniſſent de lumiéres pour entrevoir la connexion des deux extrémes, on pourra avec beaucoup de vraiſemblance découvrir entre les diverſes ſuites de penſées poſſibles, celle qui a réellement occupé l'eſprit. Néanmoins

moins pour parvenir à une certitude Morale, il faut de plus connoitre les richeſſes de l'imagination de celui qu'on obſerve, ſon recueil de tableaux, en un mot la proviſion d'images que ſes ſenſations lui ont fournies antécédemment. Avec ces lumiéres on peut à coup ſûr prévoir l'ordre dans lequel l'imagination, frappée par une nouvelle ſenſation, fera la revuë ſucceſſive de ſes tableaux; & l'on ſaura par conſéquent les penſées qui l'occupent.

Voilà plus de reſtrictions qu'il n'en faut pour raſſurer ceux que la poſſibilité de lire les penſées d'autrui pourroit allarmer. L'Auguſte Prince qui m'a fait naitre celles que je viens de propoſer, ne pourroit qu'y gagner ſi chacun ſavoit lire dans les ſiennes.

DISSER-

# DISSERTATION ONTOLOGIQUE

SUR

## L'ACTION, LA PUISSANCE ET LA LIBERTÉ,

PAR M. MERIAN.

Depuis que les Philoſophes diſputent, (& en quel tems n'ont-ils pas diſputé?) la matiére de la liberté fait un des principaux ſujets de leurs diviſions. La queſtion; ſi l'homme eſt libre? dès qu'elle s'éleva, parut intéreſſante à tous les ſpéculatifs. On a écrit de gros volumes, où chacun décide ſelon les notions qu'il s'eſt formé; & ces notions une fois ſuppoſées, la plupart des déciſions ſont juſtes. Nous ſommes libres, nous ne le ſommes pas, nous ſavons ou nous ignorons ſi nous le ſommes, ſelon que nous définiſſons la liberté.

Je les laiſſerai diſputer ſans toucher à leur controverſe, & ſans m'embaraſſer, ſi dans le ſyſtème de l'Univers, ou hors de ce ſyſtème, dans la premiére origine des Etres, il y a de la liberté, ou s'il n'y en a nulle part? Dans les réfléxions que j'ai l'honneur d'aſſujettir à vôtre examen, je ne me propoſe que de fixer l'état de la queſtion. Qu'eſt ce que la liberté? & que demande-t-on, lorsqu'on demande; s'il y a des ſubſtances libres? Voila l'objet de mes recherches. Elles ſe renferment dans l'Ontologie, & ne paſſent point les bornes du monde abſtrait.

Si l'ame humaine entend & veut? ſi elle ſent l'impreſſion des motifs? ce n'eſt pas ce dont il s'agit de décider. On en convient de toute part. Si on ne déſiroit rien de plus pour la liberté, la diſpute

ſeroit bientôt terminée ; mais en quoi de tout cela peut réſider la liberté ? quels doivent être les états qu'on peut appeller libres, par oppoſition avec ceux qui ne le ſont point ? C'eſt là, dis-je, le grand article à diſcuter.

Je reprendrai la choſe de plus haut, en conſidérant, quelle doit être la différence réelle entre action & paſſion, ſuppoſé qu'il y ait en effet une telle différence. Ce ſujet me conduira par une liaiſon naturelle à analyſer les notions de la puiſſance, que toute action préſuppoſe, & enfin à la liberté, qui n'eſt autre choſe que cette même puiſſance. J'appliquerai mes ſpéculations non ſeulement à la Théorie particuliére de l'entendement & de la volonté, mais encore aux vuës les plus générales, & qui embraſſent le ſyſtème entier de l'Univers.

Je ne cherche point à me diſtinguer par des opinions paradoxes ; & ſi on ne trouve rien dans cet écrit que de fort naturel & de fort ſimple, je me féliciterai d'avoir atteint le but que je m'étois propoſé. Pourvû que par le tour que je donne à mon ſujet, je puiſſe réüſſir à débrouiller le chaos des mal-entendus, des équivoques, & des vétilles de grammaire, dont on l'obſcurcit, à faire le triage des expreſſions ambiguës, & à donner à chaque choſe ſon vrai nom, je me croirai ſuffiſamment payé de mon peu de travail.

Pluſieurs de mes Confréres, dont les noms & les mérites ſont honneur à cette illuſtre Compagnie, ont traité avant moi la matiére de la liberté, & ſe ſont diſtingués dans cette carrière par la pénétration & la ſubtilité qui leur ſont propres, & à laquelle je n'oſerois aſpirer. Ils ont l'eſprit trop juſte & trop philoſophique pour ſoupçonner, que je puiſſe ou que je veuille me faire une réputation aux dépens de celle dont ils jouïſſent à ſi juſte titre. D'ailleurs ils ne peuvent manquer de s'appercevoir, combien mon plan eſt différent, de celui qu'ils ont ſuivi ; & ils ſeront les premiers à convenir qu'il eſt avantageux au progrés des Sciences de conſidérer le même ſujet dans tous les differens jours qu'il peut recevoir.

Nous

Nous nous ſentons aſſujettis à des états ou à des façons d'être, qui ne viennent manifeſtement pas de nous-mêmes. Nous trouvons auſſi en nous des ſuites régulieres & conſtantes de ces états, ſuites dont nous ne ſaurions empêcher le cours une fois commencé. Dès que j'ouvre les yeux, je ne ſuis plus maitre de voir ou de ne pas voir la lumiére & les objets qui la réfléchiſſent. De pareilles obſervations nous ont fait ſentir notre dépendance. Ces ſituations, nous ſommes-nous dit, ne dépendent pas de nous; elles dépendent de quelque choſe qui n'eſt pas nous, & elles ſont liées les unes aux autres.

Voilà l'origine des idées de dépendance, de liaiſon, & de *paſſivité*. Nous avons pâti avant que d'agir, & nous nous en ſommes plutôt apperçûs.

Il s'ouvre ici un vaſte champ à ſpéculations. Tout ce qui eſt lié dans l'univers, ſoit dans la cöexiſtence, ſoit dans la ſucceſſion, nous cache ſes liens. Les noeuds que nous croyons appercevoir, ſont noués eux mêmes par des noeuds imperceptibles. Les organes qui tombent ſous nos ſens dépendent d'organiſations plus ſubtiles qui ne ſont viſibles qu'à travers le microſcope; & à meſure que cet inſtrument ſe perfectionne, on peut s'attendre à en découvrir toujours de nouvelles. Il en eſt de même d'une chaine d'états qui ſe ſuivent. Une intelligence ſuperieure y pourra voir des états moyens qui feront les chainons des chainons apparens, & des états moyens entre ces états moyens, dans une progreſſion à laquelle nous ne voyons point de terme.

Appercevons-nous en effet aucune connexion dans la Nature; ou le tout ſe reduit-il à des ſuites de phénomenes indépendans & détachés les uns des autres? S'il en eſt ainſi, d'où nous vient l'idée de connexion? Si nous n'avions ſur chaque cas qu'une ſeule obſervation, y aurions-nous jamais ſongé? Mais la repétition de ces cas peut-elle prouver ce que chacun d'eux en particulier ne prouve point? Enfin, ſi ces phénomenes avoient paru dans un ordre renverſé, nos notions

ne ſeroient-elles pas en raiſon inverſe de ce qu'elles ſont à préſent? Nous diſons que la ſolution du continu produit la douleur, parce qu'elle la précéde; ſi elle la ſuivoit, n'aurions-nous pas la même raiſon de dire, que la douleur produit la ſolution du continu?

Toutes ces queſtions ſont hors de mon plan. Je ſuppoſe ici la dépendance requiſe pour donner un ſens au mot de paſſion. Mes ſpéculations roulent ſur cette donnée; & c'eſt ſur elle que j'établis la différence entre l'actif & le paſſif.

Lorsque deux choſes, qui par leur nature appartiennent à la même claſſe, différent par leurs rapports aux choſes externes, cette différence eſt rélative, accidentelle, ou nominale.

Elle eſt réelle, eſſentielle, ou ſpécifique, dès que chacune des deux a ſon caractère intrinſéque, incommunicable à l'autre dans quelque circonſtance qu'on la place, ou ſous quelque point de vuë qu'on l'enviſage.

La paſſion eſt un état qui a le principe de ſon exiſtence hors de ſoi, ou qui eſt tellement attaché à un état précédent, que l'exiſtence de celui-ci entraine la ſienne. Une ſubſtance eſt paſſive entant qu'elle eſt aſſujettie à un pareil état.

La différence réelle de l'action exige, que ſon caractére puiſſe être nié du caractére de la paſſion. Elle ſera donc un état indépendant de ceux qui précédent, & un principe, ou une ſource, d'où dérive un nouvel état, ou une nouvelle ſuite d'états. L'agent eſt la ſubſtance en action.

Dans une ſuite *a*, *b*, *c*, *d*, *d* eſt un état paſſif, parce qu'il dépend de *c*; mais *c* ne l'eſt pas moins, parce qu'il dépend de *b*, & ainſi du reſte. La dépendance de *d* ſuffit pour le rendre paſſif, mais il ne ſuffit pas pour rendre *c* actif, parce que ſi *c* étoit actif à l'égard de *d*, & paſſif à l'égard de *b*, la différence entre action & paſſion ne ſeroit que rélative & nominale. Il eſt plutôt vrai de dire que, quelque terme de la ſuite que vous preniez, l'état marqué par ce terme eſt auſſi peu paſſif par rapport à ceux qui le précédent que par rapport à ceux

qui

qui le ſuivent, ne l'étant que par rapport à une action qui ſe trouve au commencement de la ſuite. Si $a, b, c, d$, me repréſentent une chaine, je dis que le chainon $b$ ne ſoutient pas plus le chainon $c$ que le chainon $d$ ne le ſoutient; car, comment ce qui ne ſe ſoutient pas ſoi-même, ſoutiendroit il quelqu'autre choſe?

Autant de fois que dans une ſuite donnée chaque état tient à ſon voiſin, toute la ſuite eſt paſſive; & on ne peut appeller action que par impropriété de langage tout état qui porte ce caractére de paſſivité.

Mais, ſi en remontant la ſuite $a, b, c, d$, on trouve à la fin un état $x$ indépendant de tout ce qui précéde, cet état ſeul ſera actif, & $a, b, c, d$, ſeront les effets de ſon action. On peut conſidérer ces états comme un effet unique, nonobſtant qu'ils n'exiſtent que l'un aprés l'autre, car une chaine commune les lie auſſi bien que s'ils exiſtoient à la fois; en comprenant $a + b + c + d$ ſous une ſeule dénomination $Z$, on pourroit dire que $x$ produit $Z$ avec autant d'exactitude que l'on diroit: je remuë un baton, lorsqu'on remuë une infinité de particules qui le compoſent.

Tout agent déploye ſon action, ou ſur lui-méme, ou ſur un ſujet différent de lui. Il n'y a que ces deux ſortes d'actions qui ſoient concevables. J'appelle action externe celle qui s'exerçant au dehors ſuppoſe deux ſujets, l'un actif & l'autre paſſif. J'appelle action interne celle qui ne ſuppoſe qu'un ſujet paſſant par une pluralité d'états liés, dans l'un desquels ce ſujet eſt actif, & paſſif dans les autres.

Quelques uns révoquent en doute la poſſibilité des actions externes; d'autres ont peine à concevoir l'action interne. Je ne m'engage à ſoutenir ni l'une ni l'autre; cependant il eſt bien clair que les changemens extérieurs que nous cauſons, ne nous ſont connus que par cette fluctuation d'idées qui diverſifie la ſcéne dans nos entendemens.

Si nous faiſons abſtraction des effets, toutes les actions ont les mêmes propriétés; & d'abord une vraye action exclut toute autre action de la ſuite où elle ſe trouve. Suppoſez deux actions compriſes

priſes ſous le même enchaînement d'états, il faudra que l'une des deux ſoit l'effet de l'autre, & comme tout effet eſt une paſſion, qu'elle ſoit action & paſſion tout enſemble; ce qui eſt manifeſtement contradictoire.

Rien n'eſt cependant plus commun que d'entendre dire, *qu'une action a été produite, qu'un être a été mis en action, qu'on s'eſt mis ſoi-même en action.* Si on prend ces expreſſions à la lettre, j'aimerois autant qu'on dit, que *l'on a pâti une action*, ou *qu'un état actif eſt un état paſſif.* Le langage eſt une ſource féconde d'erreurs; le Philoſophe s'en ſert avec le reſte des hommes, mais il épure les notions qu'il y attache.

Quand nous parlons de l'incompatibilité de deux actions dans la même ſuite d'états, nous ne l'entendons pas ſeulement de celles qui ſe ſuivroient immédiatement, mais encor de celles qui laiſſeroient entr'elles un intervalle quelconque, pourvû que la chaine ſoit continuë & ne ſouffre point d'interruption.

Si *z* eſt une action dont dépend la ſuite *a*, *b*, *c*, *d*, *d* ſera auſſi peu une action que s'il n'y avoit que la ſuite *z*, *d*. Les états *a*, *b*, *c*, conſidérés par rapport à *d* ſeront des états de pure machine, & la ſubſtance qu'ils affectent, ſera une machine, entant que paſſant par ces états. On voit que la *paſſivité* n'entre pas ſeule dans l'idée de la machine, & qu'on y conſidére encore le rapport à un changement déterminé qu'on produit par ſon moyen. Un *état machinal* n'eſt pas ſon propre terme, il ſe rapporte toujours à un état ſuivant qu'on obtient par ſon intervention; ſi un corps étoit mû dans l'eſpace vuide, quelque paſſif que fut ce corps, il ne ſeroit pas machine.

Nous ne prenons pas ici le mot de Machine dans un ſens mécanique, où il s'agit de produire des mouvemens compendieux en diminuant la dépenſe du tems & des forces; mais dans un ſens métaphyſique & général qui enveloppe toutes les ſubſtances ſans exception. S'il y a des eſprits à qui elle convient, ces eſprits ſeront des machines; s'il y a des corps à qui elle ne convient pas, ces corps ne

ſeront

ſeront pas des machines. Je ne conçois que des raiſons de ſyſtême qui puiſſent porter un Philoſophe à reſtraindre cette dénomination aux corps ſeuls ; on auroit, ce me ſemble, autant de raiſon de l'approprier à un certain métal à l'excluſion des autres ; ſi un corps n'eſt pas machine, parce qu'il eſt d'or ou de cuivre, un être le ſera-t-il plus ou moins, parce qu'il eſt corps ou eſprit ? Ou plutôt le corps & l'être le ſont-ils pour autre cauſe que parce que la notion de la machine les renferme ?

Deux ou pluſieurs actions peuvent concourir au même effet total, mais de quelque façon que cela arrive, ces actions ne ſe trouveront jamais dans la même ſerie, puiſqu'elles ne ſauroient devenir l'inſtrument l'une de l'autre. Un effet total n'eſt que la ſomme des effets particuliers de chaque acte individuel, qui y fournit ſon contingent. Suppoſez que deux agens uniſſent leurs forces pour remuer un corps, ou qu'un corps mis en mouvement par une premiére action reçoive un nouveau dégré de célerité, ou une nouvelle direction par une ſeconde action, on pourra faire le partage de l'effet total, & attribuer à chacune ſa ſerie d'effets en raiſon des forces qu'elle a contribuées. La ſeconde action n'eſt donc point la machine de la premiére, & il y a deux ſeries d'effets differentes dans leurs principes.

Toute action moyenne doit être jugée ſelon cette régle. Si entre l'action $z$ & la paſſion $a$, il y a une action $m$, $a$ eſt l'effet de $m$, & par conſéquent $z$ ne le produit point ; mais $z$ ne produit pas $m$ non plus, parce qu'une action ne ſauroit produire une action. La ſuite $z$, $m$, $a$, eſt donc contradictoire ; elle laiſſeroit entre $z$ & $m$ une lacune qui romproit la continuité de la ſuite. Un angle intercepté dans l'origine de deux lignes qui partent de differens points, n'eſt pas plus incompréhenſible qu'une liaiſon pareille. Ces lignes peuvent ſe rencontrer quand on les continuë, ſoit qu'elles ſe terminent au même point, ſoit que tendant vers differens points elles ayent un point d'interſection ; de même les effets de $z$ & $m$ peuvent ſe join-

dre, ſe croiſer dans un paſſage commun, & ſe modifier, mais les actions mêmes ne ſauroient ſe lier en aucune façon, ni médiatement, ni immédiatement. Qu'on ſuppoſe une rencontre & une modification quelconque de leurs effets, on pourra toujours tracer une ſerie continuë dépendante de *z*, qui différera d'une autre ſerie dépendante de *m*, & concevoir partout un partage d'effets, analogue à la diſtribution du mouvement qui a lieu aprés le choc des corps.

Nous avons pris le mot de liaiſon en ſa plus grande rigueur. Adouciſſons ce terme à n'entendre qu'une *liaiſon occaſionelle*, ou en général une liaiſon avec laquelle l'activité de *m* puiſſe ſubſiſter. Rien n'empêche que cette liaiſon n'ait lieu; cependant il eſt à obſerver que naturellement elle ne ſauroit jamais être immédiate. Pour que *z* devienne l'occaſion de *m*, il faudra que *z* produiſe un motif dans la ſubſtance à laquelle *m* appartient, & ce motif étant une paſſion interceptée entre *z* & *m*, rendra la liaiſon médiate.

J'ai excepté les cas ſurnaturels; en ſuppoſant l'intervention immédiate de la Divinité, on ne ſauroit dire que nous produiſions le motif qui la porte à agir; ce motif ſubſiſte avant nous dans la région des vérités éternelles.

La Secte des Occaſionaliſtes reſſerre l'activité des ſubſtances finies dans des bornes ſi étroites, qu'on eſt fort embaraſſé à comprendre ce qui en reſte aprés tant de reſtrictions. Il y a une raiſon évidente du contraſte qui regne dans les Ecrits de ces Philoſophes: c'eſt que d'un côté ils reconnoiſſent ce que de l'autre ils devroient rejetter en vertu de leur ſyſtême qui transmet toute énergie à la Divinité. De là vient ce langage ſingulier, (*) *que nous faiſons ce que Dieu fait en nous, qu'une détermination particuliére qui n'eſt ni néceſſaire ni invincible, nous eſt donnée de Dieu, & que lorsque nous nous donnons une nouvelle modification, ce que nous faiſons alors, eſt produit par l'action que Dieu met en nous.* Si ces expreſſions ſont incompréhenſibles, c'eſt cependant

(*) *Voyez la Recherche de la vérité du P.* Malebranche, *éclairc. 1. ſur le ch. 1. du premier livre.*

dant tout ce que pouvoit imaginer de mieux le ſublime Fondateur de cette Secte.

Eſt il poſſible en effet de concevoir une action ſans ſa paſſion corrélative ? Ne ſeroit-ce pas là une action en l'air, ou ce qu'on appelle *agendo nihil agere?* Il eſt très raiſonable de penſer qu'aucune action n'eſt deſtituée de toute efficace ; peut être, à bien approfondir la choſe, ſe trouvera-t-il que chaque action rompt une chaine d'états qui alloit ſe prolonger, ou qu'elle arrête une paſſion au paſſage dans le même inſtant qu'elle ſe déploye : de cette façon chaque acte aura ſon effet inſéparable, quand même on ſuppoſera l'agent anéanti immédiatement aprés.

Quoiqu'il en ſoit, il n'y a que deux chemins ouverts pour l'action *z*, le premier ſuit une ligne divergente de *m*. Le ſecond aboutit à fournir un motif, & par là à devenir l'occaſion de *m* qui commencera alors ſa ligne dans un point de celle que *z* avoit ébauchée, ſoit qu'elle ne faſſe que la continuër, ſoit qu'elle lui donne des inflexions.

En ſuppoſant donc entre *z* & *m* le motif *l*, de ſorte que dans la ſuite *z*, *l*, *m*, *a*, les paſſions alternent avec les actions, cette ſuite ſubſiſtera, ou dans la même ſubſtance *Z*, car une premiére action occaſionnant la ſuivante, le même agent peut faire par *l* le trajet à *m* ; ou cette ſuite ſera partagée entre pluſieurs ſubſtances. Suppoſez en deux *Z* & *M*. Dans cette ſuppoſition *M* commence où *Z* finit, ſavoir aprés *l* ; *z* appartiendra à *Z*, *lm* à M, & *a* ſera dans *M*, ou hors de *M*, ſelon que l'acte *m* eſt externe ou interne ; *a* pourra même être dans *Z* par une réaction de *M* ſur *Z*. Mais dans aucun de ces cas *z* n'aura produit *a*.

Il en ſera de même, ſi tirant le motif *l* de la ſuite *z*, *l*, *m*, *a*, vous le transportez dans l'entendement divin, qui connoit nos actions ſans en éprouver aucune influence ; car quelle que ſoit la deſtinée de *z* il ſera toujours vrai, qu' *a* procede de *m*, ſavoir d'une action divine occaſionnée par le motif *l*.

Je viens de déterminer tous les cas des cauſes occaſionnelles applicables aux changemens qui arrivent dans l'Univers, ſoit en grand, ſoit en petit. Suppoſé que le choc ne ſoit que l'occaſion du mouvement des corps, que les Anges remuent les tourbillons, qu'une ſubſtance immaterielle, pénétrant les maſſes des globes céleſtes, les pouſſe l'un vers l'autre en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, ou qu'en général en toute rencontre des corps le mouvement s'exécute par quelque ſubſtance étrangere, les rencontres & les ſituations ne ſeront que des motifs que la même ſubſtance ſe fournit à elle-même, ou que pluſieurs ſubſtances ſe renvoyent mutuellement.

Il en eſt de même des changemens qui ſemblent paſſer des corps aux eſprits, des eſprits aux corps, ou des eſprits aux eſprits. Tous ces changemens exigent une pluralité d'actes, quoiqu'il ne ſoit pas toujours néceſſaire d'appeller au ſecours un agent moyen, pourvû qu'on ſuppoſe deux ſujets capables d'action. Lorsqu'un Officier commande l'exercice à ſon Soldat, c'eſt ſans doute ce dernier qui l'exécute, & lorsque l'horloger monte & régle ma montre, ce n'eſt pas moi qui marque le midi; au lieu que ſi je faiſois faire à une Marionette l'exercice Pruſſien, ce ſeroit mon acte, & non celui de la Marionette, & que dans un langage exact on ne devroit pas dire que l'aiguille, mais que l'horloger marque le midi.

Enfin, à l'occaſion des actions & des changemens d'une ſubſtance, Dieu peut produire d'autres changemens dans la même. Suppoſé qu'un eſprit agiſſe, ſon action ſera un motif à Dieu pour introduire dans cet eſprit une penſée, cette penſée deviendra un nouveau motif pour l'introduction d'une ſeconde, celle-ci pour une troiſiéme; & de ſuite jusqu'à ce que l'eſprit en arrête la ſucceſſion par un acte nouveau. C'eſt ainſi que doivent dogmatiſer les Idéaliſtes, dont les plus célébres ſont Carteſiens. Il y a lieu de s'étonner, que ces Philoſophes ſoient ordinairement repréſentés par Mrs. de *Leibnitz* & de *Wolff*, comme s'accordant avec eux ſur une branche de l'harmonie préétablie, qu'on dit être un compoſé de l'idéaliſme avec le materialiſme. Je ne

vois

vois pas ſur quel fondement repoſe cette aſſertion, pendant que les plus diſtingués de cette ſecte, comme le Pére Malebranche, (ſi on veut l'y compter,) & le ſavant Eveque de Cloyne, rejettent avec Deſcartes les idées obſcures qui ſont l'unique ſoutien de l'automate ſpirituel de *Leibnitz.*

Il découle naturellement des mêmes principes dont nous venons de faire l'application aux cauſes occaſionelles, qu'un changement qui répond à une action en vertu d'une ſuite préordonnée, doit être conſidéré comme l'effet de l'action dont il dépend, & non de celle à laquelle il répond; cette derniere, entant que prévuë, ne fait que fournir un motif à l'agent qui a préétabli la ſuite dans laquelle entre ſon changement harmonique, & par conſéquent n'eſt que cauſe occaſionelle de ce changement, ſauf cependant à elle d'entrainer ſes propres effets dans l'intérieur de ſa ſubſtance.

On peut concevoir une harmonie entre les différens états de la même ſubſtance avec autant de raiſon qu'on la conçoit entre pluſieurs ſubſtances; ſuppoſez $x$ une action, à laquelle répond dans la même ſubſtance la paſſion $d$, qui cependant dérive d'une action externe $z$, par une ſuite préétablie, $z$, $a$, $b$, $c$, $d$, ce ſera ce qu'on cherche. Cette harmonie intrinſéque paroit devoir entrer non ſeulement dans l'harmonie univerſelle, mais encore dans l'automate ſpirituel en particulier. Lorſque je jette les yeux ſur un objet coloré, la vuë de cet objet n'eſt pas l'effet proprement dit de mon action, mais celui d'un ordre préétabli dans la même ſubſtance, en vertu duquel un Soleil obſcur a dardé ſes rayons ſur l'objet, qui de là ſe ſont réfléchis ſur ma rétine repréſentative ſuivant les loix de l'Optique ſpirituelle, & d'une maniére propre à me préſenter cet objet ſous les couleurs que j'y apperçois, aprés l'action ſur laquelle leur dévelopement eſt réglé. Ce ſeroit là en retranchant le corps le véritable idéaliſme *Leibnizien*, qui s'accorde pourtant avec le *Carteſien*, en ce qu'il requiert plus d'une action, comme en général tout ce qui eſt occaſionel ou harmonique. Les partiſans de l'harmonie conviennent ſans difficulté que

les actions des eſprits ne ſont que *cauſes exigitives* des mouvemens de leurs corps.

L'influence Phyſique différe des deux hypotheſes dont nous venons de parler, en ce qu'en elle tout eſt lié depuis le commencement jusqu'à la fin, & lié naturellement. Quand même on concevroit l'action & tous ſes effets dans une ſubſtance commune, les différens états de cette ſubſtance ſeroient encore liés entr'eux, & on pourroit concevoir une influence de l'un ſur l'autre. Il eſt vrai que, dans les êtres finis, cette liaiſon dépend d'un acte antécédent d'un être infini qui accorde aux premiers un certain empire, ſoit ſur leurs propres états, ſoit ſur ceux des ſubſtances qui les environnent; ce qui eſt évident par là ſeul que les agens finis vont à leur but par des voyes ſourdes, dont il ne ſont par conſéquent pas les auteurs, quoiqu'indépendans dans leur emploi. Mais la liaiſon immédiate des cauſes, des moyens, & des fins n'en ſouffre rien, les deux derniers étant abandonnés à la détermination des premiéres, & ces premiéres n'étant déterminées que par elles-mêmes.

C'eſt un argument bien foible, que celui que les Carteſiens déduiſent de l'ignorance des moyens, pour établir l'intervention immédiate de Dieu, & pour rejetter l'influence. Quelque vray qu'il ſoit que, lorsque nous remuons nos corps, nous ne choiſiſſons, ni la quantité des eſprits animaux, ni les canaux par lesquels ils doivent couler, ni les muſcles qu'ils doivent enfler par leur influence, ou desenfler par leur retraite, & que ceux qui remuent leurs corps avec le plus de vigueur & d'adreſſe, ſoient ordinairement les plus ſtupides, & les plus incrédulles au ſujet de ce mécaniſme, cela n'empêche pas, dis-je, que toutes ces choſes ne puiſſent être liées très étroitement, & entr'elles, & avec l'action qui y préſide. Ainſi, quoiqu'un homme ignorât parfaitement la nature & l'exiſtence même de la poudre à canon, il pourroit pourtant être amené par l'habitude à produire avec prévoyance les effets les plus prodigieux de cette poudre. Il n'y auroit pour cela qu'a lui apprendre qu'on le fait en mettant le feu à des barils,

barils dont on le laiſſeroit ignorer le contenu. Ajoutons qu'une telle liaiſon devient très probable, parce que ſans elle la complication des moyens paroit devenir ſuperfluë, & ne ſervir qu'à multiplier les êtres ſans néceſſité.

Jusqu'ici nous n'avons conſidéré que les actions qui produiſent des changemens dans quelque ſujet préexiſtant; mais, ſi ces ſujets même ont eu un commencement d'exiſtence, (ce qu'il ne m'eſt permis ici que de ſuppoſer,) leur paſſage du néant à l'être exige une action préliminaire à tout changement conſecutif; cette eſpece d'action nous reſte à examiner.

Si tout acte demandoit le changement d'une ſubſtance préexiſtante, la création ne ſeroit pas un acte. Elle n'eſt pas le changement du poſſible dans l'actuel, car loin que le poſſible ceſſe de l'être lorsqu'il eſt réaliſé, ſa poſſibilité en reçoit la confirmation; ce n'eſt pas le changement d'une repréſentation en ce qu'elle repréſente; car outre qu'elle ne repréſente rien avant l'exiſtence de ſon *eſtype*, on ne ſauroit dire qu'un plan ceſſe d'exiſter aprés qu'il eſt exécuté ſur le terrain. Dira-t-on que c'eſt le changement du futur dans l'actuel? Mais le futur n'eſt rien; s'il étoit quelque choſe il ſeroit préſent; on n'en peut pas dire qu'il exiſte mais qu'il exiſtera, ni qu'il change, mais qu'il changera. Newton a cru, (*) *qu'on pourroit ſe former en quelque maniére une idée de la création de la matiére, en ſuppoſant que Dieu eut empêché par ſa puiſſance que rien ne pût entrer dans une certaine portion de l'eſpace pur, qui de ſa nature eſt pénétrable, éternel, néceſſaire, infini; car dès-là cette portion de l'eſpace auroit l'impénétrabilité, l'une des qualités eſſentielles à la matiére.* Mais il eſt viſible que dans ce cas la puiſſance divine n'empêcheroit que la pénétration actuelle, & non la pénétrabilité de l'eſpace, dont elle ne ſauroit changer la nature. L'eſpace a été pénétrable avant la création des corps, & l'eſt encore dans les lieux de l'immenſité où jamais aucun corps n'a pénétré.

Cepen-

(*) Voyez Locke ſur l'Entend. hum. L. IV. ch. 10. §. 18. remarque 2 du Traducteur.

Cependant, lorsqu'on conſidére d'un autre côté, que les ſubſtances créées ont hors d'elles le principe de leur exiſtence, & de leur maniére primitive d'être, on ne ſauroit s'empêcher de les regarder comme paſſives, & p. c. de reconnoitre comme un acte la création dont elles dérivent. Nous nous ſommes formé nos notions ſur les changemens obſervables dans les ſubſtances préexiſtantes; de là vient la difficulté de concevoir un acte, ſans préſuppoſer un ſujet ſur lequel il s'exerce; dans le cas préſent nous ſommes toujours portés à ſubſtituer ce ſujet ſous le nom de *rien*, ou de *néant*, quoiqu'en effet nous ne concevions pas mieux la ſucceſſion des modes dans les ſujets préexiſtans que la création même. Ce n'eſt que l'habitude qui nous rend le paſſage d'un mode à l'autre plus compréhenſible que celui du Néant à l'Etre; ſi nous voyions autant d'exemples de création que de modification, nous ſerions auſſi familiariſés avec la premiére eſpece de production que nous le ſommes maintenant avec la ſeconde, qui dans le fonds n'eſt pas moins que la premiére un paſſage du non-être à l'être.

On me demandera peut-être, s'il ne ſeroit pas poſſible, que l'état primitif d'un être nouvellement créé fut lui-même une action? ſi Dieu ne pourroit pas créer un être en action, comme il peut créer un corps en mouvement? La queſtion revient à cecy: *Si l'état primitif peut être action & paſſion enſemble?* ou, *ſi une vraye action peut être une vraye paſſion?* & par conſéquent la réponſe eſt toute ſimple. La comparaiſon du corps créé en mouvement n'eſt rien moins que juſte, vû que la matiére n'eſt pas plus active dans le mouvement que dans le repos, à moins qu'on ne conçoive une matiére ſoi-mouvante. Mais il eſt impoſſible qu'un corps ſoit créé dans l'état ſoi-mouvant.

En prenant une ſubſtance telle qu'elle ſort des mains du Créateur, nous la trouverons déterminée par deux ſortes de conditions, les unes eſſentielles & permanentes, qui la qualifient à l'exiſtence; ces conditions ne déperiſſent par aucun changement, & tiennent contre tous les bouleverſemens de la nature; les autres paſſageres & tran-

tranſitoires qui paroiſſent & disparoiſſent ; c'eſt leur variation perpetuelle qui rend le monde à tout moment ſi différent de lui-même, & entretient ce ſpectacle ſi amuſant pour les eſprits les plus frivoles, mais raviſſant & inſtructif pour un contemplateur qui pénétre au dedans de l'écorce. Sans les premiéres il n'y auroit point d'identité ; ſans les ſecondes il n'y auroit de diverſité qu'entre les eſpeces, elles ſont ſurtout toutes deux néceſſaires au changement. Par rapport aux paſſagéres la choſe eſt toute claire, puisque c'eſt dans leur ſucceſſion que tout changement conſiſte.

Mais ſi tout étoit paſſager, & la nature entiére dans un flux perpetuel, le changement ne ſeroit qu'une alternative éternelle entre l'anéantiſſement & la création. Chaque inſtant tireroit du ſein du néant un nouvel Univers qui ne ſeroit point bâti ſur les ruïnes de l'ancien, & l'y replongeroit l'inſtant aprés ; à peine une choſe exiſteroit-elle qu'elle ceſſeroit d'être ; au lieu que, s'il n'y a que les conditions non eſſentielles qui ſoient ſujettes aux variations, le monde ne ſera vain & paſſager que dans ſa partie la moins conſidérable ; la nature toujours la même ſous différentes formes ne perdra rien ſans eſpoir de réparation, ni dans le phyſique, ni dans le moral, l'ordre pourra toujours renaitre du ſein même du desordre ; & ainſi que nous voyons les beaux jours ſucceder aux orages, de même les Nerons pourront devenir des Titus, puisqu'ils ne ſont point Nerons par leurs eſſences. Car, quand même le monde phyſique retomberoit dans le Chaos, que le monde moral devint le théatre de la fraude de l'injuſtice & du crime, rien ne ſeroit par là, ni ajouté, ni retranché, aux fondemens durables des êtres ;

*Quæ neque concuſſum cœli, neque fulminis iram,*
*Nec metuunt ullas tuta atque æterna ruinas.*

Cecy poſé, l'on voit non ſeulement que, ſi l'action convient du tout à la créature, ce ne peut-être que dans le champ des déterminations paſſageres, mais encore que la Divinité elle-même ne ſauroit changer les eſſentielles ſans anéantir les ſubſtances.

Il en ſuit outre cela que tout être créé eſt paſſif par rapport à ſes qualités permanentes, par rapport à l'état primitif formé de qualités tranſitoires, comme auſſi par rapport à ce qui dérive de cet état dans une ſuite non interrompuë ; & par conſéquent que l'être entant que créé eſt paſſif à tous les égards.

Enfin la ſubſtance finie eſt toujours paſſive à de certains égards; on ne ſauroit concevoir un inſtant dans lequel elle ſe dégage entiérement de ſa *paſſivité*. Cet inſtant devroit être rempli d'action; tous les états paſſifs qui ſubſiſtent dans la ſubſtance, ſoit en conſéquence de ſes déterminations primitives, ſoit en conſéquence des déterminations ſuivantes, devroient être effacés par autant d'actions. Une ſeule action ne ſuffira pas pour rompre pluſieurs chaines de paſſions. Pluſieurs actions réïterées n'y ſuffiront pas non plus, quand même depuis l'une à l'autre la ſubſtance ne recevroit aucune nouvelle impreſſion de dehors. Suppoſez qu' *a* détruiſe un état paſſif; pendant que *b* en efface un autre, *a* aura déjà formé un nouveau, auquel il faut oppoſer un nouvel acte ; l'oeuvre ſe multipliera ſous les mains de l'agent, & plus il aura fait, plus il lui reſtera à faire. Je veux même ſuppoſer pluſieurs actes ſimultanés, & que vous ſoyez capable d'oppoſer une action à chacun de vos états paſſifs, il vous reſtera toujours une paſſivité invincible que vous ne ſauriez détruire ſans vous arracher à vous-même, (ſi j'oſe ainſi parler,); cette paſſivité ſe fonde ſur les conditions durables de votre être, elle commence & finit avec votre exiſtence.

Je n'ignore point le ſentiment d'une Secte célébre qui, faiſant conſiſter les eſſences dans des *efforts continuels au changement*, prétend que rien n'eſt mort dans la nature, que tout y eſt vie, que tout eſt action. Il eſt viſible que cette Secte attache à ce terme un ſens tout oppoſé à celui que nous lui attribuons, & qu'elle traite de chimére. Je ne diſputerai pas ſur les mots dont l'uſage eſt arbitraire; & il me ſuffit que ce que ces Philoſophes nomment une action, puiſſe être une paſſion parfaite dans notre maniére de penſer & de nous exprimer.

Lors-

Lorsque dans l'Algebre on trouve une quantité positive égale à zero, on conclut, qu'il y a de l'erreur dans les données. Nos recherches nous montrent que les substances finies qui sont actives, doivent être passives en même tems. Si cette proposition implique, il s'ensuivra que ces substances sont incapables d'action dans le sens que je donne à ce terme; mais on observera aussi que cette difficulté ne m'affecte en aucune façon, puisque je ne donne ni n'ôte à ces substances la capacité d'agir. Mais d'un autre côté on se tromperoit bien plus grossierement à s'imaginer que ces substances pourroient être purement actives, & que la difficulté seroit applanie en retranchant ce qu'il y a de passif en elles; ce seroit soutenir, que le néant pût être actif. S'il y a donc des créatures actives, non seulement il n'implique point qu'elles soient passives en même tems, mais il impliqueroit que cela fut autrement. Toute créature est passive en vertu de son origine & de la continuation de son durable; & elle est *passible*, (permettez moi ce terme,) par le droit d'agir sur elle, que conserve la substance créatrice.

M'objectera t-on que Dieu ne peut agir sur les substances actives, parce que ce seroit anéantir ces substances que d'agir sur elles? Mais d'abord ces substances seroient-elles moins passives dans leur anéantissement qu'elles n'ont été dans leur création? Ensuite, pour les rendre *impassibles*, ne faudroit-il pas leur attribuer une indépendance absoluë de la Divinité, leur ériger un empire dans l'empire de l'Univers? D'ailleurs l'objection ne suppose t-elle pas évidemment, que le durable des êtres actifs renferme l'action actuelle, ce qui seroit très absurde, ce durable étant nécessaire & passif, comme nous avons vu, pendant que toute action est libre, comme nous verrons tantôt. Agir en vertu de son essence, c'est agir toujours, c'est agir nécessairement, ou ce qui est la même chose, c'est n'agir point du tout. Ceci prouve encore clairement qu'une substance finie purement active est purement contradictoire, ou, si on aime mieux, elle n'est qu'un jeu de mots; & si on vouloit l'admettre, il faudroit dire, qu'elle seroit

beaucoup moins parfaite qu'une ſubſtance dans laquelle les vrayes actions ſeroient entremêlées avec les paſſions.

Franchiſſons les limites de l'Univers, & transportons nous dans des régions ſuperieures. Pourra-t-on dire que la ſupréme ſubſtance elle-même ſoit active à tous les égards. Les Philoſophes qui l'ont définie *un acte pur*, n'ont peut-être pas pris garde qu'ils la dépouilloient en effet de toute activité. Il y a en Dieu des propriétés fondées ſur la néceſſité de ſon être, qui certainement ne peuvent pas être appellées des actions : prenons pour exemple la toute-ſcience qui a de l'analogie avec notre ſcience limitée, vû que nous ne la concevons que par le retranchement des bornes dont nous nous ſentons environnés. Dieu ſeroit-il plus actif par rapport à ſa ſcience que nous ne le ſommes par rapport à la notre? N'eſt-il point néceſſité par ſa propre nature à tout connoitre? & ne peut-on pas dire en quelque façon qu'il pâtit de ſa nature? Si cette expreſſion paroit trop dure, je conſens qu'on invente un terme moyen entre action & paſſion, pourvu qu'il déſigne ce qui eſt auſſi peu action que la paſſion même. Dans le fonds toute la différence qu'il y a entre la Divinité & nous, conſiſte en ce que rien d'exterieur n'agit ſur la premiére, le reſte de l'analogie ſubſiſtant dans ſon entier. Toutes les raiſons concevables donc, pour leſquelles l'action & la paſſion ne ſauroient réſider dans un ſujet commun, recourant dans la ſubſtance divine, on ſeroit réduit à ſoutenir, que Dieu lui-même ne peut être tout-ſage & tout-puiſſant à la fois, & par conſéquent qu'il n'y a aucun agent, ni dans le nombre des créatures, ni hors de ce nombre ; ou il faudra ſe ranger ſous les étendarts de Spinoza en ſoutenant, que tous les actes de Dieu ſont auſſi néceſſaires que ſon être, c'eſt à dire, il faudra vétiller ſur le mot d'action.

Je ne plaide icy pour aucun parti ; mais je ne puis croire que ceux qui admettent l'action & la paſſion dans le même ſujet, prétendent y allumer la guerre inteſtine, en introduiſant deux principes dont les efforts réciproques tâcheroient de s'entre-détruire, & ſe diſputeroient,

roient, pour ainſi dire, l'empire de la ſubſtance. Ils conçoivent, il eſt vrai, dans le même ſujet, deux manieres d'être qui différent ſpecifiquement, mais, diront-ils peut être, il n'y a en ceci rien d'extraordinaire : l'experience journaliére ne nous montre-t-elle pas dans les ſubſtances les plus ſimples la plus étonnante variété de modifications? N'eſt-ce pas la même ame qui voit les couleurs, entend les ſons, flaire les odeurs, ſavoure les mets, tantôt nageant dans des torrens de délices, tantôt en proye aux douleurs les plus deſeſpérantes? S'il y a cette variété entre les eſpeces des paſſions, pourquoi ſeroit-il impoſſible que tous les états paſſifs pris enſemble differaſſent d'une autre eſpece d'états qu'on nomme actifs? La ſimplicité de la ſubſtance qui eſt le théatre de ces différentes ſcénes, ne s'oppoſe pas plus à la ſeconde variété qu'à la premiére.

A regarder les choſes d'un point de vuë général, il eſt clair que tout état eſt actif ou paſſif ; mais ce ſeroit un partage mal fait que de diviſer les ſubſtances en actives & paſſives, vû que bien qu'il puiſſe y avoir des ſubſtances entiérement paſſives, il eſt impoſſible qu'il y en ait d'entiérement actives. Le partage ſuivant ſera peut-être plus commode : d'abord il y a des ſubſtances entiérement paſſives par des actes étrangers. Aprés cela il y en a qui ſont actives & paſſives enſemble. Les actions de celles-cy, ou ſe renferment dans leur interieur, ou produiſent des changemens au dehors. Leurs paſſions proviennent auſſi, ou de leurs propres actions, ou d'actions étrangéres ; ces derniéres ſont de trois ſortes : ou c'eſt une continuation de leur durable ; ou ce ſont des états réſultans de l'état primitif ; ou des états introduits aprés le primitif par une cauſe extérieure, ſoit médiatement, ſoit immédiatement. Enfin il y a un agent, qui n'eſt paſſif que par la néceſſité de ſa nature.

On a vû en quoi doit conſiſter le caractère diſtinctif de l'action, ſi elle différe plus que nominalement de la paſſion, & nous avons réduit toutes les actions concevables ſous des vuës générales. Mais ce principe intrinſéque, ſans lequel il n'y en auroit point, nous ne

l'avons conſidéré encore que dans ſon exercice : il eſt à propos de l'enviſager de plus prés. L'Ocean a ſes profondeurs à l'épreuve de la ſonde; les ſources des riviéres qui fertiliſent les contrées les plus vaſtes, ſe cachent dans des rochers eſcarpés, dont il n'eſt permis de reconnoitre que les avenuës. De même ces principes d'action qui produiſent, animent, & changent l'Univers, ne nous préſentent que certaines faces, nous dérobant éternellement leur fonds & leur maniere d'opérer.

La premiére choſe à laquelle la conſidération de tout acte nous conduit, eſt une puiſſance d'agir. Cette puiſſance n'eſt pas ſimplement ce que la Philoſophie nomme une faculté, mot trop général, & qui embraſſe la paſſion auſſi bien que l'action. Les facultés de l'entendement ne ſont que la réceptivité d'actions étrangéres. La Philoſophie moderne ſemble même avoir reſtraint ce mot aux paſſions ſeules, puisque pour mettre les facultés en jeu elle requiert une force.

Il y a une définition générale de la force très applicable à la puiſſance d'agir; elle eſt en effet *la ſource des changemens qui arrivent aux ſubſtances*, bien entendu une ſource primitive qui ne découle point d'une autre ſource : il ne faut jamais trop preſſer la métaphore par laquelle on explique ces ſortes de matieres ; les ſources d'eau les plus vives dérivent de cauſes anterieures, ſoit qu'elles ſoient produites des eaux de la mer qui s'élévent par les tuyaux des montagnes, ſoit qu'elles deſcendent des vapeurs condenſées ſur leurs ſommets.

Mais notre puiſſance d'agir devient tout à fait méconnoiſſable ſous la notion de la force que la Philoſophie moderne a mis à la mode ; cette force eſt *un effort continuel à produire du changement ;* on lui donne le rang entre l'acte & la faculté, & on la compare au reſſort qui s'efforce à ſe détendre. Une telle force ſuppoſe une force anterieure qui la monte, la détermine, & la dirige vers ſon but ; c'eſt une force forcée, ſi j'oſe m'aiſi exprimer. Suppoſons avec les mê

mes

mes Philoſophes qu'elle ſoit le durable même des ſubſtances, ce durable ſera déterminé de dehors par la force créatrice dont il tire ſon origine. Si on n'analyſe point les forces ſubordonnées en des forces primitives, que nous appellons puiſſances d'agir, l'état naturel de l'Univers ſera un état forcé ſans qu'il y en ait une cauſe primitive. Il ſeroit inutile de recourir dans ce ſyſtème au pouvoir divin ; ce pouvoir même ne ſera autre choſe qu'une pareille force, il ſera plutôt une impuiſſance qu'une puiſſance.

Bien loin donc qu'une pareille force ſoit la puiſſance d'agir que nous cherchons, elle n'en eſt tout au plus que l'inſtrument ; les Philoſophes dont nous parlons, demandent les forces pour mettre les facultés en oeuvre ; nous demandons des puiſſances pour mettre les forces en oeuvre.

Monſieur *de Maupertuis* explique la génération de l'idée de la force motrice (*) *par le ſentiment d'un effort que nous faiſons en voulant produire quelque changement.* Je ne crois pas qu'on parvienne autrement à la notion d'une force quelconque. Or pour faire un effort il faut agir, & il eſt viſible que l'effort eſt quelque choſe de moyen entre l'action & l'effet, & tout au plus la cauſe inſtrumentale de ce dernier. Il n'eſt donc point l'action, ni le principe, mais le produit de l'action : il ne tend pas auſſi à l'action, comme on aime à s'exprimer, mais il en procéde.

En attribuant de la force aux corps on ne prétend pas les ériger en agens (**). *Il ſeroit abſurde de dire qu'une partie de la matiere qui ne peut ſe mouvoir d'elle-même, en pût mouvoir une autre*, pour me ſervir des paroles du grand homme que je viens de citer. Ces forces, & toutes celles qui leur reſſemblent, ne ſont donc pas des points auxquels on puiſſe s'arrêter en remontant des effets aux premieres cauſes. Mais à le bien examiner on trouvera peut-être que toutes les autres forces ont été formées ſur le modele des forces motrices. Les Leibnitziens ont exclu les corps durs de l'Univers, & rendu tou-

tes

(*) Eſſai de Cosmol p. 49-50. (**) Ibid. p. 57.

te la matiere élaſtique, afin de maintenir le principe de la conſervation des forces vives. Non contens de cela, ils ont étendu ce principe au delà de la Mécanique, en rendant les eſprits élaſtiques comme les corps, & en communiquant l'élaſticité à toutes les ſubſtances ſans exception. Du moins ne ſauroit-on ſe faire une autre notion de leur force ; pour ſe faire comprendre ils ont un beſoin continuël de la comparaiſon du reſſort ; & M. *de Leibnitz* nous apprend lui-même, que ſes élémens contiennent *ce qu'il y a d'eminent dans la Mécanique.*

La différence entre la force *Leibnizienne* & nôtre puiſſance d'agir eſt aiſée à apercevoir. La premiére tend à un ſeul effet déterminé ; la ſeconde embraſſe également les deux partis oppoſés. Un pouvoir d'agir doit être en même tems un pouvoir de n'agir pas. Suppoſez ce pouvoir aſtreint à l'action ou à l'inaction ſeule, ne faudroit-il point que le parti oppoſé lui fût rendu impraticable par quelque force exterieure ? Ne ſeroit-il pas forcé à prendre le parti qu'il prend ? & ſon pouvoir ne ſeroit-il pas entiérement paſſif ſans ombre d'activité ? Avoir la puiſſance ſeule d'agir, c'eſt être dans l'impuiſſance de n'agir pas ; avoir la puiſſance ſeule de n'agir pas, c'eſt être dans l'impuiſſance d'agir ; ou plutôt une puiſſance terminée à un ſeul point n'eſt pas puiſſance du tout ; elle eſt entièrement paſſive, une faculté, ou une force.

Ou la liberté eſt cette puiſſance d'agir & de n'agir pas dont nous parlons, ou elle n'eſt rien du tout. Quelque autre notion qu'on en adopte, il ſera facile de montrer que les actes préténdus libres n'y ſont que des eſpeces de paſſions ; le deſtin & la néceſſité perceront toujours à travers le masque ſpecieux dont on les couvre. *Agir librement* n'eſt qu' *agir en effet* ; & agir ſans liberté, ce ſeroit agir & n'agir pas en même tems. S'il y a donc une différence réelle entre l'action & la paſſion, elle doit conſiſter en ce que nous diſons ; & s'il n'y en a point tout eſt également fatal, & également néceſſaire, comme j'eſpere de le faire voir par la ſuite de mes réfléxions.

Diſons

Diſons plus: ſans cette puiſſance, ou ſans la liberté, rien n'eſt poſſible; le poſſible ſuppoſe une puiſſance ſuffiſante pour le produire. Ce qui n'implique pas, eſt concevable, mais le concevable ne ſauroit être nommé poſſible avant qu'on démontre une puiſſance capable de le réaliſer. Sans Dieu il n'y auroit donc rien de poſſible, & ſous un deſtin aveugle bien des choſes pourroient ne point impliquer dans la conception ſans être poſſibles pour cela. On dit communément que ſous l'empire d'une fatalité abſoluë tout poſſible exiſteroit; j'aimerois mieux rayer de ce ſyſtème le mot de poſſible qui n'y a point de ſens, parce qu'il n'y a point de puiſſance à laquelle il puiſſe ſe rapporter.

Je ne diſpute point ſur la différence de ce qu'on nomme *poſſibilité de choſe* & *poſſibilité d'exiſtence*. On voit clairement que les choſes concevables ne peuvent être qualifiées du titre de *poſſibles* que par rapport à un pouvoir qui peut les conduire à l'exiſtence actuelle.

Saint Thomas a réfuté cette notion du poſſible adoptée par quelques Scholaſtiques, ſous prétexte qu'elle induiroit un cercle vicieux dans l'argument pour la toute-puiſſance divine; ce prétexte eſt frivole; car une notion ne ſauroit être fauſſe parce qu'on commet un ſophisme; mais le cercle ne provient en effet que d'une mauvaiſe définition de la toute-puiſſance; elle n'eſt point le pouvoir de faire tout ce qui eſt poſſible; tout le monde ſeroit tout-puiſſant de cette façon là, puiſque chacun peut faire ce qu'il peut faire; c'eſt le pouvoir de faire tout ce qui eſt concevable, ou ce qui n'implique point, & de cette maniére le cercle diſparoit.

Tout ce qui dérive d'un acte libre eſt contingent, c'eſt à dire qu'il pourroit ne point exiſter par la même puiſſance par laquelle il exiſte. La contingence regarde à proprement parler les événemens paſſifs.

On appelle ſouvent les actes mêmes contingens, parce qu'ils peuvent être & n'être pas. Je ſouhaiterois qu'on diſtinguât ſoigneuſement cette contingence d'avec l'autre; ce qui pourroit ſe faire en nommant la premiere active, & la ſeconde paſſive. On ſe fait ſouvent il-

luſion en confondant ces deux contingences, & en attribuant à l'une ce qui n'appartient qu'à l'autre. Certains Philoſophes ſemblent croire qu'il ſuffit d'être contingent pour être exempt de force & de néceſſité, ce qui eſt vrai de la contingence active, mais faux de la paſſive. Quoiqu'il ſoit contingent que les planetes décrivent leurs orbites d'Occident en Orient, on ne peut pas dire pour cela qu'elles ſe meuvent librement dans ce ſens plutôt que dans le ſens contraire. Cette contingence eſt purement paſſive dans les planetes ; elle n'eſt active & libre que dans la cauſe qui leur a tracé la route.

Perſonne ne doute que la *neceſſité abſoluë* ne banniſſe l'action & la liberté. Mais la *néceſſité hypothetique* n'en fait pas moins, quoiqu'en diſent pluſieurs Philoſophes. Je conviens que cette nécesſité préſuppoſe une cauſe libre dont elle ne détruit point la liberté, mais elle la détruit à coup ſûr dans l'objet ſur lequel elle tombe, puiſque dans cet objet les actes de la cauſe ne peuvent produire que des états paſſifs. Quand donc cette nécesſité affecteroit la ſubſtance la plus libre, ſa liberté ſeroit reſtrainte & ſuſpenduë dans ce cas-là, il n'y reſteroit que de la contingence paſſive, contingence qui a lieu dans des événemens dont toute liberté eſt proſcrite.

Ce qu'on appelle *néceſſité morale* eſt entierement fondé ſur l'efficace des motifs. Si cette efficace eſt telle que la prétenduë action doive s'enſuivre par une connéxion invincible, la nécesſité morale devient autant le tombeau de la liberté que la necesſité la plus métaphyſique. Si la liaiſon au contraire n'eſt qu'occaſionelle, le mot de nécesſité eſt incommode & abuſif dans le ſens qu'on lui attache.

L'ingénieux Auteur du nouveau ſyſtème ſur le Fatalisme la nomme nécesſité *interieure* ; mais il me permettra de remarquer qu'elle eſt exterieure à proprement parler, parce qu'en remontant de motif en motif, il faut à la fin paſſer les frontieres de la ſubſtance, & que la chaine des motifs eſt ſuſpenduë hors de ces frontieres. Je ne vois que deux ſens dans leſquels on puiſſe appeller une nécesſité interieure ; le premier n'eſt point applicable aux ſubſtances finies ; c'eſt

c'eſt lorſqu'une choſe eſt fondée dans la nature d'un ſujet exiſtant par ſoi-même. Le ſecond donne une néceſsité hypothetique interieure; c'eſt lorſque la ſubſtance agit ſur elle-meme. Si le mot d'interieur ne devoit dénoter que le ſujet ou l'état affecté de la néceſsité, toute néceſsité ſeroit interieure.

Si la Philoſophie devoit être un Dictionnaire de termes vagues & embrouïllés, on pourroit me blâmer d'avoir changé la ſignification ordinaire de pluſieurs termes uſités; mais j'ai cru qu'il valoit mieux aſſujettir les mots aux matiéres que les matiéres aux mots. Rien n'eſt plus impropre ni plus inconſiſtent que les façons de s'exprimer autoriſées par l'uſage, lorſqu'on les tranſporte dans les Sciences. La Philoſophie ſpéculative eſt la plus délicate ſur ce point; non ſeulement le langage de la vie commune, mais encore le langage des autres Sciences qui ne remontent point aux principes, employés ſans diſcernement, y conduiront dans un labyrinthe d'erreurs. C'eſt une véritable yvraie à extirper avant, qu'on puiſſe ſemer les notions fécondes, qui fertiliſent & embelliſſent le terroir philoſophique.

Le monde étoit autrefois tout plein d'êtres actifs. Les hommes ſtupides & groſſiers s'arrêterent aux cauſes materielles; ils ne chercherent pas plus loin le principe des changemens qui arrivent à la matiére. La foi qu'on ajoutoit aux influences, le culte qu'on rendoit aux objets materiels, en ſont des témoignages autentiques. Il eſt vray-ſemblable que le commun des hommes regarda le Soleil, la Lune, & tous ces Corps qui brillent dans la voûte celeſte, comme des agens réels, capables de leur faire du bien & du mal, malgré que les Philoſophes ſe contentaſſent pour la plupart d'y placer une partie de cette Ame univerſelle qu'ils feignirent répanduë par tout l'Univers. Enſuite vinrent les Poëtes & les Orateurs, qui uſant des licences de la Proſopopée donnerent la vie & l'action aux choſes les plus inanimées, faiſant gronder le tonnerre, ſiffler l'air, parler & agir tous les élémens. Le ſtyle enflé & hyperbolique des Orientaux ſe communiqua aux autres Langues, & c'eſt vraiſemblablement de toutes ces cauſes réü-

nies que vient ce nombre prodigieux de verbes actifs, ou plutôt dont la terminaiſon eſt active ; car la moindre partie de ces verbes déſigne des choſes véritablement actives. Les facultés ſenſitives & intellectuelles de l'ame, & les diverſes eſpeces des mouvemens des corps, s'expriment dans toutes les langues par des verbes actifs, toutes paſſives que ſoient ces facultés & ces mouvemens. Si l'on vouloit réformer, il ne ſuffiroit pas de retrancher les verbes abuſivement actifs ; il faudroit encore limiter ſelon la conſtruction l'uſage de ceux-même qui le ſont à bon droit. Je puis dire p.e. que je ſecouë la main, mais il eſt faux *que le belier ſecouë les murs ;* je puis dire que je me couche, que je fuïs, mais je ne ſaurois dire, *que le boeuf frappé de la hache ſe couche par terre*, ni que *l'amé en courroux s'enfuit dans les enfers.* Ces exemples ſont communs ; je n'ai pas deſſein d'écrire le Dictionnaire des défauts qui regnent dans les langues, ouvrage qui demanderoit peut-être plus de mémoire, de ſagacité, & de vie, qu'un ſeul homme ne peut prétendre.

Etes-vous ſurpris de la confuſion qui régne dans le langage des hommes? Conſidérez la vuë ordinaire dans laquelle ils s'en ſervent, & vous ceſſerez de l'être. Le moindre ſouci de ceux qui parlent ou qui écrivent, eſt d'exciter des idées nettes dans l'eſprit de ceux qui les écoutent ou qui les liſent. Ils veulent les conduire à de certaines fins, & à ces fins la netteté des idées ſeroit pour la plupart plus préjudiciable qu'avantageuſe ; le grand nombre ſe remuë par la confuſion plutôt que par l'ordre & par l'évidence. Il eſt ſi peu vrai que les mots excitent toujours leurs idées correſpondantes que la plupart du tems ils n'excitent que des paſſions par un ſaut des idées intermédiaires. On peut l'éprouver tous les jours, & en ſoi-même, & dans les autres. J'ai vu ſouvent les Auditoires les plus émus, & les paſſions les plus fortes inſpirées, par des paroles & des phraſes qui ne ſignifioient rien du tout, ou qui ne ſignifioient que fort peu de choſe. Enfin un (*) excellent homme l'a obſervé avant moi ; quelque obſcur que

(*) Berkeley, principles of human knowledge : introduction §. 19.

que ſoit le ſens d'un terme, dès que l'habitude l'a une fois conſacré, c'en eſt fait pour toujours : on prononce, on lit, on écrit ce terme, ſans faire même attention à l'idée qu'il repréſente, ou s'il en repréſente aucune, à peu prés comme on ſe ſert des ſignes dans les opérations Algebriques, ſans que les quantités qu'ils expriment, ſoient préſentes à l'entendement.

Ce desordre a paſſé dans les Sciences, & ſurtout dans les Sciences ſpéculatives, avec le langage. Que d'erreurs n'a-t-il pas répandu ſur le ſujet que nous traitons ? Depuis que la Philoſophie a pris quelque forme, on ſe ſert des mots d'*agens*, d'*action*, de *cauſe*, de *force*, de *puiſſance*, de *liberté*, & de pluſieurs autres, ſans qu'on puiſſe encore s'accorder ſur un ſens fixe. Les Philoſophes de l'Antiquité, loin de détruire les mépriſes populaires, paroiſſent avoir renchéri deſſus, en embelliſſant la matiére de ces formes, de ces natures, de ces agens aveugles, de ce fatras de termes, qui devoient faire comprendre les cauſes des phénomenes, pendant qu'ils étoient eux-mêmes incompréhenſibles.

La Philoſophie moderne n'a-t-elle rien retenu des erreurs de l'ancienne par rapport à ce ſujet ? Le progrés même que les Sciences font de nos jours, n'eſt-il pas ſouvent une nouvelle ſource d'égaremens en Metaphyſique ? Fait-on toujours aſſés d'attention aux limites des Sciences ? N'applique-t-on jamais ſans discernement des notions puiſées dans la Phyſique, ou dans la Mécanique, à des ſpéculations transcendentales & qui n'ont rien de phyſique ni de mécanique ? Ce qui eſt cauſe, action, & puiſſance, dans les Sciences naturelles, n'eſt-il pas effet, paſſion, impuiſſance, dans ces ſpéculations là ? Voilà une ample matiére à réfléxion : en la bien examinant on trouvera peut-être qu'on peut dire de la Philoſophie ce que Caton dit de la République Romaine de ſon tems : (*) *Nous avons perdu les vrais noms des choſes*, ou plutôt : nous ne les avons jamais eûs.

* * *



(*) *Vera rerum vocabula amiſimus.* Saluſt. in bello Catil.

# SECONDE DISSERTATION

## SUR L'ACTION, LA PUISSANCE ET LA LIBERTÉ,

### PAR M. MERIAN.

Dans l'Ecrit que j'ai eu l'honneur de lire à l'Académie, il y a ſix ſemaines, j'ai taché de dévéloper les notions de l'*action*, de la *puiſſance*, & de la *liberté*. Je me propoſe aujourdhui de les appliquer, tant à la théorie de l'entendement & de la volonté en particulier, qu'au ſyſtême de l'Univers en général.

Que la *liberté*, ou la *puiſſance*, *d'agir*, n'exige la penſée, perſonne, je crois, ne me le diſpute. Il y a dans chaque cas pour la ſubſtance qui ne penſe point, une marche déterminée qu'il ne dépend pas d'elle de ſuivre ou de ne pas ſuivre. Abandonnée aux actions de quelque ſubſtance étrangere, elle en tient toujours ſa ſituation préſente, & ne ſauroit jamais rien commencer de ſon chef. Cela eſt ſi vray que les Intelligences mêmes ne ſont point actives dans les changemens qu'elles ſubiſſent ſans en avoir connoiſſance ; l'obſcurité de la route qu'elles tiennent, les met préciſément dans le même cas avec les ſubſtances les plus brutes : une pierre jettée contre la muraille agit tout auſſi librement qu'un homme, qui dans une nuit ſombre ou dans le ſommeil y va heurter ſa tête.

Je ne veux point examiner ſi la matiére, ſoit en général, ſoit organiſée d'une certaine façon, eſt capable d'agir, mais dans quelque ſens qu'elle le ſoit, elle doit être penſante dans le même ſens. Ce ſeroit donc démontrer ſon incapacité d'agir que de démontrer ſon incapacité de penſer.

Il ne ſuit point de là que pour être libre il ſuffiſe de penſer; cette conſéquence ſeroit trop précipitée. Non ſeulement chaque dégré de connoiſſance ne qualifie point à *l'activité*, mais encore ne vois-je rien d'impoſſible en ce qu'une Intelligence poſſéde tous ces dégrés enſemble ſans en devenir plus active.

Déterminons d'abord le dégré de connoiſſance requis par l'excluſion des dégrés inferieurs, & voyons dans quelle aſſiette doit ſe trouver l'eſprit de l'agent immédiatement avant l'action.

La perception ſimple ſe préſente la premiére. Concevons un eſprit frappé par intervalle de diverſes perceptions inſtantanées, ou de diverſes perceptions à la fois, mais qui ne ſe lient point pour former des idées complexes, ni pour donner lieu au ſouvenir; que ce ſoit, ſi vous voulez, l'ame de l'embryon, recevant des impreſſions conformes à ce qu'éprouve celle dont le ſein le renferme; ou feignons telle intelligence qu'il nous plaira, arrangeons-y des perceptions à notre gré, que notre fantaiſie dicte l'ordre de leur ſucceſſion. Il ſera toujours vrai que ces perceptions ne propoſent rien à la ſubſtance, ni à produire, ni à omettre. Ses propres productions & omiſſions ſeront donc zero, & aucun de ſes changemens imaginables ne dépendant d'elle-même, ils dépendront tous de quelque cauſe externe.

Je veux même que le principe d'action ſoit envelopé dans cet être, de façon que pour ſe déployer il ne lui manque que le dégré de connoiſſance requis; il n'en ſera pas, je crois, plus avancé tandis qu'il demeure privé de ce dégré. En parlant à la rigueur, on pourroit dire que la puiſſance d'agir elle-même manque à un tel être; il n'en eſt pourtant pas de même comme d'une ſubſtance qui ne ſauroit agir quand on lui ſupoſeroit le dégré néceſſaire de connoiſſance, ou d'une ſubſtance qui n'eſt jamais en état d'acquérir ce dégré, ſoit du tout, ſoit par voye naturelle; mais à peu prés comme d'une ſubſtance douée d'une liberté dont l'exercice eſt reſtraint dans de certains cas par des obſtacles inſurmontables. Si on ſuppoſe à l'embryon les ſemences de la liberté, cette créature n'en ſera point privée, comme en eſt privée

une

une pierre, ou abſolument incapable de penſée, ou qui n'en eſt capable que par miracle, ou qui avec la penſée même n'eſt capable d'action que par un ſecond miracle.

On peut diſtinguer, ſi l'on veut, entre *puiſſance prochaine* & *puiſſance éloignée*. Cet éloignement admet des dégrés. La puiſſance éloignée du premier dégré exige le principe d'action avec le dégré d'intelligence le plus approchant de celui qui complete la puiſſance prochaine; au lieu que la puiſſance la plus éloignée ſuppoſe l'abſence totale de toutes les conditions actuelles requiſes à l'action, avec la ſimple poſſibilité de l'exiſtence de ces conditions: mais on voit aiſément qu'à proprement parler la ſeule puiſſance prochaine mérite le nom de puiſſance.

Si le principe actif pouvoit ſe déployer ſans une penſée occaſionelle, il faudroit attribuer ſon exercice au hazard, grand mot lequel, ou ne ſignifie rien du tout, ou ſignifie la néceſſité; or attribuer une action à la nécesſité, ce ſeroit donner d'une main ce qu'on enléve de l'autre; il eſt donc impoſſible qu'une ſubſtance agiſſe avant que de penſer, quand même on lui ſuppoſeroit d'ailleurs toutes les qualités requiſes à l'action.

Si dans le dégré le plus bas de perception la ſubſtance n'a point les diſpoſitions néceſſaires pour pouvoir agir, c'eſt, comme nous avons vu, parce qu'il ne ſe préſente rien à faire, aucun effet à obtenir; ainſi, tandis que la même raiſon a lieu, elle ne ſongera jamais à ſortir de l'inaction, & le principe actif demeurera en repos. Que les perceptions ſoient donc compoſées jusqu'à renfermer des propoſitions, & que ces propoſitions puiſſent être liées en raiſonnemens, il n'en ſera ni plus ni moins, auſſi longtems que ces propoſitions reſtent ſpéculatives, & que l'entendement ne voit rien de *faiſable*, ſi j'oſe ainſi m'exprimer. Un eſprit par une ſuite réglée d'impreſſions pourroit acquérir les connoiſſances les plus ſublimes, ſans jamais penſer à agir, pourvû qu'on prit ſoin d'en éloigner tout ce qui pourroit l'y porter. Cet homme qui employe ſa vie à des études ſteriles qui ne le portent à aucune

action,

action pour le bien de la Société, peut être comparé par figure avec une intelligence pareille, & paſſer pour un très ſavant automate.

Le cas que je vais propoſer, eſt un peu plus embarraſſé. Une choſe faiſable s'offre à l'entendement ; mais il ne s'offre que ce ſeul parti, ſans que je puiſſe ſonger que le parti contraire ſoit poſſible. Suis-je déterminé néceſſairement à prendre le parti que je prends? Si je fais néceſſairement ce que je ne puis regarder comme *omiſſible*, ſi j'omets néceſſairement ce que je ne puis regarder comme faiſable, quel rôle jouë en cecy le principe d'action qui eſt en moi? Eſt-ce en vertu de ce principe que j'agis? Peut-on dire que ce principe ſoit forcé à ſe déployer par un principe extrinſéque?

Le changement des phraſes leve ſouvent les difficultés les plus ſpécieuſes. Le principe d'agir qui eſt en moi, n'eſt que MOI, capable d'agir & de n'agir pas ſous la condition de la vuë de ces deux partis oppoſés. Lorsque cette connoiſſance ſe trouve en défaut, il eſt évident que l'état qui dépendroit de moi, ſi elle l'avoit précédé, ſe lie maintenant avec des états paſſés, & ſe réſout originairement dans l'action, ou dans les actions, dont dépend la ſerie qui aboutit à la vuë du parti que je ſuis obligé de prendre.

Il y a icy deux chaines de cauſes qui me mettent hors d'action. La premiére remonte à la cauſe primitive de mon défaut de connoiſſance; la ſeconde à la cauſe primitive de la penſée qui me ſuggére le parti que je prends.

De cette façon un être libre d'ailleurs peut ſe trouver ſous l'eſclavage d'impreſſions ſuperieures, qui rempliſſent trop ſes facultés pour laiſſer aucune place à l'exercice du libre arbitre. On peut concevoir auſſi de cette maniére des machines vertueuſes & vicieuſes, ou plutôt qui en ont l'apparence, puisque dans le fonds ſans la liberté, il ne peut y avoir ni mérite ni démérite dans les actions.

Peut-être encore ces principes pourroient-ils ſervir à rendre raiſon des actions qu'on croit remarquer dans les enfans & dans les bêtes, & répandre quelque lumiére ſur une Queſtion qu'on a regardée

de tout tems comme une des plus épineuſes en Philoſophie. Le plan de cette Diſſertation du reſte ne me permet point de prendre un parti déciſif ; j'examine les choſes dans l'abſtraction, & je ne préſume point d'aſſurer encore que les hommes faits, que les Anges, ni que Dieu même ſoient des ſubſtances libres.

Mais ſuppoſons d'un côté que les hommes faits jouïſſent de la liberté, & de l'autre que, depuis le berceau jusqu'à l'age de la raiſon, il n'arrive point de miracle à nos ames ; il faudra néceſſairement admettre que les enfans renferment déjà dequoi agir un jour librement, qu'ils ne manquent que des dégrés requis de connoiſſance, & que l'époque de leur liberté dépend du dévelopement de leurs facultés intellectuelles. Risqueroit-on beaucoup de ſe tromper en réduiſant la ſpontaneïté des enfans à cette vuë d'un ſeul parti qui provient de leur incapacité de combiner, & de comparer les experiences propres à leur apprendre qu'ils peuvent également agir & s'en abſtenir ; connoiſſance qui s'acquiert avec l'age & ſe fortifie par l'habitude.

D'un autre côté, ces infortunés objets de dégoût & de pitié, ces pauvres vieillards que l'affoibliſſement des organes replonge dans les infirmités du premier âge, ne ſont-ils pas dans le même cas ? Il me ſemble voir la Nature nous promener par dégrés jusqu'à un certain point, où elle nous lache la liſiere, nous abandonnant à notre propre marche, & nous laiſſant parcourir librement un eſpace limité. Enfin elle la retire, & nous fait rebrouſſer par des dégrés ſemblables vers le point dont nous étions partis.

Suppoſons encore que les bêtes ne ſoient point des machines à la Carteſienne, mais des Intelligences inférieures à l'eſpéce humaine ; peut-être qu'il ne ſera pas difficile de ramener au même principe de la vuë d'un ſeul parti, ce qu'on appelle leurs mouvemens ſpontanés & leur inſtinct.

Si en effet les beſoins préſens de ces Créatures ſe bornent à la conſervation des individus, & à la propagation des eſpeces, (comme leurs ouvrages où il paroit le plus d'induſtrie, ne ſemblent tendre qu'à

qu'à l'une ou à l'autre de ces deux fins, il eſt ſuperflu de leur accorder un dégré ſuperieur d'intelligence. D'ailleurs, cette uniformité remarquable dans leurs productions les plus merveilleuſes qui ſont toutes exécutées ſur le méme plan, pourroit donner des ſoupçons très forts que leur vuë eſt toujours bornée à un point unique, dont elles ne ſauroient s'écarter, qu'en un mot elles ſont gouvernées par des impreſſions uniformes auxquelles elles ne réſiſtent jamais, parce qu'elles ne peuvent pas penſer à y réſiſter; impreſſions par conſéquent, qui les portent inévitablement aux fins auxquelles la Nature les deſtine.

Le plus profond des Docteurs de l'Egliſe a dit quelque choſe d'approchant: voicy la traduction Françoiſe de ſon paſſage: (*) *Les êtres animés ſe meuvent par eux-mêmes lorsqu'une image qui eſt en elles, provoque leur appetit, & dans quelques uns des animaux ces images ſont excitées dans un certain ordre par la nature qui par leur moyen provoque l'appetit. Ainſi naît dans l'araignée l'image de la ſiſſure, ſuivie de l'appetit de faire la toile, appetit excité par le mouvement*



(*) ἀΦ' ἑαυτῶν γὰρ κινεῖται τὰ ἔμψυχα, Φαντασίας ἐγγινομένης ὁρμὴν προκαλεμένης, καὶ πάλιν ἄν τισι τῶν ζώων Φαντασίαι γίνονται ὁρμὴν προκαλέμεναι, Φύσεως Φανταστικῆς τεταγμένως κινούσης τὴν ὁρμὴν. ὡς ἐν τῷ ἀράχνῃ Φαντασία τοῦ ὑΦαίνειν γίνεται, καὶ ὁρμὴ ἀκολουθεῖ ἐπὶ τὸ ὑΦαίνειν, τῆς Φανταστικῆς αὐτοῦ Φύσεως τεταγμένως ἐπὶ τοῦτο αὐτὸν προκαλουμένης, καὶ ὑδενὸς ἄλλε μετὰ τὴν Φανταστικὴν αὐτοῦ Φύσιν πιπισευμένε τοῦ ζώου· καῖ ἐν τῇ μελίσσῃ ἐπὶ τὸ κηροπλαστεῖν. τὸ μὲν λογικὸν ζῶν καὶ λόγον ἔχει πρὸς τῇ Φανταστικῇ Φύσει, τὸν κρίνοντα τὰς Φαντασίας, καὶ τινὰς μὲν ἀποδοκιμάζοντα, τινὰς δὲ παραδεχόμενον, ἵνα ἄγηται τὸ ζῶον κατ' αὐτάς. *Origenes* περὶ ἀρχῶν *Tom. 3. v. Philocal. Orig. Cap. XXI.*

*réglé de la nature qui produit l'image, & l'animal n'étant doué d'aucune autre faculté excepté ſa nature imaginatrice. La même choſe arrive à l'abeille lorſqu'elle fait le miel. L'animal raiſonnable au contraire, a outre la nature qui produit les images, la raiſon qui diſcerne les images, rejette les unes, approuve les autres, & agit en conſéquence.*

A ſavoir à préſent ſi les bêtes, de même que les enfans, contiennent dequoi devenir des agens, & ſi on peut dire : donnez moi un dégré d'intelligence de plus, & je ferai un homme de ce chien ou de ce perroquet ; c'eſt là, je crois, une queſtion dont la déciſion dépend d'une autre non moins difficile à réſoudre ; c'eſt à dire, ſi les bêtes ſont deſtinées à un rang ſuperieur à celui que nous les voyons tenir parmi les Intelligences. Si tant eſt qu'elles ſoient condamnées pour jamais à la vie animale, il n'eſt pas aiſé à voir de quoi leur ſerviroit la diſpoſition à la liberté, à moins qu'elle ne fut inſéparable de la ſpontaneïté. Si au contraire elles doivent croître en perfection, il eſt fort raiſonnable de penſer qu'elles renferment dès à préſent les principes de cet accroiſſement, & par conſéquent les diſpoſitions néceſſaires à la liberté, ſans laquelle la raiſon ſeroit un inſtrument fort inutile.

Nous voyons certaines bêtes donner tant d'apparences de raiſon que peut-être ne tient il qu'à peu de choſe pour leur faire franchir la ligne qui les ſépare de l'eſpece humaine. Les hommes ſe flattent du doux eſpoir d'élargir tôt ou tard la ſphére de leur connoiſſance & de leur activité. Peut être que la Nature bien-faiſante envers tous ſes enfans prépare un ſort ſemblable à ce nombre innombrable de Créatures qui peuplent l'Univers, & qu'aucun d'eux ne ſera oublié dans la grande promotion des Etres. Si, comme Pope a chanté, Newton eſt par rapport aux Intelligences celeſtes ce qu'un Singe eſt par rapport à nous, il y a auſſi peu de chemin d'un Singe à l'homme que de Newton à un Ange. Mais je laiſſe diſcuter cette matiére à des Philoſophes plus profonds, & peut-être plus téméraires, que je ne le ſuis ; & je reviens à mon ſujet.

Aprés

Aprés les dégrés d'intelligence que nous avons rejettés, celui qui reſte ſe détermine de ſoi-même. Il conſiſte dans la vuë de deux partis oppoſés, également éligibles, avant qu'on ſe ſoit déterminé pour l'un ou pour l'autre. Sans cette vuë l'action eſt donc impoſſible, & le pouvoir d'agir inconcevable. Tous les cas au contraire dans lesquels l'exercice de la liberté a lieu, peuvent être réduits à cette formule. Suppoſez, ſi vous voulez, mille partis propoſés; chacun des mille vous laiſſera le choix libre entre ſon exécution & ſon omiſſion.

Je ne ſaurois quiter ce ſujet ſans dire quelques mots de l'imputation, qui ſe fonde uniquement ſur la prévoyance des choſes propoſées à faire ou à omettre.

Chaque action traine aprés ſoi un changement conforme à la nature du ſujet dans lequel il arrive; de quelle maniére dont on agiſſe ſur un corps, on n'y produira jamais d'autres effets que de ceux dont la nature corporelle eſt ſuſceptible. Mais un premier changement n'eſt pas ordinairement la ſeule ſuite de nos actions; celui-cy en produit d'autres, que ſouvent il transmet de ſujet en ſujet, & diſperſe en pluſieurs branches: en un mot nos actions forment des chaines de changemens que nous ne pouvons, ni prévoir, ni ſuivre, que jusqu'à une certaine diſtance; encore la connoiſſance de ces chainons qui ne nous échapent point, ſouffre-t-elle de fréquentes interruptions par l'ignorance des cauſes ſecondes & de ces reſſorts cachés que la Nature fait jouër pour amener les effets. Je ſuppoſe par exemple la chaine compoſée de changemens déſignés par les lettres de l'Alphabet; nos connoiſſances ſeront peut-être exprimables par *a*, *f*, *l*, *o*, *p*, *s*, en sautant les lettres moyennes entre *a* & *f*, *f* & *l*, *l* & *o*, *p* & *s*, & en perdant de vuë celles qui ſont depuis *s* jusqu'à *z*.

Comme l'imputation ſe régle ſur la prévoyance, on ne pourra ſans doute imputer à l'agent que les changemens qu'il a prévus; & c'eſt par ceux là uniquement que ſon acte devient moralement bon ou mauvais. La moralité réſide dans l'intention, & l'intention ne ſauroit aller plus loin que la vuë.

Non ſeulement je ne ſaurois être reſponſable des cauſes moyennes entre l'action & l'effet que je me propoſe, mais encore ne le ſuis-je point d'un manque d'effet, ſi j'ai fait ce qui devoit m'y conduire. Si ayant intention de remuër le pied, il ne remue pas ; ſi le bras remue en ſa place, ce n'eſt pas à moi qu'il faut l'imputer, c'eſt à celui qui a établi la liaiſon entre mon acte & ſon effet. Enfin, toutes les ſuites de mes actions que l'éloignement & le voile de l'avenir dérobe à ma prévoyance, ne me regardent en aucune façon. Semblable à un tireur qui tâche de frapper ſon but ſans ſe ſoucier ce que la balle deviendra aprés cela, je remets la ſuite de mes actions entre des mains étrangéres, ſoit du Hazard, ſoit de la Nature, ſoit de la Providence.

La prévoyance fait qu'on peut conſidérer un ſeul acte qui produit pluſieurs changemens à la file, comme compoſé de pluſieurs autres, puiſqu'en effet l'intention eſt compoſée. Celui qui fait ſauter en l'air une Maiſon où il ſait que dix perſonnes ſont raſſemblées, commet le même crime que s'il faiſoit ſauter chacun des dix en particulier ; mais s'il ne croit qu'une perſonne dans la maiſon, ſera-t-il reſponſable de la mort des neuf autres ? Point du tout. S'il a prévu la poſſibilité que la perſonne à qui il en vouloit n'y étoit pas ſeule, il ſera coupable de n'avoir pas pris les informations néceſſaires, faute déjà moindre que la précédente qui partoit d'un deſſein prémédité. Enfin, ſi on pouvoit ſuppoſer que l'incendiaire n'eut fait aucune réfléxion aux ſuites de ſon crime, on ne pourroit abſolument lui imputer à cet égard qu'un manque d'attention. La faute diminuë à meſure que l'imputation peut être éloignée de l'effet ; & la vraye place de l'imputation eſt toujours marquée par la prévoyance.

N'y a-t-il pas dans la vie humaine des circonſtances qui nous réduiſent à cette vue d'un ſeul parti dont nous avons parlé plus haut ? Et ſi dans cette ſituation d'eſprit nous nous trouvons ſous l'empire d'une force majeure, peut-on nous en imputer les ſuites ? Qu'on y prenne garde ; la legéreté qu'il y a à s'engager dans un mauvais pas, n'eſt pas la même choſe avec les événemens que ce pas entraine ; les

Moraliſtes

Moraliſtes qui les confondent, donnent dans des raiſonnemens pitoyables. Si la colere eſt une courte fureur, ſi l'amour trouble l'entendement, tous les déſordres, toutes les folies, que ces paſſions font commettre, doivent être décontées de l'imputation : deux hommes d'un tempérament égal ſortent du Cabaret, où ils ont diſſipé leur peu de raiſon dans la fumée des liqueurs fortes ; l'un maſſacre ſon ennemi ; l'autre donne l'aumone à un pauvre. Ces deux hommes ſont également coupables ; l'un & l'autre ne l'eſt que d'avoir trop bû. Le furieux qu'on enchaine, n'eſt pas plus libre dans ſes actions que la pierre qui tombe ; & la fureur paſſagére a les ſymptomes de la continuë.

Il eſt impoſſible que ces réfléxions, & pluſieurs autres de la même importance, ſoient miſes en ligne de conte devant les Tribunaux humains, qui ſe réglent plutôt ſur le bien de la ſociété que ſur la valeur intrinſéque des actions morales ; d'ailleurs nous n'avons point de meſure pour apprécier cette valeur au juſte, & nous ne connoiſſons les intentions que par les apparences externes, qui ſont ordinairement trompeuſes. Il n'y a aucun Tribunal au monde où l'on garde une juſte proportion dans les peines & les récompenſes, & devant les Juges les plus équitables les moindres crimes ſont ſouvent punis plus rigoureuſement que les plus grands. Les Legislateurs éclairés compâtiſſent à la foibleſſe humaine ; ils récompenſent avec ſplendeur, ils puniſſent avec modération, & ils aiment mieux laiſſer échaper le coupable que faire ſouffrir l'innocent. Les Caſuiſtes rigides & les déclamateurs qui ſe plaiſent à exagérer nos fautes, ne font que rendre la Morale ridicule en la rendant impraticable, & en renverſant entiérement les notions du juſte & de l'injuſte.

Nous avons déterminé le dégré de connoiſſance néceſſaire à un agent ; mais ce n'eſt point ce dégré qui conſtituë ſa liberté : il n'en eſt que la condition *ſin. qua non*, comme l'on s'exprime dans les Ecoles. On ne ſauroit agir ſans penſer, mais on peut penſer ſans être en état d'agir. L'entendement eſt paſſif dans ſes connoiſſances les

plus

plus ſublimes; & un ſon ne différe pas plus d'un triangle que la penſée ne différe de l'action. De quelque façon qu'on modifie deux hétérogenes, la tranſition de l'un à l'autre eſt impoſſible pour jamais. On pourroit concevoir une ſubſtance entiérement paſſive, verſée dans les Sciences les plus profondes, raiſonnant très methodiquement, produiſant les découvertes les plus brillantes, en un mot une eſpece de machine ſpirituelle, perfectionnée dans ſon genre, & cependant aſſujetie à la diſpoſition de celui qui la gouverne.

La ſeule action concevable, c'eſt la *volition*. Les Philoſophes qui lui ont aſſocié le mouvement, ſe ſont laiſſé abuſer par l'inexactitude du langage. Nous ne connoiſſons dans l'Univers aucun mouvement primitif, & l'inertie de la matiére nous défend de penſer qu'elle puiſſe jamais commencer d'elle-même à ſe mouvoir. Si l'on veut qu'elle ſe ſoit muë de toute éternité, ou qu'avec (*) Spinoza on adopte un progrés de mouvemens à l'infini, l'on ſera encore moins en droit de nommer action ce qui eſt l'effet de la néceſſité, Enfin, entendre par mouvement l'exercice d'un principe ſoi-mouvant, c'eſt multiplier les êtres ſans beſoin, vû que cet exercice eſt une volition, & qu'attribuer à la matiére le principe-ſoi mouvant, c'eſt lui attribuer la puiſſance de vouloir.

Le mot de *vouloir* eſt ambigu. Souvent on le prend pour le dernier jugement de l'entendement qui eſt entiérement paſſif; nous le prenons pour l'exercice du principe ſoi-mouvant qui eſt entiérement actif. Il faut icy éloigner tout ce qui ſent la paſſion; la volition ne ſauroit être envéloppée dans aucune ſucceſſion paſſive; c'eſt au contraire quelque choſe qui en rompt l'enchainement, *quod fati fœdera rumpat.*

Ce

(*) *Corpus motum vel quieſcens ad motum vel quietem determinari debuit ab alio corpore, quod etiam ad motum vel quietem determinatum fuit ab alio, & illud iterum ab alio, & ſic in infinitum.* Ethic. P. II. Prop. XIII. Lemm. 3.

Ce n'eſt pas une ſimple conſcience de ce qui arrive. Ce n'eſt pas une approbation de l'entendement, ni un deſir, ni une penſée de préférence, ni enfin le plaiſir qu'on prend à un événement. Toutes ces choſes là dérivent de choſes antécedentes, & ne contiennent rien d'actif. On peut appercevoir l'effet d'une action étrangere, l'approuver, le deſirer, s'en réjouïr, ſans qu'il s'en mêle la moindre action propre. Si une pierre s'appercevoit de ſa chute, ſi elle la préferoit à tout autre état, ſi elle ſentoit la plus grande ſatisfaction du monde à tomber, elle n'en tomberoit pas plus librement, ou, pour me ſervir d'une comparaiſon plus célébre, quelque plaiſir que prit (*) *l'aiguille aimantée à ſe tourner vers le Nord*, elle n'en ſeroit pas moins entrainée par *les mouvemens inſenſibles de la matiére magnetique.* A proprement parler, elle ne ſe tourneroit point; elle ſeroit tournée; & je dirai que dans l'état paralléle l'ame ne *voudroit* pas, mais qu'elle ſeroit faite *voulante.*

Si l'on admet que tous les changemens qui ont lieu dans l'Univers, s'analyſent dans des volitions, il faut avouër d'un autre côté que les moyens par leſquels la volition opére ces changemens, nous ſont parfaitement inconnus; mais auſſi ne dépendroit-il pas de nous de les changer, quand même nous les connoitrions. Les reſſorts auquels nos volitions tiennent, & qui aboutiſſent à l'effet propoſé par la voye que la Nature leur a tracée, ces reſſorts, dis-je, & cette voye ſont des myſtéres ſur leſquels les plus grands Philoſophes n'ont fait jusqu'icy que bégayer. Semblables aux ſpectateurs d'un drame, nous ne voyons dans l'Univers que le changement des décorations; les machines ſont cachées ſous le théatre.

*Agir* & *vouloir* ſe trouvant identifiés, la vraye liberté peut être définie une *puiſſance de vouloir*, & tout être libre peut vouloir & ne pas vouloir ce qu'on lui propoſe.

On

(*) Eſſai de Théodicée, Part. I. §. 50.

On nomme communément ce pouvoir la *liberté d'indifference*, ce qui ne ſignifie point que les deux partis faſſent toujours une impreſſion égale ſur l'entendement, mais uniquement que le choix n'eſt point déterminé par l'entendement. L'ame eſt déterminée lorsqu'elle penſe, mais elle détermine lorsqu'elle choiſit.

Il ne s'agit pas non plus de ce qu'on appelle *indifference d'exercice*, qui dans le fond n'eſt que paſſive & inſtrumentale. Telle eſt, par exemple, l'indifference d'un corps en mouvement, qui pourroit auſſi bien être en repos s'il étoit déterminé autrement qu'il n'eſt, puisque par ſa nature il n'eſt pas plus porté à l'un de ces états qu'à l'autre. Telle eſt auſſi l'indifference d'une hache, également propre à fendre du bois, à égorger les victimes, & à punir les criminels.

Il eſt étonnant que les plus grands Philoſophes ſemblent avoir pris à tâche d'embrouïller ce ſujet. Monſieur *Locke*, l'homme le plus propre à porter le flambeau dans les ſpéculations ténébreuſes, n'en paroit avoir écrit un (*) très grand Chapitre que pour y répandre de la confuſion. Il augmente encore cette confuſion dans ſes éclairciſſemens, & dans ſon (**) Commerce de lettres avec M. *de Limborch*, par lequel on voit clairement qu'il n'a jamais compris ce qu'on entendoit par *liberté d'indifference*.

(***) Il ſe divertit extrémement aux dépens de ceux qui attribuent la liberté à la volonté, ou qui diſent *que la volonté eſt libre*; ce qui en effet préſente un ſens abſurde de la façon dont il l'interprete, car dans le fond je ne crois pas que les Philoſophes qui ſe ſervent de cette expreſſion, veuïllent enter, pour ainſi dire, une faculté ſur l'autre ; par volonté ils entendent ſans doute l'acte de la volonté, la volition, ou la perſonne qui veut.

Il

(*) Eſſai ſur l'entendement humain, Livre II. Ch. XXI.

(**) Voyez Oeuvres diverſes de M. *Locke*, Tome II.

(***) Eſſai ſur l'Ent. hum. L. II. ch. 21. §. 20.

Il ſeroit à ſouhaiter que cet excellent homme ne fut pas tombé lui même dans le défaut d'inexactitude qu'il fait tourner ſi agréablement en ridicule ; car aprés tout l'abſurdité de cette queſtion ne vient pas, comme penſe M. *Locke*, de ce que la liberté & la volonté ſont deux facultés diverſes, mais au contraire de ce qu'elles ſont la même faculté, & que demander, *ſi la volonté eſt libre* équivaut à la demande ; *ſi la liberté eſt libre :* ce qui reſſemble à la queſtion, ſi la rondeur eſt ronde, ou ſi la vertu eſt vertueuſe.

Mais où eſt cette juſteſſe dont M. *Locke* fait profeſſion, lorsque (*) bientôt après il nie que nous ſoyons *libres de vouloir*, parce qu'une choſe à faire ſur le champ nous étant propoſée, nous devons accepter la propoſition ou la refuſer ? C'étoit icy la place de s'écrier ſur l'inexactitude. *Je ſuis libre de vouloir* veut dire proprement : *je puis vouloir vouloir, & vouloir ne pas vouloir* ; s'il eſt permis d'agiter des queſtions pareilles, on n'aura jamais fait ; car ſi j'oſe doubler le mot de vouloir, pourquoi ne le triplerai-je pas, & pourquoi ne le multiplierai-je pas à l'infini ?

Monſieur (**) *Collins* a donné dans la même chimére ; c'eſt fort plaiſamment qu'il conclut que nous ne ſommes pas libres, parce que la promenade, par exemple, nous étant propoſée, nous ne pouvons qu'un des deux, ou vouloir, ou ne pas vouloir nous promener, & qu' ainſi nous ſommes néceſſités à produire un acte de volition. Si ce raiſonnement dit quelque choſe, il ne dit rien de plus que : *Nous ne ſommes pas libres ; parce que nous ſommes libres*, ou *nous ne ſommes pas libres d'être libres ;* ce qui eſt trés vrai, ne dépendant pas de nous de changer nôtre nature ; ſi nous ſommes libres en effet, nous agirons librement à coup ſûr autant de fois que l'occaſion s'en préſentera, ne pouvant faire autre choſe, ſoit que nous acceptions, ſoit que nous refuſions. Mais cette néceſſité de choiſir n'eſt que la néceſſité abſoluë



(*) §. 23. 24.

(**) Philoſophical inquiry concerning human. liberty.

que de deux contradictoires l'une ſoit vraye & l'autre fauſſe. Le Tireſias d'Horace prédit les événemens les plus contingens, rien n'étant plus certain que ſes Prophéties doivent ou s'accomplir, ou ne pas s'accomplir (*).

Monſieur *Locke* va plus loin (**). Il trouve fort abſurde qu'on puiſſe demander; *ſi l'homme eſt en liberté de vouloir lequel des deux il lui plaît, le mouvement ou le repos.* C'eſt demander, ſelon lui, *ſi l'homme peut vouloir ce qu'il veut, ou ſe plaire à ce à quoi il ſe plaît?* Mais cette queſtion ne laiſſe pas pour cela d'être trés ſenſée. Si *ce qui nous plaît* ſignifie le dernier jugement de l'entendement, c'eſt demander: ſi ce jugement détermine la volonté, ou non? Si *ce qui nous plaît* dénote la volition même, c'eſt demander, ſi cette volition eſt paſſive, ou ſi elle eſt active & libre; & par conſéquent la queſtion n'eſt abſurde, ni dans l'un, ni dans l'autre de ces deux ſens, quoique peut-être on eût pû l'enoncer plus commodément.

Mais M. *Locke* confond éternellement l'entendement & la volonté; il vous dira (***) *qu'être déterminé par ſon propre jugement ne détruit point la liberté;* cependant il enſeigne lui-même que ce jugement dépend de *l'inquietude*, l'inquiétude du *deſir*, le deſir *d'un bien abſent.* La liberté qui peut reſter dans un pareil enchainement eſt un myſtére qui paſſe ma compréhenſion.

Malgré toutes les plaiſanteries de M. *Locke* ſur *la liberté de vouloir*, le voicy pourtant forcé d'y revenir lorsqu'il s'agit de décider ce qui rend l'homme digne de punition; queſtion qui le jette dans un étrange embarras. Cette liberté, objet de tant de plaiſanteries, a donc lieu, ſelon lui, quand il s'agit d'un bien éloigné comme d'une fin à obtenir; dans un tel cas l'homme peut ſuſpendre ſon choix

(*) *O Laërtiade! quicquid dicam, aut erit, aut non;*
*Divinare etenim magnus mihi donat Apollo.*

(**) §. 25. (***) §. 48.

choix jusqu'après un examen plus mûr, & c'eſt ce qui le rend (*) *juſtement digne de punition, quoiqu'il ſoit indubitable que dans toutes les actions particulières qu'il veut, il veut néceſſairement ce qu'il juge être bon dans le tems qu'il le veut.*

L'unique raiſon de l'exception de ce cas conſiſte donc en ce qu'il n'exige rien à vouloir ſur le champ ; & par malheur c'eſt juſtement en quoi M. *Locke* ſe trompe. Pour ſuſpendre ſon jugement & pour examiner, ne faut il pas une volition de le faire, je dis une volition à former ſur le champ ? Et ſi les volitions de cette eſpece ne ſont pas libres, n'a-t-on pas tort de faire l'exception qu'on fait ?

Le Philoſophe Anglois n'eſt pas le ſeul qui ſe ſoit laiſſé éblouïr par cette fauſſe lueur de liberté. Des Philoſophes poſterieurs ont cru, par une erreur à peu près ſemblable, que nonobſtant que chaque volition ne fût point libre, on pourroit pourtant, moyennant certaines adreſſes, & en prenant certains arrangemens, ſe ménager des volitions pour le tems à venir ; tout comme ſi les diſpoſitions propres à produire des volitions futures ne demandoient pas autant de volitions préſentes, & comme ſi c'étoit applanir une difficulté que de la reculer.

Mais voyons à nôtre tour, où ces Philoſophes qui proſcrivent la liberté des volitions, prétendent la placer. Ils la définiſſent le pouvoir de faire ce qu'on veut ; rien de plus célébre que cette définition que M. *Locke* trouvoit déjà ſi complete, qu'il aſſure qu'un pareil pouvoir (**) *rend l'homme auſſi libre qu'il eſt poſſible à la liberté de le rendre libre.*

Qu'on me pardonne ſi, contre le ſentiment de tant de grands hommes, je ne trouve dans cette définition que la néceſſité toute pure. *Vouloir* n'y ſignifie que *juger bon ou mauvais*, état paſſif de l'Intelligence. Je ſuppoſe une telle volition donnée, & je demande ſi



(*) §. 5. 6. (**) §. 21.

la liberté que j'ai dans ce moment, eſt un pouvoir d'exécuter & de ne point exécuter cette volition. Si cela eſt, il faut néceſſairement une ſeconde volition, qui confirme ou détruiſe la premiere. Si cette ſeconde volition eſt paſſive comme la premiére, il n'y a pas encore un pouvoir ſuffiſant pour faire & omettre, & il faut recourir à une troiſiéme. Ce progrés durera jusqu'à ce qu'on parvienne à une volition active.

Mais ſi la liberté n'eſt que le pouvoir d'éxécuter la volition, ſans qu'il ſoit poſſible de ne la point exécuter ſous les mêmes circonſtances, quoi de plus clair, que l'exercice d'un tel pouvoir eſt entiérement paſſif, déterminé par une volition paſſive; & le pouvoir même n'eſt que ce qu'on appelle une faculté, ſavoir une poſſibilité d'être modifié. J'aurai pour lors le pouvoir de faire ce que je veux, comme j'ai celui de voir mes yeux étant ouverts. Le verbe *faire* ſignifie préciſément la même choſe avec celui de *pâtir*, & le *pouvoir de faire ce qu'on veut* devient *une néceſſité de pâtir ce qu'on ne peut pas éviter.*

J'ai prévenu le prétexte de la contingence, en diſtinguant entre contingence *active* & *paſſive*. Pour maintenir la liberté, il ne ſuffit pas qu'une choſe eût pu arriver autrement dans un ordre différent des événemens, ou dans un autre monde; de cette façon tous les états dans l'Univers ſans exception ſeroient des actes libres, puiſqu'ils ſont tous contingens. L'aiguille de ma montre qui marque 7 heures, auroit pû marquer toute autre heure du jour, ſi on avoit réglé autrement la montre; qui diroit cependant qu'elle marque librement l'heure qu'elle marque? Mettez une action prétenduë à la place de l'aiguille; elle produira ſon effet préciſément avec autant de contingence, & avec auſſi peu de liberté.

En vain encore ſe retrancheroit-on ſur la ſpiritualité des volitions; car ſans répéter les preuves que j'ai données de l'inſuffiſance de cette défaite, il faut obſerver qu'on ne conclut icy en faveur de la liberté d'un acte que de ſa contingence; or la poſition de l'aiguille

guille eſt auſſi contingente que quelque événement du monde ſpirituel que ce ſoit.

Il n'y a point de ſujet ſur lequel on ait diſputé d'avantage que ſur l'influence des motifs ſur les volitions des Intelligences actives & libres. Sans analyſer icy les motifs ſelon leur différente valeur, & ſans me ſoucier s'ils naiſſent d'un trouble des ſens & de l'imagination, ou de notions diſtinctes de l'entendement, je m'attacherai uniquement à examiner jusqu'où leurs fonctions ſont conciliables avec la liberté & l'activité.

On conviendra que l'eſprit ſe trouve dans un état paſſif entant qu'affecté par un motif de quelque nature qu'il ſoit ; une penſée n'étant pas moins une paſſion que le motif le plus ſourd & le plus obſcur.

En ſuppoſant à préſent le motif *a* ſuivi de la volition *b*, il faut de deux choſes l'une : ou il y a entre *a* & *b* une connéxion inévitable, & telle que qui poſe le premier, poſe le ſecond ; ou il n'y a point une telle connéxion, *b* n'eſt point attaché à *a*, ni compris dans la même ſerie d'états, de ſorte qu'il auroit pû ne point exiſter aprés *a*.

Si quelqu'un s'imaginoit qu'on pourroit ſuppoſer un troiſiéme cas, en plaçant entre *a* & *b* un état moyen de l'ame nommé *x*, de ſorte qu'il y eût la ſucceſſion *a*, *x*, *b*, il n'auroit qu'à examiner comment cet *x* eſt lié avec *a*, & comment il eſt lié avec *b* ; & cet examen revient au même avec le précédent. Il faut pour cela déterminer ce que c'eſt que cet état *x* ; eſt-il un motif ? eſt-il une volition ? S'il eſt un motif, la queſtion ne fait qu'avancer d'une lettre ; elle roulera déſormais ſur la liaiſon de *x* avec *b*. Si *x* eſt une volition, la queſtion recule d'une lettre, & *b* devient ſuperflu. Peut-être dira-t-on que *x* eſt un deſir. Alors je ne conteſte point ſa liaiſon avec *a* ; mais que deviendra alors *b* ? Comment ſe lie-t-il avec *x*, & par ſon moyen avec *a* ? Le deſir eſt-il un motif par rapport à la volition *b* ? Et s'il l'eſt, nous voici préciſément à l'endroit d'où nous

étions

étions partis. Il n'y a donc de concevable que les deux cas dont j'ai fait mention.

Dans le premier, il me paroit évident que *b* eſt un état paſſif de même qu' *a* dont il eſt l'effet, vû que la paſſion ne ſauroit produire l'action, & cette ſuppoſition par conſéquent eſt le tombeau de la liberté. Si toutes les volitions de la ſubſtance reſſemblent à *b*, l'activité ſera bannie de toute la ſubſtance, & chacun de ſes états tiendra à une chaine d'états ſuſpenduë hors de la ſubſtance.

Pourra-t-on prétendre que la ſubſtance ſoit libre, parce qu'elle produit de ſon propre fonds les motifs qui produiſent les volitions ? Quelle idée, je vous prie, ſe formera-t-on d'une production pareille ? Si la ſubſtance agit en produiſant, c'eſt ſans doute par des volitions ; mais ces volitions ſont elles de la même eſpéce avec la volition *b* ? Et ſi elles le ſont, que devient l'action & la liberté ? Dire que l'ame agit ſans volition & ſans choix, c'eſt ne rien dire.

*L'ame n'eſt point néceſſitée par les motifs, parce qu'elle peut les changer, ſe détourner de leur conſidération, détruire les motifs par des motifs ſuperieurs, préparer leur exiſtence par adreſſe, &c.* Toutes ces expreſſions palliatives ne terminent point la queſtion ; elles ne font que la renvoyer, car enfin pour produire tous ces merveilleux effets, il faut des volitions, & de quelle nature ſont-elles ces volitions ?

Que la volition *a* ſoit produite par le motif A ; je demande : d'où vient ce motif A ; que ce ſoit de la volition *b* qui dérive à ſon tour du motif B : ou que ce ſoit du motif B qui dérive de la volition *b*. Un des deux : ou il faut pourſuivre cette analyſe à l'infini : ou il faut s'arrêter à une volition ſouveraine qui ne ſoit produite par aucun motif.

Que X déſigne l'ame qui eſt le ſujet de ces différens états, il faudra encore de deux choſes l'une : ou le progrés des volitions, motifs, deſirs, perceptions, & de tout ce qui vous plaira, ira à l'infini ſans ſortir de X, ou il vous conduira hors des limites de X. Au premier cas X eſt un être éternel, néceſſaire dans ſons exiſtence & dans tous

ſes

ſes changemens, par conſéquent entiérement paſſif. Au ſecond cas vous parviendrez à un *y* qui ſera le premier changement de X placé, pour ainſi dire, ſur ſes frontiéres hors desquelles il y aura un *z* dont *y* dépendra, & ſera déterminé. Le principe de la volition *a* ſe trouvant donc hors de X, X ne ſera point agent, il ne ſera point libre.

Monſieur *de Leibnitz* a adopté la comparaiſon de la balance pour illuſtrer l'influence des motifs ſur les volitions. Rien de plus propre en effet que cette comparaiſon. Comme les poids détruiſant l'équilibre font pancher les baſſins en raiſon de leur quantité, ainſi les motifs entrainent l'ame en raiſon de leur force. Cependant on ſe recrie extrémement contre ceux qui preſſent cette comparaiſon: l'action des motifs, dit-on, n'eſt pas phyſique comme celle des poids, les changemens des eſprits ne ſont pas mécaniques: les poids ſont quelque choſe d'exterieur à la balance; au lieu que les motifs s'engendrent dans l'ame & par l'ame elle-même.

Mais de quelque façon qu'on ſpiritualiſe cette comparaiſon, on y retrouve toujours ce qui porte le coup mortel à la liberté. Les Natures diverſes des deux membres comparés ne font rien à la choſe; il ſera toujours vrai que ce que le poids eſt à la balance, le motif l'eſt à l'ame; que comme le poids détermine la balance à pancher d'un côté plutôt que de l'autre, ainſi le motif eſt ce qui fait vouloir l'ame une choſe préférablement à l'autre; que comme la pente eſt liée au poids, ainſi la volition au motif; que comme la quantité du poids détermine celle de la pente, de même un motif déterminé produit une volition déterminée. Je ſai bien que l'ame n'eſt pas une balance, que les motifs ne péſent point ſur elle dans un ſens materiel; mais un eſprit qui a le principe de ſes modifications hors de ſoi, eſt déterminé auſſi fatalement que les corps le ſont par les poids & les reſſorts. La néceſſité eſt néceſſité partout, quelle que ſoit la ſubſtance qu'elle affecte.

Je ne vois pas non plus ſous quel prétexte on peut avancer que les motifs s'engendrent par l'ame même; je ne connois aucune hy-

pothéſe qui ne doive rapporter leur origine au dehors, ſans excepter même celle de l'Harmonie ; car enfin, & l'exiſtence de la *Monade*, & l'ordre dans lequel elle dévélope ſes perceptions, dépendent de l'Etre ſupréme qui l'a tirée de la région des poſſibilités, & lui a donné l'exiſtence. Je ſai qu'on a de la peine à accorder à Dieu une action réelle ſur la Monade, mais que gagneroit-on à l'y ſouſtraire ? La Monade deviendra un être néceſſaire, & ſes changemens couleront de la néceſſité de ſa nature. Concevez une balance fauſſe, dont les bras ne gardent point l'équilibre, l'un hauſſant pendant que l'autre baiſſe, par la nature même de la balance & ſans le ſecours des poids. Vous aurez une vive image de l'ame muë par elle-même, ou par des motifs qui coulent de ſon propre fonds.

Le ſeul moyen d'accommoder l'exemple de la balance à la vraye liberté, ce ſeroit d'y ajouter un pouvoir de mettre ou d'ôter les poids, mais un pouvoir dont l'exercice ne fut point déterminé par d'autres poids.

L'autre comparaiſon que M. *de Leibnitz* ſubſtituë à celle de la balance, ne ſera pas trouvée plus commode pour peu qu'on l'examine (*). C'eſt *une force qui fait effort en même tems de pluſieurs côtés, mais qui n'agit que là où elle trouve le plus de facilité ou le moins de réſiſtance.* De quelque façon qu'on explique cette force, ſon effort ne dépend pas d'elle-même, mais d'une autre force qui la détermine à faire cet effort. L'exemple ajouté par M. *de Leibnitz*, éclaircit parfaitement la choſe : *L'air étant comprimé trop fortement dans un récipient de verre, le caſſera pour ſortir. Il fait effort ſur chaque partie ; mais il ſe jette enfin ſur la plus foible.* Cet air a été comprimé par une force externe ; ſi une partie du récipient eſt plus foible que l'autre, cela vient de l'imperfection de l'ouvrage, & ſi toutes les parties étoient également foibles, l'air ſe feroit jour également partout.

De

(*) Eſſai de Theodicée, l. III. §. 345.

De tout ce que nous venons de dire, il réſulte manifeſtement que la liberté n'a lieu que dans le ſecond cas, ſavoir en ſuppoſant la volition détachée du motif, étant certain que l'ame eſt paſſive dans ce dernier état & active dans le premier. Celui-là eſt déterminé par les précédens, mais celui ci détermine ſans être déterminé.

Ce n'eſt pas du reſte déroger à l'efficace des motifs que de ne leur rien attribuer qui ne leur appartienne; ce n'eſt pas les réputer inutiles que de nier qu'ils nous affectent comme les poids & les reſſorts. L'oeil voit le chemin où les pieds entrent; ſeroit-ce donner atteinte à ſes prérogatives que de nier qu'il remue les pieds? De même l'ame peut ſe déterminer ſur des motifs plus ou moins forts; mais jamais les motifs ne la déterminent. Leurs prérogatives ſe renferment dans les bornes de l'entendement, & la moralité des actions, leur merite ou démérite, conſiſte uniquement en ce qu'on agit avec pleine liberté ſur des motifs raiſonnables ou déraiſonnables.

Je viens d'appliquer mes principes aux théories de l'entendement & de la volonté. Je m'éléve maintenant à des vuës plus générales.

La contemplation la plus générale d'un Univers ne préſente qu'une multitude de choſes. Ces choſes ſont, ou liées entre elles, ou chacune eſt détachée de l'autre, ou quelques unes ſont liées & d'autres détachées. Si *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, eſt un aſſemblage de choſes liées & aſſujetties aux loix de leur liaiſon, je puis concevoir *g* détaché dans un double ſens: ou il eſt détaché dans ſon individualité, ou il eſt lié à un autre aſſemblage *g*, *h*, *i*, *k*, *l*, *m*; En ce dernier cas il y a ſyſtéme détaché de ſyſtéme.

Si chaque choſe eſt détachée de toutes les autres dans ſon individualité, rien n'agit ni ne pâtit, il n'y a ni cauſe ni effet, ni aucune rélation de choſe à choſe; l'univerſité des choſes reſſemble à une multitude d'atomes ſans aucune connexion; en un mot c'eſt la ſéparation la plus abſolue.

Cette ſéparation porte le Fatalisme & le Scepticisme à leur dernier excés. Il ne faut jamais demander pourquoi une choſe eſt; dans l'inſtant de ſon exiſtence elle eſt ſéparée de toute autre choſe, comme toute autre choſe eſt ſéparée d'elle; elle exiſte: c'eſt tout ce qu'on en peut dire. Je me ſers du nom de *choſe*, parce que ſubſtance & accident ne différent point dans cette doctrine; une telle difference ſuppoſeroit de la liaiſon où il n'y en a point.

L'action n'a donc lieu que dans un aſſemblage de choſes liées.

Mais ſi cet aſſemblage ne contenoit que des êtres croupiſſans dans un repos perpetuel; ſi tout y étoit permanent & ſans changement, l'action ne s'y trouveroit pas encore, quoiqu'à la vérité on ne pût pas dire qu'il pâtit d'un agent exterieur, puisque nous ſuppoſons qu'il épuiſe tous les êtres. Son être & ſa permanence ſeroient donc néceſſaires de la néceſſité la plus abſoluë.

Dans un ſyſtéme d'êtres où il entre de l'action, il doit y avoir du changement. Mais ſuppoſons tout ce ſyſtéme ſujet à une fluctuation perpetuelle; les changemens ſeront eſſentiels aux êtres changeans; ces êtres changeront néceſſairement; il n'y aura point d'agent parmi eux.

Un changement univerſel exclut donc la liberté tout come une permanence univerſelle, & il y a auſſi peu d'action dans la Nature ſi tout eſt vie que ſi tout eſt mort.

Si dans l'aſſemblage des êtres il y avoit du changement dont il n'y eût point de principe, ce changement ſeroit produit, ou par le néant, ou par la nature des êtres changeans, ou un changement auroit produit l'autre par une progreſſion fatale à l'infini. Je ne décide point ſi ces trois cas ſont contraires à la raiſon; ce qui eſt évident, c'eſt qu'ils ſont contraires à la liberté.

La fatalité ſubordonnée aux moyens n'eſt qu'une (*) complication

(*) συμπλοκὴ αἰτιῶν τεταγμένη. Plut l. II. de pl. phil. c. 27. *Sempiterna ac indeclinabilis ſeries rerum ac catena volvens ſemet ipſa & implicans per æternos conſequentia ordines ex quibus apta connexaque eſt.* Aul. Gell, Noct. att. l. VI. c. II.

tion éternelle & infinie de cauſes & d'effets qui envelope jusqu'aux événemens les plus contingens en apparence. Telle étoit la doctrine des Stoïciens qui, zélés partiſans du deſtin, ne faiſoient que ſe jouër du mot de liberté, ſoit qu'ils l'attribuaſſent à l'homme, ou au monde, à la Nature, ou à Jupiter, (noms qu'ils confondent ſouvent entr'eux.) Dans leur ſyſtéme, & le monde, & l'ame du monde, ſavoir, la partie la plus noble de ce grand Tout, n'agiſſent que par la néceſſité de leur nature, c'eſt à dire, n'agiſſent point du tout.

On leur peut aſſocier les fauteurs du Pantheïsme, dont les dogmes conduiſent aux mêmes conſéquences. Si on enviſage l'univerſité des choſes comme un ſeul être modifié par la néceſſité de ſa propre nature, il ne reſte aucun agent, ni dans l'Univers, ni hors de lui, puisque hors du tout il n'y a rien.

*Jupiter eſt, quodcunque vides, quocunque moveris.*

Mais encore le hazard d'Epicure, à le bien examiner, n'eſt autre choſe qu'une progreſſion fatale à l'infini ; & tout ce qu'il eſt ſuppoſé produire dans l'immenſité de l'eſpace & dans la durée infinie, n'eſt qu'un grand effet ſans premiere cauſe.

Le libre arbitre provenant de la déclinaiſon des Atomes eſt bien la piéce la plus ridicule qu'on ait jamais couſuë à un ſyſtéme. Si la liberté pouvoit avoir lieu dans celui-ci, elle ne laiſſeroit pas que d'être fort déplacée dans l'endroit qu'Epicure lui aſſigne. Ce ſeroit dans l'origine de la déclinaiſon de l'Atome qu'il faudroit la loger, & non dans les mouvemens ſpontanés des animaux, qui ne ſont que l'effet de cette déclinaiſon. Enfin cette liberté n'eſt qu'imaginaire; elle s'accorde avec la plus grande néceſſité; ajoutons qu'elle eſt ſimplement auxiliaire dans la doctrine du hazard: loin qu'Epicure faſſe décliner les atomes pour les interêts de la liberté, les apparences de liberté obſervables dans les animaux ne lui ſervent au contraire qu'à appuyer la déclinaiſon, piéce abſolument néceſſaire à ſon ſyſtéme, & ſans laquelle il s'ecraſeroit ſur ſes propres fondemens. Si la peſanteur avoit ſuffi

pour produire le choc, Epicure n'auroit jamais penſé à détourner les atomes de leurs lignes droites. Mais comme il voyoit fort bien que dans un vuide où la viteſſe eſt uniforme, les élémens ne pourroient jamais s'atteindre, il lui a falu recourir à cette déclinaiſon pour faire naitre les rencontres. (*) *Si les atomes ne déclinoient pas, ils tomberoient tous par l'immenſité de l'eſpace comme des gouttes de pluye; jamais il n'y auroit ni rencontre ni choc, & la nature ne produiroit jamais rien.*

Ceux qui traitent la liberté d'indifférence de chimére, la comparent ordinairement à la déclinaiſon Epicurienne. Qu'on me permette de dire que je n'ai jamais vu une comparaiſon plus malheureuſe que celle-là. Un atome de matiere, privé d'intelligence & de volonté, détourné de ſa route ſans aucune cauſe, peut-il entrer en paralléle avec une ſubſtance intelligente qui prévoit, delibére & choiſit par le pouvoir actif dont elle eſt douée; d'un côté on voit un effet ſans cauſe, & de l'autre un événement produit par la ſeule cauſe réelle qu'il ſoit poſſible de concevoir. Dans le fonds un effet ſans cauſe mene à la fatalité abſoluë, comme (**) Ciceron l'a fort bien remarqué au ſujet de la déclinaiſon; & ainſi on compare la plus grande liberté, & la ſeule liberté poſſible, avec la fatalité la plus brute, & la plus aveugle. Lorsqu'au contraire on conſidére que dans le ſyſtéme d'Epicure la déclinaiſon fatale des atomes produit des volitions libres, je laiſſe à juger ſi on ne lui pourroit pas comparer une autre explication de la liberté, pour peu qu'on fut dans le goût de ces ſortes de comparaiſons.

Le

(*) *Quod niſi declinare ſolerent, omnia deorſum,*
*Imbris uti gutta, caderent per inane profundum.*
*Nec foret offenſus natus, nec plaga creata*
*Principiis. Ita nil unquam natura creaſſet.*

Lucr. de rerum Natura L. II. v. 221-224.

(**) *Nam ſi atomis, ut gravitate ferantur, tributum eſt neceſſitate naturæ, quod omne pondus nulla re impediente moveatur & feratur neceſſe eſt; illud quoque neceſſe eſt declinare quibusdam atomis, vel, ſi volunt, omnibus, naturaliter.* De fato c. 20.

Le plaiſir qu'ils trouvoient à rendre ridicules les ſentimens de leurs antagoniſtes, a fait avancer quelquefois des choſes fort étranges aux Savans du premier ordre. Pourroit-on en citer un exemple plus illuſtre que celui de Mr. *de Leibnitz?* Mais auſſi pourroit-on être aſſés circonſpect à l'egard d'un nom auſſi grand dans la République des lettres, & auſſi ſacré à cette Academie?

La comparaiſon dont nous venons de parler, étoit la favorite de ce grand homme. Il en fait uſage en pluſieurs endroits de ſes Ouvrages; mais c'eſt dans la troiſieme partie de la Théodicée qu'il l'a dévélopé plus au long. Là Mr. *de Leibnitz* avance deux choſes, qui paroitront fort ſinguliéres à tous ceux qui ont étudié la doctrine d'Epicure.

D'abord Epicure, ſelon lui, n'a eû recours à la déclinaiſon (*) *que pour ſauver la pretendue liberté de pleine indifférence.* Or il eſt évident que, quand même il n'y auroit abſolument point de liberté, l'Epicureisme n'en auroit pas moins beſoin de la déclinaiſon, vû qu'elle ne ſert pas ſeulement à introduire le hazard & la liberté, mais encore *à créer les aſtres & les animaux*, comme (**) Plutarque s'exprime, & comme Epicure l'avouë lui-même dans ſon Epitre à Herodote; mais ſans accumuler dans une choſe ſi claire les témoignages de l'Antiquité, je me contente de renvoyer au paſſage de Lucrece que j'ai cité tantôt.

L'expoſition que Mr. *de Leibnitz* donne de la déclinaiſon Epicurienne, eſt encore plus ſurprenante: *un de ces petits corps allant en ligne droite*, dit-il, *ſe détourne tout d'un coup de ſon chemin, ſans aucun ſujet, ſeulement parce que la volonté le commande.* Certes c'eſt faire bien de l'honneur à Epicure que de lui attribuer un ſentiment auſſi raiſonnable. Si tel étoit ſon dogme, Mr. *de Leibnitz* auroit grande raiſon de lui comparer la liberté; car ce ſeroit la comparer à elle même; & cette doctrine, comme il dit, ſeroit en effet auſſi ridicule

(*) Eſſai de Théodicée. P. III. §. 320.

(**) ὅπως ἄρρα, καὶ ζῶα, καὶ τύχη παρεισέλθη, καὶ τὸ ἐφ' ἡμῖν μὴ ἀπόληται· Plut. in libro πότερα τῶν ζώων φρονιμώτερα.

cule que la déclinaiſon des atomes ; car elles ne ſeroient ridicules, ni l'une, ni l'autre. Chaque déclinaiſon ſeroit l'effet d'une volition, & dire, *que les petits corps ſe détournent ſans ſujet, ſeulement parce que la volonté le commande*, ce ſeroit autant que ſi on diſoit : un effet arrive ſans cauſe, parce qu'il eſt produit par la ſeule cauſe qui puiſſe le produire.

Carnéade avoit pris ce tempérament entre la fatalité de Chryſippe & le hazard d'Epicure ; Ciceron nous en donne l'expoſé dans ſon excellent traité du *Deſtin*, dont malheureuſement nous ne conſervons qu'un fragment.

Epicure étoit bien éloigné de l'opinion que Mr. *de Leibnitz* lui prête. S'il avoit jamais crû que la volonté fit décliner les atomes, il lui auroit fallu une double déclinaiſon ; car enfin, il s'agiſſoit d'expliquer par ce moyen tous les phénomenes de la Nature ſans exception, dont il n'y a qu'une partie trés mince qui dépende de nos volitions. C'eſt donc tout le contraire. Les atomes déclinent dans la Philoſophie d'Epicure, avant qu'aucune volonté ſoit formée par leur concours ; & leur déclinaiſon eſt préciſément ce qui forme les volontés, & produit les prétendus actes libres. Pourroit-on en douter aprés tant de paſſages formels des Anciens ? Voici celui de Lucrece qui probablement a induit Mr. *de Leibnitz* en erreur : (*) *Si tous les mouvemens ſont*

(*) *Denique ſi ſemper motus connectitur omnis,*
*Et vetere exoritur ſemper novus ordine certo,*
*Nec declinando faciunt primordia motus*
*Principium quoddam, quod fati fœdera rumpat,*
*Ex infinito ne cauſam cauſa ſequatur :*
*Libera per terras unde hæc animantibus extat,*
*Unde hæc eſt, inquam, fatis avolſa voluntas,*
*Per quam progredimur, quo ducit quemque voluptas,*
*Declinamus item motus, nec tempore certo,*
*Nec regione loci certa, ſed ubi ipſa tulit mens ?*
*Nam dubio procul his rebus ſua quoique voluntas*
*Principium dat, & hinc motus per membra riguntur.*

*ſont liés les uns aux autres, ſi du mouvement paſſé réſulte le préſent ſelon un ordre invariable, ſi la déclinaiſon des atomes ne forme point un principe de mouvement qui puiſſe rompre la chaine fatale & empêcher la ſucceſſion infinie des cauſes ; d'où vient aux animaux terreſtres ce libre arbitre ? cette volonté ſouſtraite à l'empire du deſtin par laquelle nous nous mouvons, comme bon nous ſemble, & par laquelle nous détournons les mouvemens, ſans y être déterminés ni par le tems, ni par le lieu, mais uniquement par notre bon-plaiſir ? Car il n'y a point de doute que la volonté d'un chacun ne donne l'origine* à ces choſes, *& que ce ne ſoit de là que partent les mouvemens qui ſe diſtribuent par nos membres.* Monſieur *de Leibnitz* aura crû ſans doute que *les mouvemens, & les choſes* dont il eſt parlé dans les derniers vers, & qui ſe rapportent aux mouvemens ſpontanés, ſe raportoient à la déclinaiſon des atomes. Le latin de Lucrece ſouffre cette équivoque, & la traduction Italienne de (*) *Marchetti*, dans laquelle le paſſage eſt allégué dans la Théodicée, la favoriſe également ; mais il eſt facile de s'en détromper tant par les paſſages paralléles que par la teneur même de celui-ci.

Jusqu'icy nous avons conſidéré tous les êtres dans un ſeul aſſemblage. Séparons maintenant cet aſſemblage en deux parties, la portion A nous répreſentera tous les êtres finis liés dans un ſyſtème, & faiſant un tout. La portion B nous marquera un être infini, une *ſubſtantia extramundana.*

Si nous ſuppoſons d'abord ces deux portions indépendantes l'une de l'autre, la portion A pourra paſſer par les mêmes ſuppoſitions, par leſquelles nous avons fait paſſer l'aſſemblage de tous les êtres. Si vous

(*) *. . . I moti ancora*
*Si declinan ſovente, e non in tempo*
*Certo nè certa region, mà ſolo,*
*Quando e dove commanda il noſtro arbitrio ;*
*Poi chè ſenz' alcun dubbio* à queſte coſe
*Dà ſol principio il voler proprio, e quindi*
*Van poi ſcorrendo per le membra i moti.*

vous y adoptez des principes des changemens, qui y arrivent, vous adoptez une claſſe d'êtres doués d'intelligence & de volonté. B, quoiqu' indépendant d' A, ne peut être l'origine de quoique ce ſoit en A, parcequ' A n'eſt pas moins indépendant de lui. Il ne ſera donc l'origine de quoi que ce ſoit hors de lui-même. Il n'eſt pas non plus l'origine de ce qui eſt en lui-même, puisque ce qui eſt en lui, n'admet point d'origine. Sa volition ſeroit donc nulle faute d'objet ; en un mot un tel Dieu ſeroit moins puiſſant que les Intelligences libres ſuppoſées dans la portion A.

Joignons à préſent les deux portions, & faiſons dépendre A de B. Cette dépendance peut être conçuë dans un double ſens. Ou l'exiſtence de B entraine celle d' A par une néceſſité de conſéquence, ou B donne l'être à A par une volition libre.

Au premier cas, l'action & la liberté manquent dans A & dans B, l'exiſtence d' A s'analyſant dans la néceſſité de la Nature de B, A devient une eſpece d'appendice de B, & ils ne feront, à proprement dire, qu'un même être. Si la matiére du monde & ſes formes exiſtent auſſi néceſſairement que l'eſſence divine, tout devient auſſi paſſif, que ſi le deſtin le plus aveugle y préſidoit.

Mais éclairons la ſcene, & concevons un Entendement infini, qui d'une ſimple vuë embraſſe & combine tous les poſſibles. Suppoſons que de cette combinaiſon réſulte le motif, qui le porte à produire l'Univers, que le motif produiſe la volition, & que la volition ſoit ſuivie immédiatement de l'effet. Dans tout ce procédé je ne trouve ni action ni liberté. Le Monde ne ſauroit contenir un pouvoir d'agir, qui ne ſoit pas dans la cauſe du Monde ; & l'exiſtence de l'Univers & de tout ce qu'il renferme, ſe réſoudra dans l'entendement divin, & par là dans la néceſſité de la Nature divine ; la chaine des êtres ſera ſuſpenduë au Trone de Jupiter qui obéit à ſon tour aux arrêts du Deſtin.

C'eſt ce que doivent entendre les Philoſophes, qui diſent, *que l'analyſe des contingens eſt infinie.* Le mot de *contingent* me paroit icy

trés

très abuſif ; car ce qui dépend de la néceſſité d'une Nature, qui exiſte néceſſairement, conſerve t-il l'ombre même de la contingence qui ſuppoſe manifeſtement la liberté? Et peut on ſe prévaloir de ce terme ſans donner dans l'équivoque, & dans le jeu de mots.

On ne ſauroit dire dans ce ſyſtême, que le contraire de ce qui arrive, ait été poſſible, ou qu'il y ait plus ou moins de poſſible, que ce qui exiſte. La puiſſance eſt-elle autre choſe qu'un terme deſtitué de ſens? Et ce qui eſt auſſi néceſſaire que l'eſſence divine auroit-il pû ne pas exiſter, ou exiſter autrement qu'il n'exiſte ? Dire qu'une choſe ſeroit poſſible dans un autre monde, c'eſt dire qu'elle le ſeroit dans la ſuppoſition d'une autre eſſence divine, dont le monde préſent eſt un écoulement néceſſaire.

Dieu, dira-t-on, voit pluſieurs poſſibles, qui ne parviennent pas à l'exiſtence. Mais qu'eſt-ce qu'on entend par poſſible? Ce pour l'exécution duquel il n'y a point de puiſſance? Ce qui par l'eſſence même de la Divinité eſt déterminé au non-être? Si Dieu voyoit quelqu'une de ces choſes comme poſſible, il verroit comme poſſible, ce qu'il ne peut pas faire.

Il y a des Philoſophes aſſés ingénus pour nous accorder, que dans ce plan tout devient néceſſaire. Mais c'eſt, diſent-ils, une néceſſité heureuſe, fruit de la plus parfaite ſageſſe.

Que la néceſſité ſoit heureuſe ou malheureuſe, ce n'eſt pas dequoi je m'embaraſſe. Mais qu'elle ſoit un fruit de la ſageſſe, je n'en ſaurois convenir. La néceſſité ne laiſſe lieu à aucune action ſage, ni à aucune vertu de choix. Remercier, p. e. Dieu pour ſa bonté ſeroit autant, que ſi on le remercioit pour ſon éternité.

C'eſt avec la néceſſité interieure dirigée par les motifs, que l'illuſtre Auteur du nouveau Syſtême de la Fatalité croit que la Religion, & les Loix pourroient ſubſiſter. Je penſe qu'en effet cela pourroit, & devroit même arriver par une erreur auſſi fatale que le reſte du ſyſtême. Ainſi le voudroit le Deſtin, contre lequel il n'y a point de ſubterfuge. Il ſeroit en effet ridicule dans ce ſyſtême de croire une Reli-

gion & une Conſcience, s'il n'étoit pas néceſſaire d'y croire, & de n'en point être pénétré, ſi la fatalité nous y oblige.

La ſeule dépendance donc dans laquelle puiſſe entrer la liberté, eſt celle de la ſeconde ſorte, ſavoir lorsqu' A dépend d'une volition libre de B. Alors A ſera contingent ; *non* A ſera poſſible, puisqu'il y a une puiſſance libre douée du pouvoir phyſique de le produire, & de ne le point produire, de produire en ſa place C, D, E, F, & ainſi de ſuite.

Enfin, ſi dans l'aſſemblage des êtres compris ſous A, il y a des intelligences douées de la puiſſance de vouloir, que B poſſede dans un degré illimité ; ces intelligences ſeront autant d'agens dépendans de B dans leur exiſtence, mais libres dans leurs volitions, auxquelles l'Etre ſuprême aura départi leur ſphere d'activité. Dans ce plan certains changement ſeront réſolubles dans l'action des intelligences mondaines.

Mais ſi l'intelligence ſupréme s'eſt reſervé le privilége d'agir, A ſera un aſſemblage d'êtres & d'états paſſifs, Dieu ſera le ſeul agent, l'ame de la Nature, le moteur des corps & des eſprits, & nos diverſes volitions ne ſeront qu'autant d'expreſſions, ou de portraits de la ſienne.

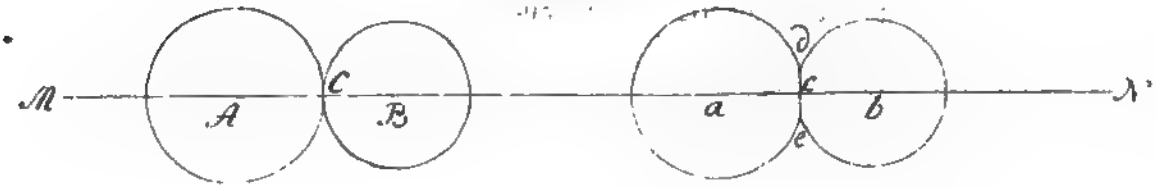
Ajoutons que ce ſyſtéme convertit toute la morale en un jeu de Théatre ; on auroit peine à deviner le but de Dieu dans ce drame univerſel. Encore, s'il n'y avoit que les habitans de la terre qui fuſſent aſſujettis aux loix du Deſtin, nous pourrions nous le figurer comme une grande ſalle de Spectacles, dreſſée pour l'inſtruction d'intelligences libres & ſuperieures à l'eſpece humaine, dont chacune auroit reçû la leçon de Terence : (*) *Contemplez leurs vies comme dans un miroir, & profitez-en pour votre propre conduite.*

(*) *Inſpicere, tanquam in ſpeculum, in vitas omnium*
*Jubeo, atque exinde capere exemplum tibi.*

MEMOI-

Planche I Classe de Phil. Spec. ad pag 216

Fig. 1.



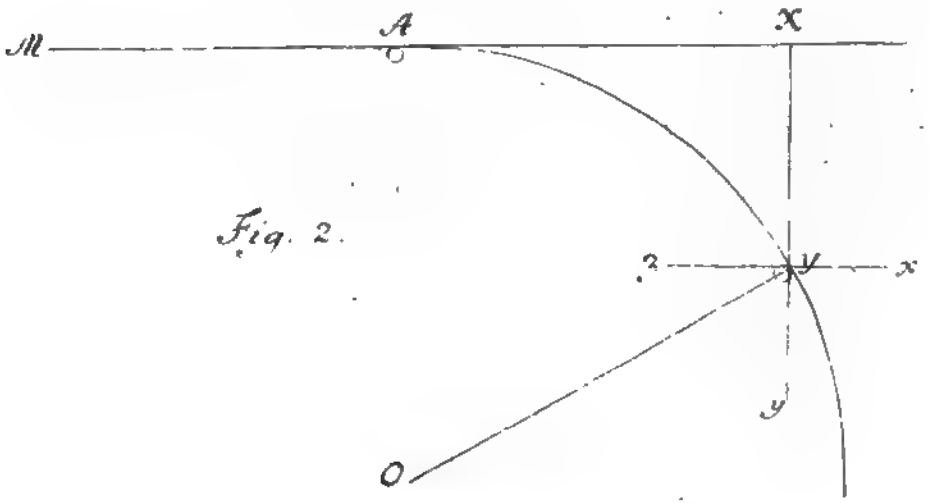




Fig. 2.

Mem. de l'Acad. Tom. VI. pag. 443.

# MEMOIRES
DE
# L'ACADEMIE ROYALE
DES
# SCIENCES
ET
# BELLES LETTRES.

---

*CLASSE DE BELLES LETTRES.*

* * *

# AVERTISSEMENT.

*Le Jugement que l'Académie a porté ſur le fragment d'une Lettre pretenduë de M.* de Leibnitz, *ayant été publié, pendant que l'on imprimoit ce Volume de nos Mémoires, on a placé ce Jugement à la fin de l'Hiſtoire. Depuis ce tems-là il a paru divers Ecrits de M.* Kœnig *& de ſes adhérens, deſtinés à attaquer ce Jugement. Afin donc que le Lecteur trouve ici tout ce qui peut répandre du jour ſur cette Controverſe, & mettre le Jugement de l'Académie à l'abri des imputations auſſi deraiſonnables qu'injurieuſes dont on voudroit le charger, on a cru devoir mettre ici la Lettre ſuivante qui fait voir avec le dernier degré d'évidence combien l'Académie a eté équitable & circonſpecte dans toute ſa procedure.*

*Comme on ne veut pas rendre ce Volume d'une groſſeur diſproportionnée à celle des précedens, & que d'ailleurs l'on ſe propoſe de commencer inceſſamment l'impreſſion du ſeptième Tome, la Claſſe de Belles-Lettres ne fournira point d'autres Pieces dans celui-ci que cette Lettre. La principale cauſe de cette réduction, c'eſt la préference qu'on a cru devoir donner, & que méritoit bien l'importance de l'objet, aux Obſervations pour déterminer la parallaxe de la Lune, qui devoient être toutes publiées, lorſqu'on recevroit les Obſervations correſpondantes du Cap de Bonne Eſperance.*

*** *** ***

LETTRE

# LETTRE
## DE
# M. EULER
## A
# M. MERIAN.

*Traduit du Latin.*

J'ai lû, Monſieur, les Gazettes Litteraires de Leipzig & de Hambourg, que Vous avez eu la bonté de me communiquer ; & j'ai été véritablement frappé de l'impudence avec laquelle les Editeurs de ces Feuilles ont oſé traitter le Jugement que nôtre Académie a publié, à l'occaſion de la Lettre attribuée à *Leibnitz* par M. le Profeſſeur *Kœnig*. Quoique toutes les perſonnes intelligentes, & dégagées de l'eſprit de parti, ayent trouvé ce Jugement conçu avec toute la modération poſſible, ces Compilateurs de nouvelles n'ont pû s'empêcher de déceler ouvertement, & leur ignorance, & cette démangeaiſon exceſſive qu'ils ont d'exercer leur critique ſur tout ce qui ſe paſſe dans la République des Lettres. Car toutes leurs plaintes ſur l'injure qu'ils prétendent que M. *Kœnig* a reçuë par ce Jugement, font aſſez voir qu'ils n'entendent pas ſeulement l'état de la Queſtion, bien qu'il ſoit expoſé dans ce Jugement avec la derniere netteté.

En effet, M. *Kœnig* ayant raporté ce fragment d'une Lettre qu'il prétendoit avoir été autrefois écrite par le grand *Leibnitz* à M *Hermann*, que pouvoit-on lui demander de plus équitable, ſi ce n'eſt qu'il produiſit l'Original de cette Lettre, ou qu'il indiquât dans quel endroit

endroit il étoit gardé. Dans cette Queſtion, ſur laquelle roule cependant toute la force du Jugement, il n'y a rien aſſurément à quoi le Cenſeur le plus mal intentionné puiſſe trouver à redire. Car quiconque allégue de pareils monumens, ſurtout après un ſi long tems écoulé, eſt ſans contredit obligé de les rendre dignes de foi aux yeux du Monde ſavant en produiſant les Originaux ; & il n'eſt nullement autoriſé à demander que de pareilles Pieces paſſent pour authentiques, tant qu'elles ne ſont pas ſuffiſament prouvées. Beaucoup moins donc peut-on reprocher à l'Académie Royale, & à ſon très digne Préſident, d'avoir entrepris l'examen de la Lettre alléguée par M. *Kœnig*. Si celui-ci, en donnant un fragment de cette Lettre dans les Actes de Leipſig, avoit déclaré en même tems qu'il en poſſedoit l'Original, ou du moins qu'il l'avoit vû, il pourroit peut-être trouver mauvais, qu'on n'eut pas auſſi-tôt ajouté foi à ſon témoignage ; cependant il ne ſeroit pas endroit de ſe plaindre qu'on lui eut fait la moindre injure. Mais dès-la qu'il ne dit pas un ſeul mot qui tende à faire connoitre qu'il ait vû la Lettre originale *de Leibnitz*, il ne ſçauroit aſſurément exiger de perſonne, qu'on la tienne pour digne de foi, beaucoup moins doit-il être offenſé des recherches exactes faites à ce ſujet ; bien plutôt, quand même perſonne ne l'en auroit requis, il ſeroit lui-même dans l'obligation de mettre à l'abri de tout doute la vérité de la Lettre qu'il a citée, s'il ne vouloit pas paroitre avancer dans la République des Lettres une choſe deſtituée d'autorité.

Mais, lorſque dans les commencemens cette affaire fut traittée amicalement par des Lettres écrites à M. *Kœnig*, non ſeulement il évita toujours de répondre à la demande qu'on lui faiſoit de juſtifier ce fragment par les preuves de ſa conformité avec l'Original ; mais il avoua poſitivement qu'il ne poſſedoit point cet Original, & qu'il ne l'avoit jamais vû ; mais qu'il tenoit ſeulement cette Lettre du fameux *Henzi*, décapité à Berne, qui lui en avoit fourni une Copie. La queſtion conſiſte donc à ſçavoir, ſi cette cette Copie eſt digne de foi, ou non ? & cette queſtion ne regarde pas tant M. *Kœnig* que *Henzi* ;

ou peut-être elle ne regarde pas même ce dernier, ſi l'on ſuppoſe qu'il tenoit à ſon tour cette Lettre d'une autre main. Quand même donc M. *Kœnig* regarderoit cette Lettre comme digne de foi, dès qu'il reconnoit qu'il eſt hors d'état d'en établir l'authenticité, il ne peut certainement exiger de qui que ce ſoit, qu'il penſe comme lui, mais il doit laiſſer à chacun une pleine liberté d'être d'un autre avis, ſans que cela porte atteinte à ſon honneur. Auſſi, ni lui, ni ſes Avocats, ne peuvent juſtifier en aucune maniere, qu'on ait agi injuſtement à ſon égard, en déclarant, comme l'Académie l'a fait, que cette Lettre ne méritoit abſolument aucune créance : car, quelles que ſoient les cauſes qui ont porté l'Académie à prononcer ce Jugement, elles ne concernent que l'écrit même, & la perſonne de M. *Kœnig* n'y eſt intereſſée en rien. Et quand l'Académie n'indiqueroit aucune cauſe de la conduite qu'elle a tenuë, on ne pourroit en imaginer aucune, qui autoriſât M. *Kœnig* à ſe tenir pour offenſé.

Rien donc n'eſt plus ridicule que les plaintes de ces Cenſeurs ſeveres, qui ne parlent que de l'injure faite à M. *Kœnig*, & font de vains efforts pour ſoutenir le rôle d'Avocats, dont ils ſemblent s'être chargés contre l'Académie dans cette cauſe. Puiſque M. *Kœnig* lui-même a abandonné entierement cette cauſe, qui n'a d'autre objet que les preuves de l'écrit qu'il avoit allégué, il n'a beſoin aſſurément d'aucuns défenſeurs ; & je ne vois pas comment quelqu'un pourroit penſer à entreprendre ſa défenſe, à moins qu'il ne ſe fit fort de produire cet Original de *Leibnitz* ſur lequel roule toute la Queſtion. Mais c'eſt ſur quoi ces prétendus Avocats gardent le plus profond ſilence, ſe contentant d'accumuler les injures & les calomnies, comme s'ils avoient voulu ſaiſir cette occaſion de faire éclater leur ignorance & leur témérité.

Mais le comble de l'abſurdité, c'eſt lorsque ces Cenſeurs petulans ſoutiennent que la déciſion de cette Queſtion ne regardoit pas l'Académie, mais devoit être portée devant un Tribunal de Juriſconſultes. Tant qu'on recherche, ſi cette Lettre attribuée à *Leibnitz* peut

peut être confirmée par la production de l'Original, le Jugement eſt aiſé à rendre, & ne demande aucune connoiſſance du Droit Civil. On peut dire que M. *Kœnig* l'a décidée lui-même, en confeſſant ſon impuiſſance à prouver l'authenticité du fragment en queſtion. Car quant aux autres queſtions, qui en ſont nées, telles que celles-cy: Si cette Lettre ne contient pas des choſes, qui n'etoient pas encore connües alors? S'il n'y a pas quelque ſoupçon de faux dans les termes mêmes qu'elle employe? Si ſon contenu eſt d'accord avec celui des Lettres *de Leibnitz* qui exiſtent? S'il y a dans les autres Ecrits de ce grand homme le moindre veſtige des découvertes, qu'on lui attribue dans celui-ci? Si M. *de Leibnitz* lui-même n'auroit pas écrit ſur ces matieres à d'autres Amis qu'à M. *Hermann*? & autres Queſtions de ce genre qui ſont dévelopées dans le Jugement de l'Académie: elles ſont toutes aſſurément telles, qu'aucun Tribunal Juridique n'auroit pû s'en arroger la connoiſſance: & comme elles demandent une connoiſſance profonde des Sciences auxquelles elles ſe rapportent, je ne vois pas à qui le droit d'en juger pourroit mieux convenir qu'à une Académie deſtinée à l'avancement des Sciences. Or dans toutes ces Queſtions il ne s'agit par le moins du monde de M. *Kœnig*; & de quelque maniere qu'on les décide, il n'y ſçauroit trouver le moindre ſujet de plainte, puisqu' auſſi-tôt qu'il s'eſt déſiſté de maintenir la vérité de cette Lettre, les choſes qui s'y trouvent contenües, ſont cenſées n'avoir plus aucun rapport avec lui. Ce Jugement n'étant donc point de nature à avoir dû être déferé à un Tribunal juridique, à beaucoup plus forte raiſon les Compilateurs des Nouvelles publiques ne peuvent-ils ſe l'arroger; & M. *Kœnig* n'a aucun beſoin de leur ſecours.

Mais ces chicaneurs publics ont porté non ſeulement l'inſolence au point de tourner en ridicule le Jugement de l'Académie, mais ils n'ont pas rougi d'outrager indignement ſes Membres, en imputant calomnieuſement à la plûpart de ceux qui ont ſigné ce Jugement, d'être dans des ſentimens tout oppoſés & de le deſaprouver: outrage

qui ne pourroit qu'être extrémement ſenſible à l'Académie, ſi l'extreme légereté des calomniateurs ne l'engageoit plutôt à le mépriſer. Comment pourroit-il venir à quelqu'un dans l'eſprit que la précipitation ou la violence ayent eu la moindre part à cette affaire, puisqu'elle a été traitté de la maniere la plus ouverte, & que M. *Koenig* lui-même par ſes délais à laiſſé plus de ſix mois de tems pour l'examiner. Car ayant confeſſé qu'il n'avoit jamais vû la Lettre originale *de Leibnitz*, & les recherches les plus exactes faites à cette occaſion n'ayant pû en découvrir le moindre veſtige, le ſoupçon de faux conçu contre la Lettre citée s'eſt accrû de jour en jour, jusqu'à ce qu'il ait atteint le plus haut degré de certitude; & alors qui auroit pu heſiter à juger, que cette Lettre ne méritoit aucune créance, & à prononcer qu'on l'avoit attribuée à faux au grand *Leibnitz?*

Tandis qu'ils accuſent calomnieuſement les autres Académiciens de ſe repentir de leur avis, ils prétendent encore que le Jugement a été dreſſé par moi-même malgré moi, que j'y ai été forcé par je ne ſçai quelle autorité; & ils inferent en particulier que l'on auroit tort de me l'attribuër, de ce que je n'aurois jamais écrit que l'Ambaſſadeur de France eut quelque choſe à commander dans ma Patrie. Lorsque j'ai écrit qu'on avoit cherché la Lettre par ordre du Roi & de l'Ambaſſadeur de France, il n'y a que des interprêtes malins qui puiſſent entendre ces paroles, comme ſignifiant que ces ordres ont été adreſſés immédiatement aux Magiſtrats Suiſſes. Mais il ne m'eſt jamais venu dans l'eſprit de dire, que le Roi ait adreſſé à ces Magiſtrats les ordres concernant cette affaire, qu'il a donnés a ſes Miniſtres. Sans contredit un Roi donne à ſes Miniſtres les ordres qu'il veut ſur une affaire quelconque; & c'eſt a eux enſuite à s'acquitter ultérieurement de la volonté de leur Maître. Ce n'eſt point non plus par la voye des Magiſtrats que l'Ambaſſadeur de France a fait ſes recherches; mais il a commis cette affaire à des particuliers, & ſurtout à des gens qui lui étoient ſubordonnés, & auxquels il avoit droit de commander.

Je

Je ne crains donc point que les Avocats de M. *Kœnig*, qui prennent ici fort mal à propos la défenſe de la liberté Helvetique, puiſſent répandre quelque ſoupçon ſur ma fidélité par une ſemblable accuſation.

Ce qu'ils ajoutent, que l'amitié qu'ils prétendent avoir été entre M. *Kœnig* & moi auroit dû me détourner du Jugement qui a été rendu, procede de la même erreur, qui leur perſuade qu'on a agi injuſtement à ſon égard. Je ne trouve abſolument rien dans l'amitié qui m'impoſe l'obligation de regarder comme digne de foi une Lettre dont M. *Kœnig* reconnoît qu'il ne ſçauroit lui-même prouver l'authenticité ; & quand malgré le défaut de preuves, il voudroit y acquieſcer, ſes amis n'en ſont pas moins libres de penſer autrement. Il ne prétend aſſurément pas, que ſes Amis ſoyent de même avis que lui en toutes choſes.

Enfin, pour ce qui regarde ma Diſſertation ſur le mouvement de projectile déduit du principe de la moindre action, que j'ai ajoutée en forme de ſupplément à mon Traité des Iſoperimetres, les défenſeurs infatigables de M. *Kœnig* ſe hâtent trop d'avancer qu'ils ſavent que ma Diſſertation avoit déjà été à Lauſanne entre les mains du Libraire dès l'an 1743. Ils ſeroient en droit de l'affirmer de l'Ouvrage même ſur les Iſoperimetres, que j'avois effectivement achevé quelques années avant qu'il ait paru ; mais je n'ai fait les additions que depuis que j'avois envoyé le Manuſcrit a Lauſanne, & ne les ai fait partir pour cette Ville que peu avant la publication du Livre. Tout l'Ouvrage n'ayant donc vû le jour que vers la fin de l'an 1744. & M. *de Maupertuis* ayant lû dès le mois d'Avril de la même année ſon Mémoire ſur le principe univerſel de la moindre action, dans une Aſſemblée publique de l'Académie Royale de Paris, tous les ſoupçons qu'on voudroit faire naître contre lui à ce ſujet, ſe détruiſent & tombent d'eux-mêmes.

Outre que je n'avois communiqué ce Supplément à perſonne avant l'impreſſion, il n'y a rien qui ſoit appliquable à la Queſtion préſente, où l'on recherche uniquement, ſi M. *de Leibnitz* a écrit la Let-

tre que M. *Kœnig* lui attribuë, ou s'il ne l'a pas écrite ? En effet cette Lettre étant détruite, il ne reſte plus aucun doute que M. *de Maupertuis* ne ſoit le premier qui a propoſé le principe de la moindre quantité d'action. Car, lorsque j'ai employé la methode *de maximis & minimis* pour définir les trajectoires que décrivent des corps ſollicités par une force centripete quelconque, je ne prétens pas avoir été au delà de ce qu'ont fait MM. *Bernoulli* & d'autres, en déterminant avec le ſecours de la même methode la courbure de la chaînette, celle d'un linge rempli de liqueur, & d'autres courbes du même genre. De pareilles recherches ne fourniſſent que des principes particuliers, qui ne peuvent guères s'etendre plus loin que les cas auxquels on les applique. Au contraire il s'agiſſoit ici d'un principe univerſel, d'où devoient découler tous ces principes, & qu'on pût regarder comme une Loi établie dans tous les phenomenes de la nature ; ce qui rendoit ſa diſcuſſion moins du reſſort des Mathematiques, que de celui de la Metaphyſique, ſur les principes de laquelle cette doctrine devoit être fondée. Auſſi, quoique depuis longtems on n'ait pas douté que dans tous les effets naturels il y a un ſemblable principe de *Maximum* & de *Minimum* qui les détermine, perſonne cependant, avant l'Illuſtre Préſident de nôtre Académie, ne s'eſt trouvé, qui ait ſeulement ſoupçonné, dans quels élémens ce principe étoit contenu, & comment on pouvoit l'accommoder à tous les cas. Pour moi, je n'ai connu d'une maniere certaine qu' *a poſteriori* le principe dont je me ſuis ſervi pour déterminer les trajectoires ; & j'ai avoüé ingenüement que je n'etois pas en état d'établir ſa vérité d'une autre maniere. Tout ce que j'ai fait, c'eſt d'en tirer les mêmes courbes qu'on a coûtume de trouver vulgairement par la methode directe, en partant des premiers principes de la Mechanique. Je n'ai même oſé en étendre l'uſage, qu'autant que j'ai pû juſtifier par le calcul ſon accord avec les principes connus. Et c'eſt qui m'a engagé à ſéparer de ce principe les mouvemens qui ſe font dans un milieu réſiſtant, & d'autres plus compliqués, parce qu'il ne ſe préſentoit à mon eſprit aucune

voye

voye d'en découvrir la vérité à l'egard de ces mouvemens. Au reſte Monſieur *Kœnig* voulant attribuër à *Leibnitz* ſeul l'invention du principe de la moindre action, je ne ſçaurois aſſez m'étonner que ſes fideles partiſans me rendent auſſi participant de cette gloire, & que dans le même tems qu'ils répandent avec tant d'atrocité leur bile ſur toute l'Académie, ils montrent tant de bonne volonté à mon égard.

Ils objectent enfin auſſi à l'Académie, de n'avoir pas publié avec le Jugement, toutes les Lettres qui ont été écrites à cette occaſion à M. *Kœnig* avec ſes réponſes, quoiqu'on ſçache que ces pieces avoient déja été remiſes à l'Imprimeur; d'où ils concluënt avec autant de malignité que de précipitation, qu'elles contenoient des choſes d'où M. *Kœnig* pouvoit tirer les plus grands avantages, & que c'eſt pour cela que l'Académie, qui ſe défioit de ſa cauſe, a mieux aimé les ſupprimer. Mais comme tout le contenu de ces Ecrits ſe trouve rapporté aſſez clairement dans le Jugement même, il étoit tout à fait ſuperflu de groſſir le volume en les y inſerant. Cependant, bien loin que M. *Kœnig* y puiſſe trouver le moindre ſecours, il doit plutôt rendre graces à l'Académie de ce qu'elle a bien voulu enſévelir des documens auſſi manifeſtes de l'iniquité, avec laquelle il s'eſt conduit à ſon égard dans toute cette recherche. D'ailleurs les mêmes Ecrits ſont entre les mains de M. *Kœnig*, & perſonne ne l'empêche de les publier, s'il les croit le moins du monde favorables à ſa cauſe. Je ſuis, &c.

à Berlin, le 3 Septemb.
1752.

## P. S.

Aprés avoir achevé cette Lettre, j'ai eu occaſion de voir la Réponſe même de M. *Kœnig*, intitulée *APPEL AU PUBLIC*; &

& l'ayant lüe, je n'ai pas été peu ſurpris de la véhémence avec laquelle, & lui, & ſes défenſeurs, ſe déchaînent contre le Jugement de l'Académie. Car ayant déclaré lui-même, comme on le voit dans ſes propres Lettres qu'il a fait imprimer, qu'il lui importe fort peu qu'on admette ou qu'on rejette ce fragment de la Lettre attribuée à *Leibnitz*, parce qu'il n'eſt pas en état d'en prouver l'authenticité, il n'a aſſurément aucun ſujet de ſe plaindre du Jugement de l'Académie, qui a pour objet principal la réjection de ce fragment; affaire à laquelle M. *Kœnig* avoüe qu'il n'eſt point intéreſſé. Quand enſuite l'Académie a jugé que cet Ecrit rejetté ne pouvoit porter aucune atteinte au droit, en vertu duquel M. *de Maupertuis* revendique la découverte du principe de la moindre action, M. *Kœnig* doit s'en formaliſer encore moins, puiſqu'il reconnoit qu'en produiſant cet Ecrit, il n'a jamais eu en vüe de révoquer cette découverte en doute. Or tout le Jugement de l'Académie ſe réduit à ces deux Queſtions, qui ne ſont aſſurément dépendantes d'aucunes formules de Juriſpurudence; & toutes les exceptions qu'on allégue contre la forme de ce Jugement, & contre les Juges, tombent d'elles-mêmes. M. *de Maupertuis* ayant tout d'abord réſolu d'écarter de ce Jugement la controverſe ſur la vérité du Principe, s'arrêtant uniquement à faire examiner; ſi l'on peut l'accuſer de l'avoir puiſé dans les Ecrits des autres, ou non? & ne voulant point encore actuellement entrer avec M. *Kœnig* dans cette diſcuſſion, que celui-ci tâche perpetuellement de mêler à la Queſtion; l'Académie a auſſi pris un ſoin particulier de ſéparer cette controverſe de ſon Jugement. En effet, quoique dans mon Rapport j'aye fait voir clairement la foibleſſe des Objections que M. *Kœnig* a formées contre ce Principe, cette diſcuſſion n'a nullement paſſé dans le Jugement; & par conſéquent les Membres de l'Académie, qui ne ſont pas verſés dans les Mathematiques, ſont accuſés à tort par M. *Kœnig* d'avoir porté leur Jugement ſur des choſes qu'ils n'entendoient pas. Et pour l'exception par laquelle on voudroit invalider le Jugement même, ſous prétexte que le nombre des

Acadé-

Académiciens préſens n'étoit pas aſſez grand, elle eſt tout à fait ridicule, puisque ce nombre étoit plus conſidérable qu'à l'ordinaire.

Mais, comme dès le commencement M. *Kœnig* a mis tout en œuvre pour pervertir l'état de la queſtion, il fait de même dans ſon *Appel* des écarts continuels, & ſe ſert pour attaquer le Jugement de l'Académie préciſément des mêmes armes qui ont été employées par les Gazettiers: en ſorte qu'il n'eſt pas beſoin d'en donner une nouvelle réfutation. Non ſeulement il n'établit point ſur des argumens plus forts l'autorité de la Lettre attribuée à *Leibnitz;* mais encore, après avoir aſſuré ci-devant que cette Lettre avoit été écrite à M. *Hermann*, dés qu'il a ſceu qu'on en avoit fait la recherche à Bâle, & que trois Lettres de M. *de Leibnitz* à M. *Hermann* en avoient été envoyées ici, il a tout a coup changé de ſentiment, de ſorte qu'il avouë maintenant qu'il ne ſçait pas même bien à qui la Lettre qu'il a produite étoit addreſſée: aveu qui donne ſans contredit une très grande force au Jugement de l'Académie, s'il étoit poſſible qu'il parût encore douteux à quelqu'un.

Mais M. *Kœnig* abandonnant ce fragment, va chercher le P. *Malebranche*, Mrs. *s'Graveſande*, *Engelhard* & *de Wolff*, comme ayant déjà fait uſage de ce principe de la moindre action; & toutes les fois qu'il rencontrera chez quelqu'un le mot de *minimum*, il pourra en tirer la même concluſion avec autant de droit. Cependant il eſt manifeſte que ces Auteurs, ou bien attachent une idée toute differente à ce *Minimum* dont ils parlent, ou qu'ils l'appliquent tout autrement aux phénomenes de la Nature, ou enfin, ce qui eſt l'eſſentiel, qu'ils ne propoſent ces principes qu'ils adoptent, que comme tout à fait particuliers. Mr. *s'Graveſande*, par exemple, auquel on donne ici le premier rang, dans les endroits qu'on cite, ne parle que des forces vives, dont le principe de la moindre action differe beaucoup: enſuite, quand il dit que, dans le choc des corps mous, il ne périt que la plus petite quantité des forces vives, outre qu'il s'agit là d'un cas tout à fait particulier, il attache cette propoſition à une condition ſinguliere,

guliere, en poſant que la viteſſe rélative eſt la même, en ſorte que cette perte des forces vives n'eſt la plus petite, que tant que la viteſſe rélative demeure de la même grandeur. A l'égard de M. *de Wolff*, dans ſa Diſſertation inſerée au Tome I. des Mémoires de l'Académie de Petersbourg, il ne parle que des forces vives, dont il tâche de déduire la meſure de l'idée de l'action, ſans faire aucune mention du *minimum*, qui ſe trouve dans cette action. Si de pareilles exceptions étoient recevables, on ne pourroit jamais rien produire de nouveau; car il ſeroit bien difficile qu'on ne trouvât dans quelque Auteur, ou des idées, ou du moins des expreſſions ſemblables, dont on pourroit ſe ſervir avec le même droit poer attaquer toutes les nouvelles découvertes.

Quant à ce que M. *Kœnig* étale avec tant de confiance, au ſujet de la Diſſertation que j'ai inférée dans le Tome VIII. des Mémoires de Petersbourg, ſur une propriété des nombres premiers, penſant me terraſſer entierement par là, il montre aſſez avec quelle négligence il porte ſes jugemens, & combien il eſt promt à ſe ſaiſir des moindres circonſtances pour en faire naitre des chicanes. Car dés l'entrée de cette Diſſertation j'ai déclaré ouvertement, que le Theoreme dont j'y donne la démonſtration, avoit été trouvé depuis longtems par *Fermat*, qui a auſſi aſſuré qu'il en avoit la démonſtration. Mais comme cette démonſtration, autant que je le ſçais, n'a jamais été publiée, j'ai travaillé ſeulement dans l'intention de réparer en quelque ſorte cette perte. J'étois donc bien éloigné de penſer à tirer quelque gloire de cette démonſtration, puisque j'ai dit ſi ingenuëment, qu'elle avoit été découverte depuis longtems par *Fermat*. Si donc M. *de Leibnitz* l'a auſſi trouvée avant moi, ce dont je n'ai pas plus de connoiſſance que du travail de *Fermat*, j'ajoute foi ſans aucune difficulté à l'aſſertion de M. *Kœnig*, & je ſuis fort content de n'étre que le troiſième demonſtrateur de ce theorème, M. *de Leibnitz* ayant été le ſecond, & toute la gloire de la premiere démenſtration étant duë à *Fermat*. M. *Kœnig* ne m'epouvante donc point, en me menaçant tant de produire l'original

ginal de cette Lettre de *Leibnitz;* je l'en remercie tout au contraire, & j'attendrai non ſeulement avec tranquillité, mais même avec joye, la publication de cette Lettre. Mais je lui ſerois encore bien plus obligé, ſi par ſes ſoins infatigables à déterrer les écrits anecdotes des grands hommes, il pouvoit découvrir auſſi, & mettre au jour, ceux de *Fermat;* car j'y trouverois aſſurément bien des choſes concernant la nature des nombres, qui m'ont coûté beaucoup de peine à découvrir, & je me flatterois d'y en apprendre de bien plus conſidérables encore, dont mes efforts n'ont pû venir à bout. Tant s'en faut donc que la publication de ſemblables Ecrits m'effraye, que je les recevrois plutôt avec une extrême avidité.

M. *Kœnig* attaque auſſi le Jugement de l'Académie, ſur ce qu'on n'y a fait aucune mention d'un Billet que M. *Hermann*, frère du défunt, lui a écrit, & qu'il a envoyé à l'Académie; quoique, dit-il, ce Billet faſſe voir que ce M *Hermann* ne lui a jamais donné les Lettres que M. *de Leibnitz* a autrefois écrites à ſon frère, comme on l'inſinuë dans le Jugement. Mais quoique cela ne faſſe rien au fonds de la choſe, & que M. *Kœnig* eut pû s'approprier ces Lettres à l'inſçu de M. *Hermann*, il ſuffit de remarquer ici, que le ſoupçon que ces Lettres ſont entre les mains de M. *Kœnig* n'eſt point fondé ſur ce qu'elles ne ſe ſont pas trouvées à Bâle, & qu'on l'a conçu d'après d'autres indices; mais quoique ces indices ayent paru aſſés forts, on ne l'a donné que pour un ſoupçon, & il importe fort peu qu'il ſoit fondé, ou non?

A l'égard des autres Objections; comme elles ſont étrangeres à la Queſtion, ou qu'elles reſſemblent tout à fait a celles que M. *Kœnig* a produit d'un ton ſi menaçant contre ma démonſtration des nombres premiers; car il ne ſçauroit leur attribuër un plus grands poids, dès-la qu'il penſe m'avoir accablé par celle-la; il ſeroit ſuperflu de prendre la moindre peine pour les réſoudre, la lettre précédente y ayant pleinement ſatisfait; & cette véhémente ſortie ſur moi étant aſſez repouſſée par ce que je viens de dire.

Au reſte, puisque M. *Kœnig* ſe plaint tant de la maniere injurieuſe dont il croit qu'on a agi avec lui dans le Jugement de l'Académie, je

ne ſçaurois m'empécher de répéter que ce Jugement ne regarde point ſa perſonne, mais ſeulement l'Ecrit qu'il avoit produit, auquel pour les raiſons les plus évidentes, on a refuſé toute croyance; ce qu'il ne doit pas trouver mauvais. Quant aux ſoupçons rapportés dans le même Jugement, qui paroiſſoient indiquer d'une manière aſſez claire la perverſité de ſa cauſe, & une diſpoſition peu éloignée de la fraude, il y a donné lui même l'occaſion la plus forte, en voulant perpetuellement brouïller la queſtion, & la tourner ſur des recherches qui n'y avoient aucun rapport. Comme donc il impute trés injuſtement à l'Académie, d'avoir porté ſon jugement ſur ſa perſonne, ou ſur le principe même de la moindre action; s'il ſe trouve chargé des ſoupçons les plus graves, il ne le doit imputer qu'à lui-même. Et à préent même, loin d'avoir écarté ces ſoupçons par ſa défenſe, il paroit au contraire les confirmer, par la foibleſſe & les injures dont eſt rempli ce qu'il allegue. Car aſſurément il n'auroit pas attaqué d'une manière ſi ridicule ma démonſtration ſur les nombres premiers, s'il avoit eu de meilleures choſes à dire pour ſa cauſe: pour ne pas parler ici des imputations frivoles, par leſquelles il ne rougit point de vouloir charger nôtre illuſtre Préſident de plagiat.

Surtout c'eſt un raiſonnement bien remarquable, que celui par lequel il tâche de rendre la Religion de M. *de Maupertuis* ſuſpecte, en ſe fondant ſur ce qu'il refuſe créance aux Ecrits produits par M. *Kœnig*, parce que ni lui, ni aucun témoin digne de foi, ne les a vûs; d'où il conclut en vertu de ſon admirable Logique, qu'il ne ſçauroit ajouter foi aux reſpectables monumens ſur leſquels nôtre Sainte Religion eſt appuyée, d'autant qu'il n'a pas vû lui-même les Originaux. Comme ſi les importans témoignages d'où dépend la certitude de la Religion pouvoient être mis en aucune comparaiſon avec le témoignage de M. *Kœnig*, que lui-même n'oſeroit produire comme un témoignage digne de foi.

# F I N.

TABLE.

# TABLE.

HISTOIRE DE L'ACADÉMIE. pag. 1.
Eloge *de* M. *de* LAMETTRIE. p. 3.
Diſcours *de* M. *de* LALANDE. p. 9.
Réponſe *de* M. *de* MAUPERTUIS. p. 15.
De l'obligation *de ſe procurer toutes les commodités de la Vie, conſidérée comme un devoir de la Morale, par* M. FORMEY. p. 21.
Eloge de M. le Maréchal de SCHMETTAU. p. 31.
Eloge de M. ELSNER. p. 45.
Expoſé *concernant l'examen de la Lettre de* M. *de* LEIBNITZ, *alléguée par* M. *le Profeſſeur* KOENIG, *dans le mois des Mars* 1751. *des Actes de Leipſig, à l'occaſion du* Principe de la Moindre Action. p. 32.

## CLASSE de Philoſophie Experimentale.

Sur *la Nature & les proprietés de l'Eau commune conſidérée comme un Diſſolvant, par* M. ELLER. p. 67.
Sur *les Phenomenes qui ſe manifeſtent, quand on diſſout toutes ſortes de ſels dans l'Eau commune ſéparément, par* M. ELLER. p. 83.

Eſſai *ſur la maniere de prépater des Vaiſſeaux plus ſolides qui puiſſent ſoutenir le feu le plus violent, & qui ſoyent les plus propres à contenir les corps en fuſion, par* M. POTT. p. 98.

Examen *des parties qui conſtituënt cette eſpece de Pierres, qui, après avoir été calcinées par le moyen des charbons, acquierent la propriété de devenir lumineuſes, quand on les expoſe à la lumiere; avec l'Expoſé de la compoſition artificielle des pierres de cette ſorte, par* M. MARGGRAF. p. 144.

Obſervation *d'Anatomie & de Phyſiologie, concernant une dilation extraordinaire du cœur, qui venoit de ce que le conduit de l'Aorte étoit trop étroit, par* M. MECKEL. p. 163.

## CLASSE de Mathematique.

Découverte *d'un nouveau Principe de Mecanique, par* M. EULER. p. 185.

Sur *le plus grand éclat de Venus, en ſuppoſant ſon orbite & celle de la la Terre elliptique, par M.* KIES. p. 218.

Mémoire *ſur la détermination de la Parallaxe de la Lune & de la courbure de la Terre, entrepriſe au Cap de Bonne Eſperance & à Berlin par ordre, de* S. M. T. CHRET, *avec les Obſervations faites depuis le 25. Nov. 1751. juſqu'au 20. Avril 1752. à l'Obſervatoire Royal de Berlin, par* M. DE LALANDE p. 236.

Réfléxions *ſur les divers degrés de lumiere du Soleil & des autres Corps celeſtes, par* M. EULER. p. 280.

Recher-

Recherches *ſur l'effet d'une Machine Hydraulique propoſée par* M. SEGNER, *Profeſſeur à Göttingue.* p. 311.

Addition *au Mémoire ſur la Courbe que forme une Corde tendüe miſe en vibration, par* M. D'ALEMBERT. p. 355.

Additions *aux Recherches ſur le Calcul intégral, par* M. D'ALEMBERT. p. 361.

Second Mémoire *ſur la détermination de la Parallaxe de la Lune & de la courbure du Meridien, contenant les Obſervations faites depuis la fin d'Avril juſqu'au commencement de Septembre* 1752. *par* M. DE LALANDE. p. 379.

Avertiſſement *au ſujet des Recherches ſur la Préceſſion des Equinoxes ; par* M. EULER. p. 412

Errata *pour les Mémoires de* M. D'ALEMBERT, *imprimés dans les Volumes de* 1746. 1747. & 1748. p. 413.

## CLASSE de Philoſophie ſpeculative.

Recherches *ſur l'origine des forces, par* M. EULER. p. 418.

Memoire *ſur l'art de connoître les penſées d'autrui à l'aide de la Metaphyſique, par* M. BEGUELIN. p. 448.

Diſſertation Ontologique *ſur l'Action, la Puiſſance & la Liberté, par* M. MERIAN. p. 459,

Seconde Diſſertation *ſur l'Action, la Puiſſance & la Liberté, par* M. MERIAN. p. 486.

## CLASSE de Belles-Lettres.

AVERTISSEMENT. p. 521

Lettre *de* M. EULER *à M.* MERIAN. p. 522